

ЛЕКЦИЯ 5

«ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ»

Исследование турбулентного пограничного слоя – трудная и нерешенная до конца задача.

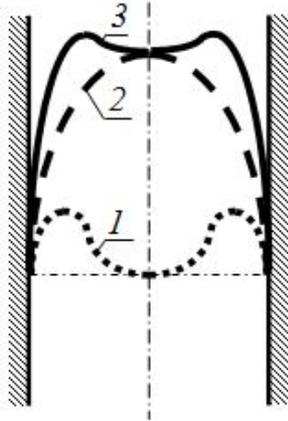
Если при ламинарном течении наблюдается полное соответствие между характером движения потока в целом и его отдельных частей:

- траектории движения отдельных элементов совпадают с течением среды в целом,
- отсутствуют поперечные перемещения элементов среды,
- перенос теплоты и количества движения практически осуществляется только молекулярным механизмом, интенсивность которого мала,
- все параметры (температура, скорость, давление, и т.д.) в стационарных внешних условиях не меняются во времени;

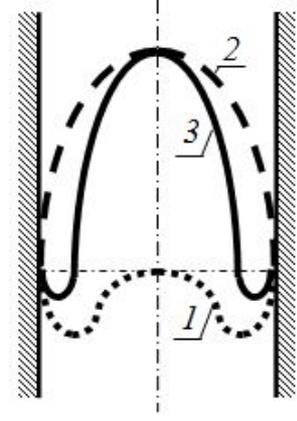
то механизм процессов переноса в турбулентном пограничном слое другой:

При **ламинарном неизотермическом течении** имеют место два режима движения: **вязкостно-гравитационный** и **вязкостный**.

Вязкостно-гравитационный режим наблюдается, когда силы трения (вязкости) и подъёмные силы в потоке соизмеримы.



На рисунке
1- профиль свободного движения,
2 – профиль вынужденного движения,
3 – суммарное распределение скоростей



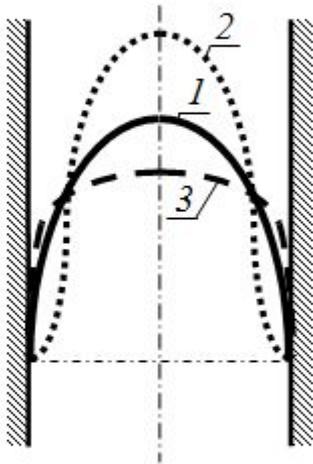
Если направления естественного и вынужденного движения совпадают, что происходит, например, при охлаждении жидкости, движущейся в вертикальной трубе сверху вниз, или, наоборот, при нагревании жидкости, движущейся в трубе снизу вверх, то скорость у стенки возрастает. Эпюра скоростей может иметь 2 максимума .

Приблизённая оценка среднего коэффициента теплоотдачи при вязкостно-гравитационном режиме ламинарного течения, который наблюдается в прямых каналах при $Re < 2300$ и $Ra > 8 \cdot 10^5$ может быть произведена по формуле:

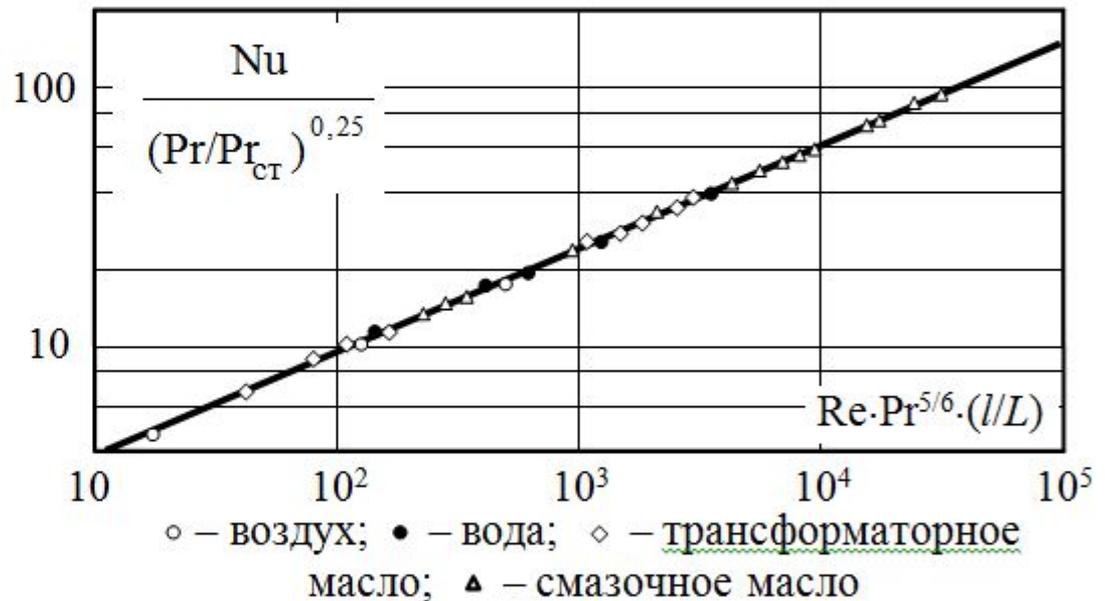
$$Nu = 0,15 \cdot Ra^{0,1} \cdot Re^{0,32} \cdot Pr^{0,33} \cdot (Pr / Pr_{ст})^{0,25}$$

Если направления естественного и вынужденного движения взаимно противоположны, что происходит, например, при охлаждении жидкости, движущейся в вертикальной трубе снизу вверх, то скорость у стенки уменьшается. В итоге частицы жидкости в непосредственной близости от стенки могут двигаться вниз, в то время как основная масса жидкости движется вверх

Вязкостный режим наблюдается при преобладании сил трения над подъёмными силами, то есть он соответствует течению вязких жидкостей при отсутствии влияния естественной конвекции. При вязкостном режиме ламинарного течения распределение скоростей по поперечному сечению канала также отклоняется от параболического, присущего изотермическому

