

Системы счисления



Хачкиева Л.И.

2004год

Что такое система счисления

- Система счисления – это способ записи чисел по определенным правилам с помощью заданного набора символов некоторого алфавита (цифр).

Какие есть системы счисления

- Десятичная
- Вавилонская
- Римская
- Китайская
- Двенадцатиричная
- Двоичная
- Восьмиричная и шестнадцатиричная

Основание системы

- **Основанием системы счисления называется количество знаков используемых в данной системе счисления.**

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная	2	0,1
Восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)

Позиционные и непозиционные системы

Системы счисления делятся на 2 группы:

1) позиционные

2) непозиционные

- Система счисления, в которой при записи числа каждая цифра имеет позицию (вес) называется позиционной.
- Система счисления, в которой при записи числа каждая цифра не имеет позицию (вес), а число образуется при сложении и вычитании значений специальных знаков, называется непозиционной

Римская непозиционная система счисления.

I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000).

XXX(30) – цифра X встречается трижды.

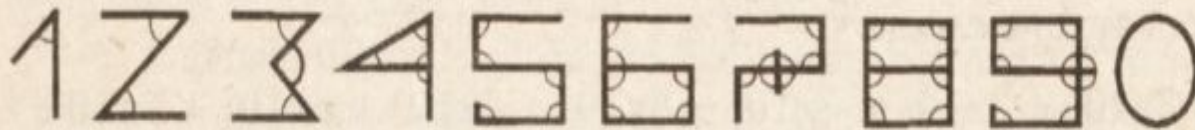
2001: MMI = 1000+1000+1;

1998: MCMXCVIII =

1000+(1000-100)+(100-10)+5+1+1+1.

Десятичная система счисления

- Изобретение десятичной системы счисления относится к главным достижениям человеческой мысли (наряду с алфавитным письмом). Без нее вряд ли могла существовать, а тем более возникнуть современная техника.
- Современные изображения цифр - простая стилизация древних арабских цифр. Историки считают, что арабским цифрам в их первоначальном варианте было придано значение в строгом соответствии с числом углов, которые образуют фигуры.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Позиционные системы счисления.

555

сотни десятки единицы



Развернутая форма числа 555:

$$555_{10} = 5 * 10^2 + 5 * 10^1 + 5 * 10^0.$$

Представление чисел

Число в десятичной системе счисления можно представить в следующем виде :

$$237_{10} = 200 + 30 + 7 = 2 * 10^2 + 3 * 10^1 + 7 * 10^0$$

*В десятичной системе счисления
любое число может быть представ -
лено в виде суммы:*

$$A_{10} = a_1 * 10^0 + a_2 * 10^1 + a_3 * 10^2 + \dots + a_n * 10^{n-1}$$

*где a_1, a_2, \dots, a_n – коэффициенты в
соответствующих разрядах десятичного
числа;*

10- ОСНОВАНИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Двенадцатиричная система счисления

Для повседневного счета была бы удобнее двенадцатиричная система (в ней хорошо записывается треть и четверть).

Были придуманы названия для дополнительных цифр и для круглых чисел

дюжина - 12 шт.,

грос - 12 дюжин.

Но на двенадцатиричную систему люди ни перешли, чтобы не переучиваться.

Представление числа в произвольной системе счисления

- В системе счисления с произвольным основанием любое число может быть представлено как сумма произведений коэффициентов в разрядах на соответствующие степени основания системы счисления g .

$$A_g = a_1 * g^0 + a_2 * g^1 + a_3 * g^2 + \dots + a_n * g^{n-1}$$

Представление информации в ЭВМ

- Язык компьютера –это язык чисел, причем чисел необычных (десятичных), а *двоичных*, алфавит которых состоит всего из двух цифр:
0 и 1.

Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

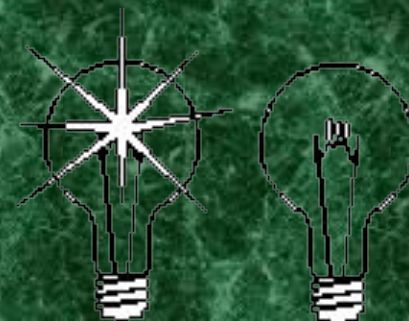
для ее реализации нужны **технические устройства с двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной;

представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;

возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;

двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.



Двоичная система счисления

- ДСС намного старше ЭВМ. Двоичным счислением люди интересуются давно. Особенно сильным это увлечение было с конца 18 до 19 века. Немецкий математик Г.В. Лейбниц считал двоичную систему простой, удобной и красивой.
- Представление чисел в этой СС.

$$A_2 = a_0 * 2^0 + a_1 * 2^1 + a_2 * 2^2 + \dots + a_n * 2^{n-1}$$

$$(g=2)$$

Перевод чисел из десятичной СС в двоичную

Существуют 2 способа перевода чисел из десятичной СС в двоичную:

- а) метод последовательного деления
 - б) метод последовательного вычитания.
- Первый метод используется при переводе относительно малых чисел, второй- при переводе очень больших чисел

Метод последовательного деления.

Для перевода чисел из десятичной СС в двоичную используют следующее правило:

- 1) разделить число на 2. Зафиксировать частное и остаток (0 или 1);
- 2) если частное $\neq 0$, то разделить его на 2 и т.д. если частное $= 0$, то записать все полученные остатки от деления по направлению справа-снизу—влево-вверх.

Пример

Перевести из десятичной системы счисления в двоичную методом последовательного деления число 19.

$$19 \underline{) 2}$$

$$\underline{18} \quad 9 \underline{) 2}$$

$$\underline{8} \quad 4 \underline{) 2}$$

$$\underline{4} \quad 2 \underline{) 2}$$

$$\boxed{1} \mid \underline{2} \quad 1 \underline{) 2}$$

$$\boxed{1} \mid \underline{0} \quad 0$$

$$\boxed{0}$$

$$\boxed{0}$$

$$\boxed{1}$$

Деление столбиком удобно заменить таблицей, где в верхней строке записываются частные от деления нацело на 2, а в нижней остатки от деления.

19	9	4	2	1	0	частное
1	1	0	0	1		остаток

←
Остатки от деления записываются справа налево

$$19_{10} = 10011_2$$

Метод последовательного вычитания.

- Для перевода чисел из 10-ой системы счисления в 2-ую методом вычитания нужно многократно повторить одну и ту же операцию:
- 1. в таблице степеней 2-ки найти максимальную степень, по величине не превышающую переводимое число;
- 2. найти разность, если она не равна 0, повторить все, начиная с п.1.

Таблица степеней числа 2

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Пример

- Перевести из десятичной системы счисления в двоичную методом последовательного вычитания число 1245.

Заполняем таблицу результата: если соответствующая степень числа 2 использована в разложении, ставим коэффициент 1, иначе -0

$$\begin{array}{r} 1245 \\ -1024 \quad 2^{10} \\ \hline 221 \\ -128 \quad 2^7 \\ \hline 93 \\ -64 \quad 2^6 \\ \hline 29 \\ -16 \quad 2^4 \\ \hline 13 \\ -8 \quad 2^3 \\ \hline 5 \\ -4 \quad 2^2 \\ \hline 1 \quad 2^0 \end{array}$$

Степени 2	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
коэффициенты	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1

Результат вычислений

$$1245_{10} = 10011011101_2$$

Домашняя работа

1. Переведите в двоичную запись десятичные числа:

а) 7; б) 5; в) 254; и) 513; к) 999.

Проделайте эту операцию двумя способами: используя правило деления *на 2* и при помощи таблицы весовых значений.

2. Двоичное число записано в виде многочлена:

- а) $1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2$.
- б) $1x2^6 + 1x2^3 + 1x2^2 + 1x2 + 1x2^0$;
- в) $1x2^7 + 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2$.
- Какой вид имеет его двоичная запись?