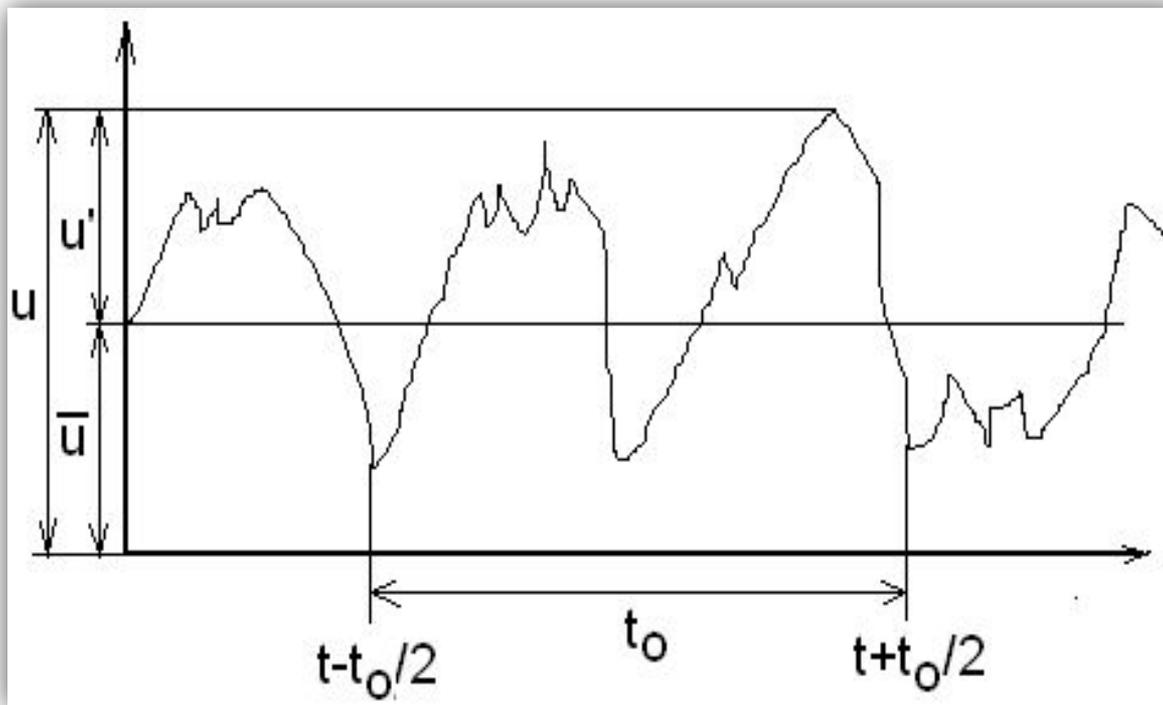


1 – при изотермическом течении;
2 – при охлаждении;
3 – при нагревании



Для вычисления среднего коэффициента теплоотдачи при вязкостном режиме ламинарного течения, который наблюдается в прямых каналах при $Re < 2300$ и $Ra < 8 \cdot 10^5$:

$$Nu = 1,4 \cdot Re^{0,4} \cdot Pr^{0,33} \cdot (l/L)^{0,4} \cdot (Pr/Pr_{ct})^{0,25}$$



Изменение скорости турбулентного потока

Если поток продолжает ориентироваться вдоль поверхности, то его отдельные части могут двигаться как вдоль, так и поперек течения, и даже против него,

Перенос теплоты и количества движения – определяется не только молекулярным механизмом, но и мольным переносом («комки» среды, представляющие собой скопление большого числа молекул, Прандтль назвал молями.

Истинные значения скорости непрерывно отклоняются по величине от некоторых своих средних значений U .

Отклонение истинного значения скорости от своего среднего значения \bar{U} называется *пульсацией* и обозначается U' . За достаточно большой промежуток времени t_0 действие положительных и отрицательных пульсаций взаимно компенсируется.

Идея Рейнольдса: турбулентный поток можно выразить наложением двух течений – основного U и пульсационного U' . Каждая переменная выражается как скорость:

$$U = \bar{U} + U' \qquad V = \bar{V} + V' \qquad W = \bar{W} + W'$$

Следуя Рейнольдсу, принимаем, что средние скорости можно получить, усредняя во времени их истинные значения.

$$\bar{U} = \frac{1}{t_0} \int_{t-\frac{t_0}{2}}^{t+\frac{t_0}{2}} U dy \quad \text{где } t_0 \text{ - период времени,}$$

\bar{U} - среднее значение скорости.

Величина пульсаций скорости в турбулентном течении характеризуется *степенью турбулентности*

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{\overline{U'^2} + \overline{V'^2} + \overline{W'^2}}{3}}}{U_\infty} \cdot 100\%$$

Буссинеск предложил, что по аналогии с законом трения Ньютона, применимого для ламинарного пограничного слоя, *турбулентное касательное напряжение* определяется

$$\tau_t = \mu_T \frac{d\bar{U}}{dy} \quad \text{где } \mu_T \text{ - коэффициент турбулентной вязкости.}$$

Вихревое течение характеризуется бо́льшим градиентом скоростей, а значит, и гораздо бо́льшим трением, часто в десятки раз больше, чем при ламинарном. Коэффициент турбулентной вязкости зависит от распределения скоростей, не является постоянным и пропорционален квадрату скорости. Его точное определение является существенной проблемой.

Для теплообмена по аналогии с законом теплопроводности Фурье, применимого для ламинарного пограничного слоя, тепловой поток для турбулентного пограничного слоя определяется как:

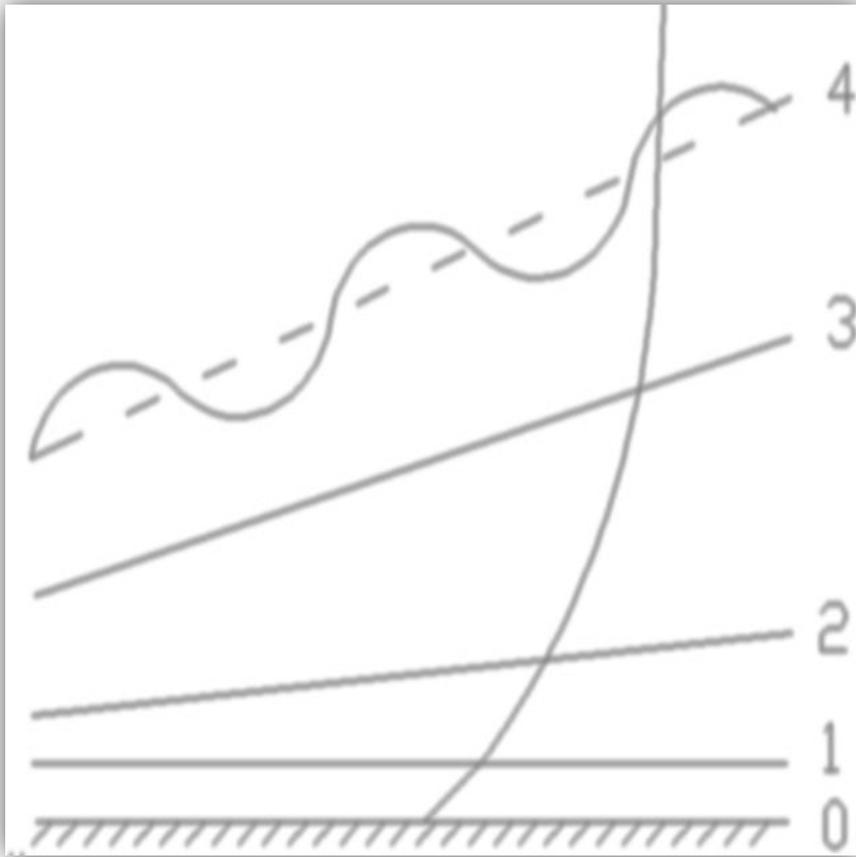
$$q_t = \lambda_t \frac{d\bar{T}}{dy} \quad \text{где } \lambda_t \text{ - коэффициент турбулентной теплопроводности}$$

Если в уравнениях сохранения для ламинарного течения истинные значения скоростей выразить через средние и пульсационные, а затем усреднить во времени, то получаются новые уравнения, приведенные ниже. Они отличаются слагаемыми, учитывающими турбулентный перенос.;

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) = 0; \quad \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial U}{\partial y} \right];$$

$$\rho U C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V C_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial y} \right]$$

КЛАССИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ



- 0-1 – ламинарный подслой
- 1-2 – буферная зона
- 2-3 – ядро турбулентного пограничного слоя.
- 3-4 – внешняя область

В непосредственной близости от стенки находится область ламинарного подслоя, в которой, ввиду большого влияния сил вязкости по сравнению с силами инерции не происходит проникновения пульсаций скорости. Поэтому в ламинарном подслое осуществляется молекулярный перенос энергии и импульса.

Если использовать уравнение пограничного слоя и правило усреднения типа:

$$\overline{U+V} = \overline{U} + \overline{V} \quad \text{или} \quad \overline{\overline{U}} = \overline{U}, \quad \overline{U \cdot V} = \overline{U} \cdot \overline{V}$$

и т.д., тогда из уравнения пограничного слоя получится следующее уравнение

$$\rho \overline{U} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \rho \overline{V} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \overline{\rho U' V'} \right]$$

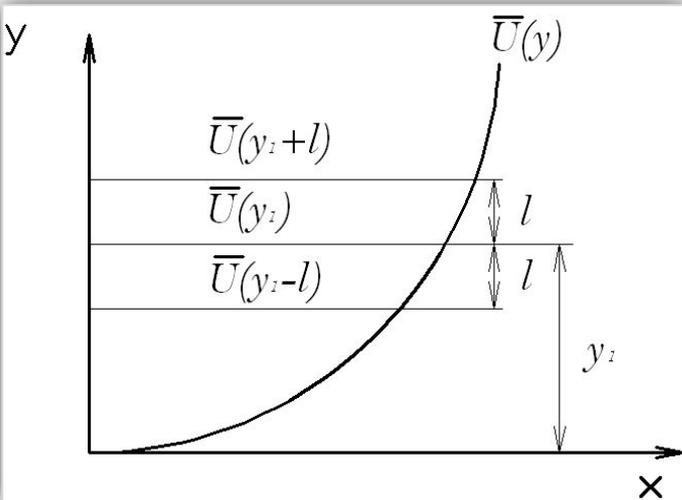
где $\tau_T = -\overline{\rho U' V'}$ - турбулентное трение

МОДЕЛЬ ПРАНДТЛЯ

В 1925 году Прандтль предложил модель длины пути смешения, которая связала коэффициент турбулентной вязкости с полем осредненных скоростей.

Прандтль считал, что турбулентный поток состоит из индивидуально существующих «комков» среды, представляющие собой скопление большого числа молекул, Прандтль назвал их молями. Эти моли различны по величине и по времени существования. Каждый моль совершает движение по сложной индивидуальной траектории. Совокупность этих движений и образует турбулентное течение.

Предположим, что один такой моль, возникающий в слое $(y_1 - l)$ и обладающий скоростью $U(y_1 - l)$, перемещается на расстояние в направлении, перпендикулярном к главному течению.



Движение молей Прандтля в слоях
потока жидкости

На пути своего движения моль, согласно этой модели, не взаимодействует с окружающей средой и размеры моля пренебрежимо малы по сравнению с длиной пути его движения. Расстояние, пройденное молем без взаимодействия l – путь перемешивания равный

$$l = \chi y$$

т.е. пропорционален расстоянию от стенки. Если рассматриваемый моль сохраняет x – составляющую своего импульса, то в новом слое y_1 он будет иметь меньшую скорость, чем окружающая его новая среда.

Разность между новой и старой скоростями будет равна $\Delta U_1 = U(y_1) - U(y_1 - l) \approx l \left(\frac{dU}{dy} \right)_1$

Это выражение получается при разложении скорости $\bar{U}(y_1 - l)$ в ряд Тейлора и отбрасывании всех членов порядка выше первого (так как их значения будут очень малы).

Аналогично, если моль попадает в слой y_1 из слоя $(y_1 + l)$, то в слое y_1 он имеет большую скорость, чем окружающая его среда. Разность скоростей составляет

$$\Delta U_2 = \bar{U}(y_1 + l) - \bar{U}(y_1) \approx l \left(\frac{d\bar{U}}{dy} \right)$$

Каждую из разностей скоростей ΔU_1 и ΔU_2 , вызванных поперечным движением, можно понимать как турбулентную пульсацию скорости в слое y_1 .

Осредненное во времени значение пульсации

$$|\bar{U}'| = \frac{1}{2} (|\Delta U_1| + |\Delta U_2|) \approx l \left| \left(\frac{d\bar{U}}{dy} \right) \right|$$

Следовательно, *путь перемешивания* представляет собой, то расстояние в поперечном направлении течения, которое моль жидкости, двигаясь со средней скоростью своего первоначального слоя, должен пройти, чтобы разность его скорости и скорости течения в новом месте стала равной осредненному во времени значению продольной пульсации течения.

Возникновение пульсации скорости в поперечном направлении V' можно описать так: Два моля, один из слоя $(y_1 - l)$, а другой из слоя $(y_1 + l)$ попадают в слой y_1 и располагаются в нем один за другим. Если, более быстрый моль из слоя $(y_1 + l)$ оказывается позади более медленного моля из слоя $(y_1 - l)$, тогда оба моля сталкиваются со скоростью $2U'$, разрушаются и образованные при этом новые моли получают боковое отклонение, в результате чего возникает поперечное движение, направленное в обе стороны от слоя y_1 . Если же впереди оказывается быстрый моль, то они удаляются друг от друга со скоростью $2U'$. Тогда между молями возникает промежуточное пространство и оно заполняется другими молями, находившимися рядом. Вследствие этого возникает поперечное движение, направленное к слою y_1 .

Поперечные движения жидкости приводят к возникновению поперечных пульсаций V' , которые имеют такой же порядок, как и продольные пульсации U' . Поэтому можно записать: где C – некоторая константа

$$|\bar{V}'| = C \cdot |\bar{U}'| \approx C \cdot l \left(\frac{d\bar{U}}{dy} \right)$$

Причем, как это следует из модели Прандтля, отрицательные пульсации продольной скорости вызывают положительные пульсации поперечной, и наоборот.

Если выразить турбулентное трение через продольные и поперечные пульсации соотношением

$$\tau_t = -\rho \overline{U'V'} \approx -k\rho \sqrt{U'^2} \sqrt{V'^2} \quad \text{тогда} \quad \tau_t = \rho \cdot l^2 \left(\frac{d\overline{U}}{dy} \right)^2$$

Из сопоставления этой формулы и формулы Буссинеска следует, что

$$\mu_t = \rho \cdot l^2 \left(\frac{d\overline{U}}{dy} \right) \quad l = \chi y$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ СКОРОСТИ

$$\rho \overline{U} \frac{d\overline{U}}{dx} + \rho \overline{V} \frac{d\overline{U}}{dy} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{d\overline{U}}{dy} + \mu_T \frac{d\overline{U}}{dy} \right] \quad \mu \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial \tau_T}{\partial y}$$

проинтегрировав, получим: $\mu \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} + \tau_T = c = \tau_w$

где $c = \tau_w$ - характеризует суммарное трение у стенки.

В ядре турбулентного пограничного слоя влияние молекулярных сил мало:

$$\tau_w = \nu \chi^2 y^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2; \quad \frac{dU}{dy} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \frac{1}{\chi y}; \quad U = \frac{1}{\chi} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \ln y + c \quad \text{Логарифмический профиль скорости:}$$

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

СКОРОСТИ

Введем обозначения $U^+ = \frac{U}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}$; $y^+ = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$; - динамическая скорость и координата.

$$\text{Тогда } \frac{\tau_w}{\rho} = (\nu + \nu_T) \frac{\partial U}{\partial y} \rightarrow \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \nu \left(1 + \frac{\nu_T}{\nu}\right) \frac{dU}{dy} \rightarrow \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \frac{dy}{\nu} = \left(1 + \frac{\nu_T}{\nu}\right) \frac{dU}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}$$
$$\rightarrow dy^+ = \left(1 + \frac{\nu_T}{\nu}\right) dU^+ \rightarrow dU^+ = \frac{dy^+}{1 + \frac{\nu_T}{\nu}}$$

В ламинарном подслое (0-1): $\frac{\nu_T}{\nu} \ll 1$; $dU^+ = dy^+ \Rightarrow U^+ = y^+$

\Rightarrow Вывод: динамическая скорость линейно зависит от динамической координаты

В ядре пограничного слоя (2-3): $\frac{\nu_T}{\nu} \gg 1$ - турбулентный перенос превалирует над молекулярным переносом

$$dU^+ = \frac{\nu}{\nu_N} dy^+; \nu_T = \chi^2 y^2 \frac{dU}{dy} = \chi^2 y^2 \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \frac{1}{\chi y} = \chi y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}; dU^+ = \frac{\vartheta dy^+}{\chi y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \frac{\nu}{\nu_T}} = \frac{dy^+}{\chi y^+}; U^+ = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + c$$

Универсальный профиль скорости:

0-1: $U^+ = y^+$, $0 < y^+ < 10$ – ламинарный подслой;

1-2: $U^+ = 5 \ln y^+ - 3$, $10 \leq y^+ \leq 30$ – буферная зона;

2-3: $U^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5$, $30 \leq y^+ \leq 400$ – турбулентное ядро;

3-4: $y^+ > 400$ – внешняя область.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ПО ПРОФИЛЯМ СКОРОСТЕЙ И ТЕМПЕРАТУР

Вычисление этих характеристик проводится с использованием пристенных функций.

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + 5,5 \frac{\chi}{\chi} = \frac{1}{\chi} \ln(9y^+) ; \quad \chi = 0,4 ; \quad \chi 5,5 = \ln 9 ; \quad \frac{U_1}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} = \frac{1}{\chi} \ln \left(9 \frac{y_1}{9} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \right) ;$$

$$\frac{\tau_w}{\rho U_1} = \frac{\chi}{\ln \left(9 \frac{y_1}{9} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \right)} ; \quad SKIN = \frac{\tau_w}{\rho U_1} = \left[\frac{\chi}{\ln \left(9 \frac{y_1 U_1}{9} SKIN^{1/2} \right)} \right]^2 ; \quad \frac{y_1 U_1}{9} = Re ;$$

$$STAN = \frac{SKIN}{Pr_T (1 + P \sqrt{SKIN})} ; \quad P = 9 \left(\frac{Pr}{Pr_T} - 1 \right) \left(\frac{Pr_T}{Pr} \right)^{1/4} ; \quad C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U_\infty^2} = \frac{2SKIN \rho U_1^2}{\rho U_\infty^2} = 2SKIN \frac{U_1^2}{U_\infty^2}$$

Пластина турбулентного пограничного

слоя.

$$\frac{\theta}{x} = 0,37 Re_x^{-0,2} ; \quad C_f = 0,0592 Re_x^{-0,2} ; \quad Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,43}$$

$$STAN = \frac{g}{(T_w - T_1) \rho c_p U_1} = \frac{\alpha}{\rho U_1 c_p}$$

STAN напоминает число Стантона, которое характеризует поток на удалении от стенки, но в отличие от него используется для расчета пристенной области.

SKIN напоминает коэффициент трения C_f .

При турбулентном течении в области чисел Рейнольдса $2300 < Re < 10000$, Х. Хаузен предложил критериальное уравнение вида:

$$Nu = 0,0235 \cdot (Re^{0,8} - 230) \cdot (1,8 \cdot Pr^{0,33} - 0,8) \times [1 + (l/L)^{2/3}] \cdot (\mu / \mu_{ct})^{0,14}$$

где множитель $(\mu / \mu_{ct})^{0,14}$ учитывает влияние направления теплового потока на величину коэффициента теплоотдачи.

в формуле Хаузена учтено формирование профиля скоростей, а значит и пограничных слоёв — гидродинамического и теплового — на начальном участке трубы.

В отечественной практике при $Re > 10000$ предпочтение отдаётся более простой, но вполне надёжной формуле М. А. Михеева, полученной обработкой большого массива экспериментальных данных.

$$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot \Gamma \cdot (Pr / Pr_{ct})^{0,25}$$

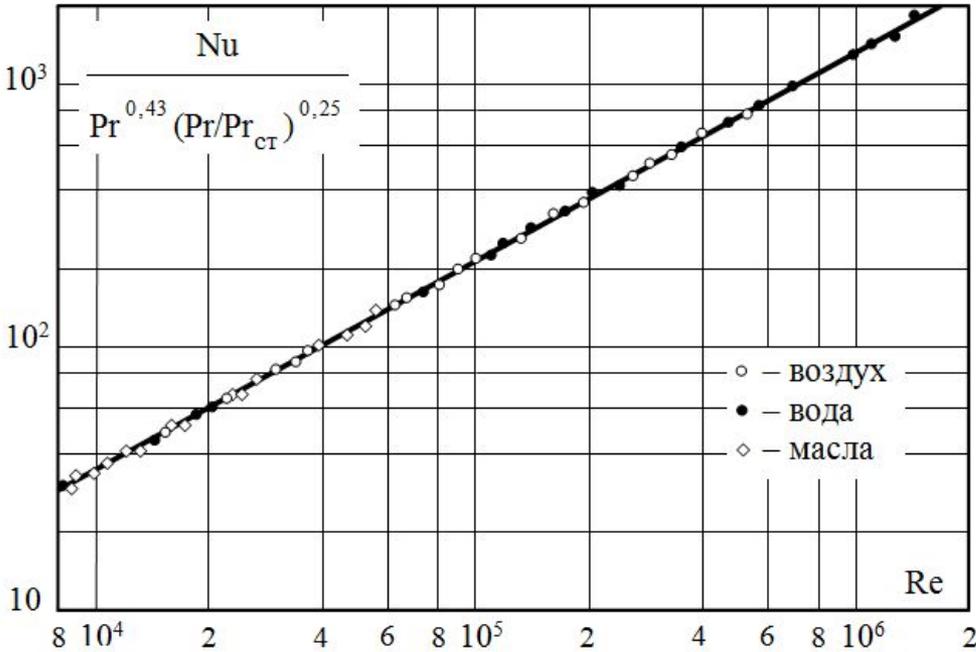
где Γ – симплекс геометрического подобия, равный $\Gamma \approx 1 + 2/(L/d)$ при $(L/d) < 50$; $\Gamma = 1$ при $(L/d) > 50$.

При течении жидкости в каналах кольцевого поперечного сечения средний коэффициент теплоотдачи между жидкостью и поверхностью внутренней трубы лучше всего рассчитывать при устойчивом турбулентном течении жидкости в канале ($Re > 8000$) по уравнению:

$$Nu = 0,017 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \cdot (d_H / d_{BH})^{0,18} \cdot (Pr / Pr_{ct})^{0,25}$$

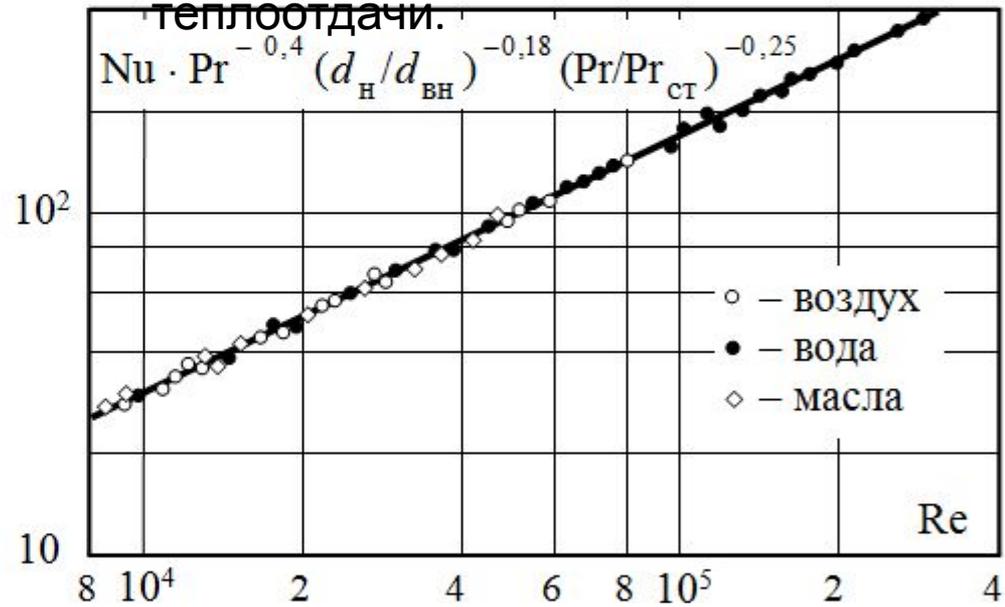
где d_H и d_{BH} – наружный и внутренний диаметры кольцевого канала.

По Михееву М.А.



При турбулентном режиме течения коэффициент теплоотдачи обратно пропорционален диаметру трубы в степени 0,2. Следовательно, увеличению коэффициента теплоотдачи содействует уменьшение диаметра трубы, а увеличение скорости благоприятствует усилению теплоотдачи.

Данные эксперимента по кольцевому каналу



Модели турбулентности

Турбулентные потоки характеризуются пульсационной составляющей скорости. Эти пульсации перемешивают параметры переноса потока (импульса, энергии, и параметры концентрации), что приводит к пульсации самих параметров переноса. Так как эти пульсации могут быть мелкомасштабными и высокочастотными, моделирование такого процесса с помощью прямого численного моделирования требует огромных вычислительных ресурсов. Вместо этого полные уравнения движения осредняют по времени, по пространству или используют другие способы исключения локальных мелкомасштабных пульсаций, получая измененные уравнения движения, которые более приемлемы для промышленных расчетов. Однако, полученные уравнения движения имеют дополнительные неизвестные переменные, для определения этих переменных используются модели турбулентности.

- Model Spalart-Allmaras
- k-ε модели
 - Стандартная k-ε модель "Standard k-ε"
 - Ренормализационная k-ε модель "RNG k-ε"
 - Реализованная k-ε модель "Realizable k-ε"
- k-ω модели
 - Стандартная k-ω модель "Standard k-ω"
 - Модель k-ω с переносом касательных напряжений "SST k-ω"
- Модель Рейнольдсовых напряжений "RSM"
- Модель больших вихревых структур "LES"

На данный момент не существует универсальной модели турбулентности для широкого диапазона течений. Выбор модели турбулентности зависит от характера турбулентного потока, требуемой точности, доступных вычислительных ресурсов, и временных затрат необходимых на процесс моделирования. Для адекватного выбора модели турбулентности необходимо четко представлять свойства и ограничения каждой модели турбулентности. Несмотря на то, что практически невозможно дать стопроцентную рекомендацию по выбору модели турбулентности в определенных промышленных областях, тем не менее можно представить основные критерии выбора, которые помогут определиться с моделью турбулентности для решаемой задачи.

k-ε модели: "Standard", "RNG" и "Realizable"

Все три модели имеют подобные формы, с уравнениями переноса k и ϵ . Основное различие этих моделей заключается в следующем:

- Метод вычисления турбулентной вязкости.
- Турбулентные числа Прандтля управляющие турбулентной диффузией k и ϵ .
- Генерация и распад параметров в ϵ уравнении.

Уравнения переноса, методы вычисления турбулентной вязкости, и постоянные модели представлены отдельно для каждой модели. Особенности, которые, по существу, для всех моделей являются общими во всех моделях следующие: производство турбулентности, генерация вызванная плавучестью, эффекты сжимаемости, и моделирование тепло- и массопереноса.

"Standard" k- ε модель

Стандартная k-ε модель турбулентности является полу-эмпирической моделью, базирующейся на уравнениях переноса турбулентной кинетической энергии k и скорости диссипации ϵ . Уравнение переноса k имеет точную формулировку, в то время как уравнение переноса для ϵ выведено из физических рассуждений и имеет малое сходство с ее точной математической записью.

При выводе стандартной k- ε модели вводилось предположение, что поток является полностью турбулентным ($\mu_t \gg \mu$), и таким образом эффекты вызванные молекулярной вязкостью незначительны, это говорит о том, что стандартная k- ε модель справедлива только для полностью развитых турбулентных течений.

Стандартная k-ε модель получила широкое применение в решении практических инженерных задач, с тех пор, как она была предложена Лаундером и Сполдингом [128]. Ошибкоустойчивость, экономичность, и разумная точность для широкого диапазона турбулентных потоков делает ее наиболее применимой в промышленных задачах. Постоянные коэффициенты для этой модели турбулентности получены опытным путем и поэтому она является полуэмпирической. На базе стандартной k-ε с учетом ее недостатков были созданы "RNG" k-ε модель [272] и "Realizable" k-ε модели

Уравнения переноса "Standard" k-ε модели

Турбулентная кинетическая энергия, k , и скорость диссипации, ϵ , представлены следующими уравнениями переноса:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \epsilon + \nabla_j \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla_j k \right)$$
$$\frac{D\epsilon}{Dt} = S_\epsilon - \frac{\epsilon^2}{k} + \nabla_j \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla_j \epsilon \right)$$

В этих уравнениях, P_k - производство турбулентной кинетической энергии, вызванное градиентами осредненного потока; ϵ - производство турбулентной кинетической энергии, вызванное плавучестью; σ_k - параметр характеризующий пульсации вызванные расширением в сжимаемых турбулентных потоках; σ_ϵ , C_1 - эмпирические константы модели; C_2 и σ_ϵ - турбулентные числа Прандтля для k и ϵ , соответственно; S_k и S_ϵ - источники определяемые пользователем.

Моделирование турбулентной вязкости

Турбулентная (или вихревая) вязкость, ν_t , является функцией k и ϵ , и определяется выражением Колмогорова-Прандтля:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

где C_μ - эмпирическая константа.

Константы модели

Константы модели по умолчанию имеют следующие значения:

$$\frac{\nu_t}{\nu} = 0.09; \quad \frac{\nu_t}{\nu} = 0.09; \quad \frac{\nu_t}{\nu} = 0.09; \quad \frac{\nu_t}{\nu} = 0.09; \quad \frac{\nu_t}{\nu} = 0.09$$

Они были определены экспериментально для течения в области пограничного слоя и невозмущенных потоков (касательные напряжения достаточно малы), с учетом гомогенной изотропной подсеточной турбулентности.

Под гомогенной изотропной подсеточной турбулентностью подразумевают следующее. При выводе уравнений переноса турбулентных (Рейнольдсовых) напряжений часто пользуются гипотезой Буссинеска, связывающей турбулентные напряжения с градиентами осредненных скоростей турбулентного потока:

$$\tau_{ij} = \rho \nu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \nu_t \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

Недостатком гипотезы Буссинеска является предположение о свойстве изотропности турбулентной вязкости потока. Необходимо отметить, что предположение изотропности турбулентного потока является неоправданным при расчетах высокоскоростных вращающихся и закрученных турбулентных течений, а также потоках с развитыми вторичными течениями, вызванными неоднородностью распределения напряжений.

Установленные по умолчанию константы модели турбулентности справедливы для широкого диапазона течений, тем не менее исследователь может поменять

"RNG" k-ε модель

"RNG" k-ε модель была разработана на основе строгих статистических методов (renormalization group theory). Она аналогична стандартной k-ε модели, но имеет ряд существенных отличий:

- Дополнительное условие в уравнении скорости турбулентной диссипации ϵ улучшает точность решения высоконапряженных потоков.
- Дополнительный параметр, учитывающий циркуляцию турбулентности, улучшает точность расчета течений с закруткой потока.
- "RNG" теория предлагает аналитическую формулу турбулентных чисел Прандтля, в то время, как в стандартной k-ε модели данный параметр является константой.
- В то время как стандартная k-ε модель является высокорейнольдсовой моделью, RNG теория предоставляет полученную аналитическим путем дифференциальную формулу эффективной вязкости, что более приемлемо при расчете низкорейнольдсовых течений. Но стоит отметить, что данная формула работает при качественном сеточном разрешении в области пограничного слоя.

Эти особенности делают RNG k-ε модель более точной и надежной для широкого диапазона турбулентных течений, чем в случае со стандартной k-ε моделью.

"Realizable" k-ε модель

Данная модель была относительно недавно разработана и отличается от стандартной k-ε модели:

- Улучшенная форма записи турбулентной вязкости.
- Новое уравнение переноса скорости диссипации, ϵ , получено из точного уравнения переноса среднеквадратичного пульсационного вихря.

Термин "**Realizable**" означает, что модель разрешает некоторые математические ограничения Рейнольдсовых напряжений, которые имеют место в турбулентных течениях. Непосредственное преимущество "**Realizable**" k-ε модели состоит в том, что она более точно предсказывает распределение диссипации плоских и круглых струй. Это также вероятно обеспечит лучшее предсказание вращающихся потоков, пограничных слоев, подверженных сильным градиентам давления, отрывных течений и рециркуляционных течений. Обе модели "**Realizable**" и "**RNG**" k-ε показывают существенное преимущество перед **стандартной** k-ε моделью турбулентности для искривленных, вихревых и вращающихся потоков. "**Realizable**" k-ε модель является еще достаточно новой и не была проведена полная ее апробация для широкого диапазона турбулентных потоков, но по своей постановке является более предпочтительной. Начальные практические исследования показали ее явное превосходство при решении потоков, характеризующихся отрывными течениями и потоков в которых имеют место развитые вторичные течения.

У "**Realizable**" k-ε модели турбулентности существует недостаток, который заключается в том, что она завышает или занижает турбулентную вязкость потока, когда вычислительная область содержит одновременно вращающиеся и неподвижные области (т.е. при использовании множественных систем координат или скользящих сеток). Это объясняется тем, что модель использует эффект осредненного вращения при определении турбулентной вязкости. Этот подход был протестирован для случая одинарной вращающейся системы координат и результаты показали более точное решение, чем в случае **стандартной** k-ε модели турбулентности. Однако, использование этой модели для множественных систем координат является остается под некоторым вопросом.

"Standard" k- ω модель

Стандартная k- ω модель во FLUENT основана на модели Уилкокса, которая адаптирована для расчета течений с низким числом Рейнольдса, сжимаемости и течений с отрывом пограничного слоя. Показывает отличные результаты расчета пристеночных слоев и потоков с низким числом Re. Разновидностью стандартной k- ω модели является SST k- ω модель, которая также доступна во FLUENT.

Модель переноса касательных напряжений "SST" k- ω

Данная модель имеет англоязычную аббревиатуру "SST" (Shear-Stress Transport), является разновидностью стандартной k- ω модели и была разработана Ментером. Данная модель эффективно сочетает устойчивость и точность стандартной k- ω модели в пристеночных областях и k- ϵ модели на удалении от стенок, для этого k- ϵ модель была конвертирована в k- ω модель. "SST" k- ω модель имеет следующие особенности по сравнению со стандартной k- ω моделью:

- Стандартная k- ω модель и преобразованная k- ϵ модель объединяются специальной функцией и обе добавлены в представленную модель. Специальная функция в пристеночной области принимает значение единицы, активизируя стандартную k- ω модель, а на удалении от стенки принимает значение нуля, активизируя преобразованную k- ϵ модель.
- Определение турбулентной вязкости модифицировано для представления уравнения переноса касательных напряжений.
- Отличаются константы моделей турбулентности.

Эти особенности делают SST k- ω модель более точной и надежной для широкого класса потоков (т.е., потоков подверженных градиентам давления, обтекание профилей, околосвуковые ударные волна), чем в случае стандартной k- ω модели.

Модель Рейнольдсовых напряжений "RSM"

Модель Рейнольдсовых напряжений имеет англоязычную аббревиатуру "RSM" (Reynolds Stress Model) и является одной из самых сложных моделей турбулентности предлагаемых FLUENT. Эта модель не использует предположение о изотропности турбулентной вязкости, а для замыкания уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, решает уравнения переноса для Рейнольдсовых напряжений совместно с уравнением для скорости турбулентной диссипации ϵ .

Так как модель "RSM" описывает эффекты кривизны, закрученности, вращения, резкого изменения напряжений между слоями более строго, чем одно- и двух-параметрические модели турбулентности, то она имеет больший потенциал для более точного расчета сложных потоков. Однако "RSM" модель все-таки имеет некоторые упрощения, которые были приняты для составления уравнений переноса Рейнольдсовых напряжений. Использование этой модели турбулентности рекомендуется в случаях, когда анизотропность турбулентного потока оказывает доминирующее влияние на характер турбулентного течения (циклоны, сильно закрученные потоки в камерах сгорания, вращающиеся области, вторичные течения в каналах, вызванные большими нормальными напряжениями и т.д.).

Вычислительные ресурсы, время решения и характер сходимости при использовании различных моделей

С точки зрения вычислительных ресурсов, модель турбулентности "Spalart-Allmaras" является самой экономичной, т.к. она использует одно дополнительное уравнение переноса турбулентной вязкости.

Стандартная k - ϵ модель требует несколько больших вычислительных ресурсов по сравнению с моделью "Spalart-Allmaras", т.к. описывается двумя дополнительными уравнениями переноса. "Realizable" k - ϵ модель требует несколько больших вычислительных усилий по сравнению со стандартной k - ϵ моделью, из-за дополнительных условий и функций в основных уравнениях, а также из-за большей степени нелинейности. Вычисления с помощью "RNG" k - ϵ модели занимает на 10-15% времени центрального процессора больше, чем в случае стандартной k - ϵ модели. Подобно k - ϵ моделям, k - ω модели также являются двух-параметрическими и требуют некоторых вычислительных усилий.

По сравнению с k - ϵ и k - ω моделями турбулентности "RSM" требует дополнительную память и время центрального процессора из-за увеличения числа уравнений переноса Рейнольдсовых напряжений. В среднем "RSM" требует на 50-60% времени CPU больше, чем двух-параметрические модели турбулентности и на 15-20% больше оперативной памяти.

Кроме временных затрат на итерационный процесс, выбор модели турбулентности может повлиять на сходимость численного решения. Например, стандартная k - ϵ модель, как известно является в некоторых случаях сверх диффузионной, в то время, как RNG k - ϵ модель разработана такой, что турбулентная вязкость уменьшается при резких изменениях напряжений. Так как диффузия положительно влияет на сходимость численного решения, то вероятно, что RNG k - ϵ модель будет более восприимчивой к неустойчивости в стационарных задачах. Однако, это не является недостатком RNG k - ϵ модели, т.к. эта характеристика делает ее более отзывчивой к физической неустойчивости, такой как временно зависимые потери турбулентных вихрей.

Точно также и "RSM" модель может потребовать большего количества итераций по сравнению с двух-параметрическими моделями, т.к. в ней заложена ярко выраженная взаимосвязь между Рейнольдсовыми напряжениями и осредненным потоком.

Модель "Spalart-Allmaras"

В моделях турбулентности, которые используют теорию Буссинеска, основная проблема возникает при вычислении вязкого вихря. Модель, предложенная Спалартом и Аллмарасом [226] решает уравнения переноса параметров, которые изменяются турбулентной кинетической вязкостью.

Уравнение переноса в модели "Spalart-Allmaras"

Параметр переноса в модели "Spalart-Allmaras", $\tilde{\nu}$, идентичен турбулентной кинетической вязкости кроме пристеночных (подверженных молекулярной вязкости) областей. Уравнение переноса выглядит:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} + \frac{D\tilde{\nu}}{Dx} + \frac{D\tilde{\nu}}{Dy} + \frac{D\tilde{\nu}}{Dz} = P - D + \text{div}(\sigma) + \text{div}(\tau)$$

где P - производство турбулентной вязкости и D - распад турбулентной вязкости, который происходит в пристеночной области из-за блокирования стенками вязкого демпфирования. C_1 и C_2 - константы и ν - молекулярная кинематическая вязкость. $\tilde{\nu}_w$ - заданный пользователем источник. Следует отметить, что турбулентная кинетическая энергия k не рассчитывается в модели "Spalart-Allmaras", что не принято во внимание при оценке Рейнольдсовых напряжений в указанном уравнении.

Моделирование турбулентной вязкости

Турбулентная вязкость, μ_t , определяется выражением: $\mu_t = \rho C_\mu k^2 \epsilon^{-1/2}$, где функция вязкого

демпфирования, f_μ , определяется: $f_\mu = 1 - \exp(-K^+)$ и

Моделирование производства турбулентности

Производство турбулентности, ϵ , определяется выражением: $\epsilon = C_\epsilon S^2 k$, где

где $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$, $S_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$ и k - константы, d - расстояние до стенки,

S - скалярная мера тензора деформации. Так, по умолчанию во FLUENT, как и в оригинальной модели предложенной Спалартом и Аллмарасом, S базируется на величине завихренности: $\epsilon = C_\epsilon S^2 k$, где ω - тензор осредненной скорости

вращения:

Выбор данной формулировки параметра S объясняется тем, что в потоках ограниченных стенками, которые вызывают практический интерес, турбулентность вызвана завихренностью вблизи стенок, которая, в свою очередь, вызвана самими стенками. Однако, общеизвестно, что в расчете необходимо учесть эффект осредненных напряжений вызванный производством турбулентности, что потребовало некоторой модификации модели.

Эти модификации распространяются на тензоры вращения и напряжения при определении S :

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= \overline{u_i u_j} - \frac{1}{2} \left(\overline{u_i^2} \delta_{ij} + \overline{u_j^2} \delta_{ij} \right) \\ \overline{u_i u_j} &= \overline{u_i u_j} - \frac{1}{2} \left(\overline{u_i^2} \delta_{ij} + \overline{u_j^2} \delta_{ij} \right) \end{aligned}$$

где

Тензоры вращения и напряжения уменьшают производство вязкого вихря и соответственно уменьшают саму вязкость вихря в областях, где величина завихрения превышает напряжения. В качестве примера можно привести вихревые течения, т.е., поток вблизи ядра вихря подвержен чистому вращению, где турбулентность, как известно подавлена. Тензоры вращения и напряжения более точно рассчитывают эффекты вращения в турбулентных потоках. При установленной по умолчанию опции (включает только тензор вращения) наблюдается тенденция точного предсказания производства вязкого вихря, а следовательно и самого вязкого вихря.

Моделирование распада турбулентности

Распад турбулентности определяется выражением:

$$\frac{d\overline{u_i u_j}}{dt} = -C_{w1} \overline{u_i u_j} - C_{w2} \overline{u_i u_j} \frac{S}{\omega} - C_{w3} \overline{u_i u_j} \frac{S}{\omega} \frac{1}{\omega}$$

C_{w1} , C_{w2} , и C_{w3} – константы. Описанные модификации включают эффекты осредненного напряжения S , также как и значение ω , используемое для расчета γ .

Постоянные модели

Постоянные модели ν_{eff} , σ_{eff} , ϵ_{eff} , γ_{eff} , β_{eff} , κ_{eff} и κ имеют по умолчанию следующие значения:

$$\begin{aligned} \nu_{eff} &= \nu_{eff} \\ \sigma_{eff} &= \sigma_{eff} \\ \epsilon_{eff} &= \epsilon_{eff} \\ \gamma_{eff} &= \gamma_{eff} \\ \beta_{eff} &= \beta_{eff} \\ \kappa_{eff} &= \kappa_{eff} \\ \kappa &= \kappa \end{aligned}$$

Пристеночные граничные условия

На стенках, модифицированная турбулентная кинетическая вязкость, ν_{eff} , равна нулю. Когда расчетная сетка достаточно разреженная для ламинарного подслоя, касательное напряжение на стенке получается из ламинарного деформационного-напряженного равенства:

$$\tau_w = \mu \frac{du}{dy}$$

Если сетка не разрежает ламинарный подслей, подразумевается, что средняя точка пристеночного слоя ячеек лежит в логарифмической области пограничного слоя, тогда применяется следующий пристеночный закон:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y u_\tau}{\nu} \right)$$

где u - скорость параллельная стенке, u_τ - касательная составляющая скорости, y - расстояние до стенки, κ - постоянная Кармана (0.4187), и $E=9.793$.

Моделирование конвективного теплообмена и переноса массы

Если турбулентный теплоперенос моделируется с использованием концепции аналогии Рейнольдса переносом турбулентного импульса (см. FLUENT), то моделирование уравнение энергии определяется следующим выражением:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho \epsilon - \rho \beta g T' + \rho \beta g T'' + \rho \beta g T''' + \rho \beta g T'''' + \dots$$

к, в этом случае, тепловая проводимость, E - полная энергия, и τ_{ij} - тензор напряже-ния, определяемый выражением:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \delta_{ij}$$

Параметр ϵ представляет вязкое нагревание, и всегда рассчитывается совместны-ми решателями. Он не вычисляется по умолчанию в последовательном решателе, но может быть задан. По умолчанию турбулентное число Прандтля равно 0.85. Его можно изменить на значение, которое, по мнению исследователя, является более правильным.

Турбулентный массоперенос рассчитывается, с установленным по умолчанию турбу-лентным числом Шмидта 0.7. Это значение также может быть изменено.

Пристеночные граничные условия для переноса скалярных величин "обрабатываются" аналогично импульсу, с использованием "пристеночного закона".

Пора выбросить дурные мысли ИЗ ГОЛОВЫ

