



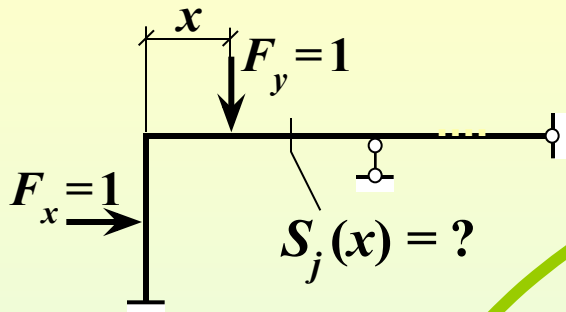
# **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

## **Часть ii**

# **СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ**

**Линии влияния  
силовых факторов в статически  
неопределимых системах**

# Использование статического метода для построения линий влияния усилий в СНС



Кинематический метод

$$S_j(x) = \sum_{k=1}^n S_{j,k} W_k(x) + S_{j,F}(x) \quad \text{Л.В. } S_j$$

$W_k(x)$  ( $k = \overline{1, n}$ ) – основные неизвестные

МС – $X_k(x)$	} при грузе $F=1$ в точке с координатой $x$
МП – $Z_k(x)$	
СМ – $Y_k(x)$	

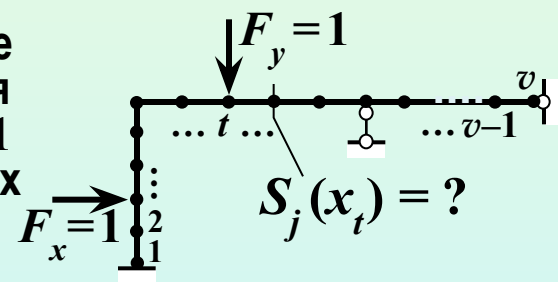
$S_{j,F}(x)$  – усилие в основной системе от  $F=1$

$$\begin{aligned} \text{Л.В. } S_j &= \\ &= \text{Л.В. } S_{j,F} + \\ &+ \sum_{k=1}^n [S_{j,k} \cdot \text{Л.В. } W_k] \end{aligned}$$

$S_{j,k}$  – усилие в основной системе от  $W_k = 1$

## Численное решение в матричной форме

Сущность – рассмотрение многовариантного нагружения СНС единичным грузом  $F = 1$  в конечном числе назначенных точек  $1, 2, \dots, t, \dots, v$ :



Линия влияния силового фактора  $S_j$  получается суммированием Л.В. этого фактора в основной системе МС/МП/СМ и линейной комбинации линий влияния основных неизвестных используемого метода.

Матрица (строка) влияния силового фактора  $S_j$ :

$$\lambda_{S_j} = \begin{cases} \tilde{L}_F - \tilde{L} \cdot (L^T \cdot B \cdot L)^{-1} \cdot (L^T \cdot B \cdot L_F) & \text{– по методу сил} \\ \tilde{S}_F - \tilde{S}_0 \cdot (a^T \cdot K \cdot a)^{-1} \cdot (a^T \cdot S_F - c^T \cdot F_u) & \text{– по методу перемещений} \end{cases}$$

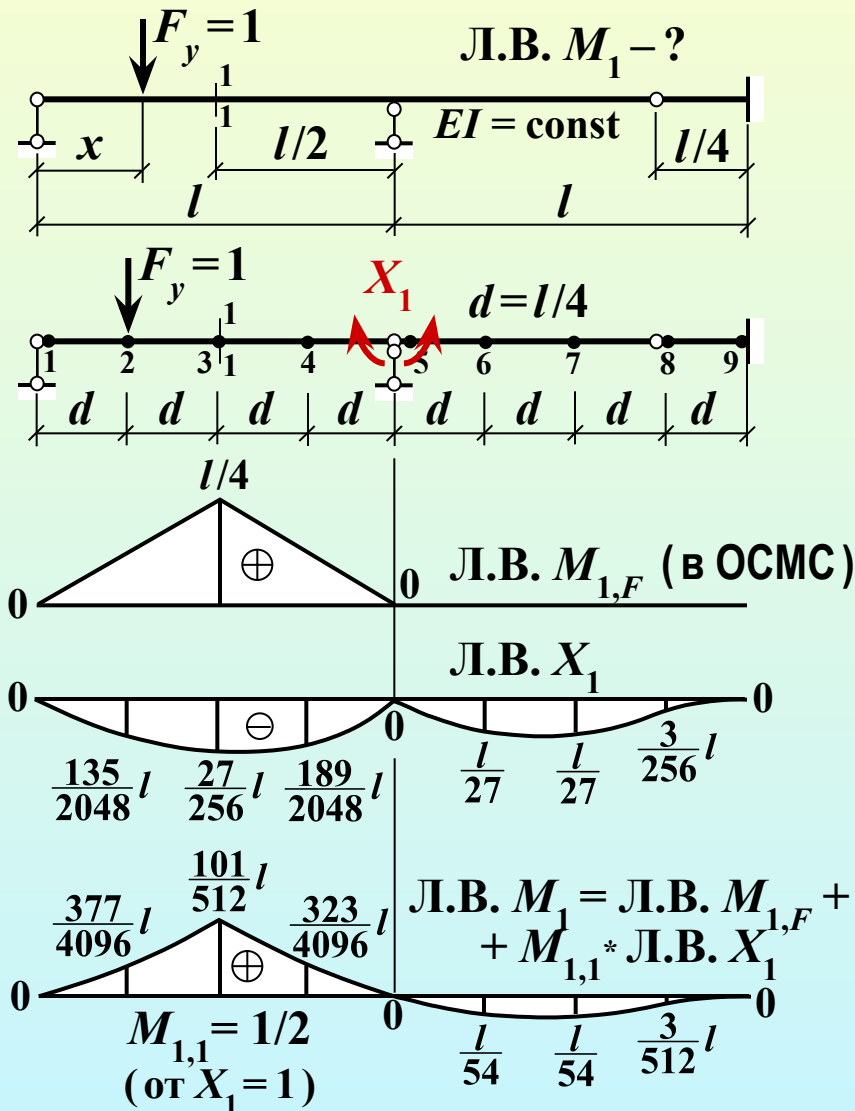
Аналогично,  $\Lambda_S = [\lambda_{S_1}^T \quad \lambda_{S_2}^T \quad \lambda_{S_j}^T \quad \lambda_{S_m}^T]^T$  – матрица влияния  $m$  силовых факторов

- Примечания:
1. В **ОСМП** Л.В.  $S_{j,F}$  локализована на одном-двух элементах (исключение – Л.В.  $N$ ).
  2. При  $n > 2$  аналитическое решение затруднительно.

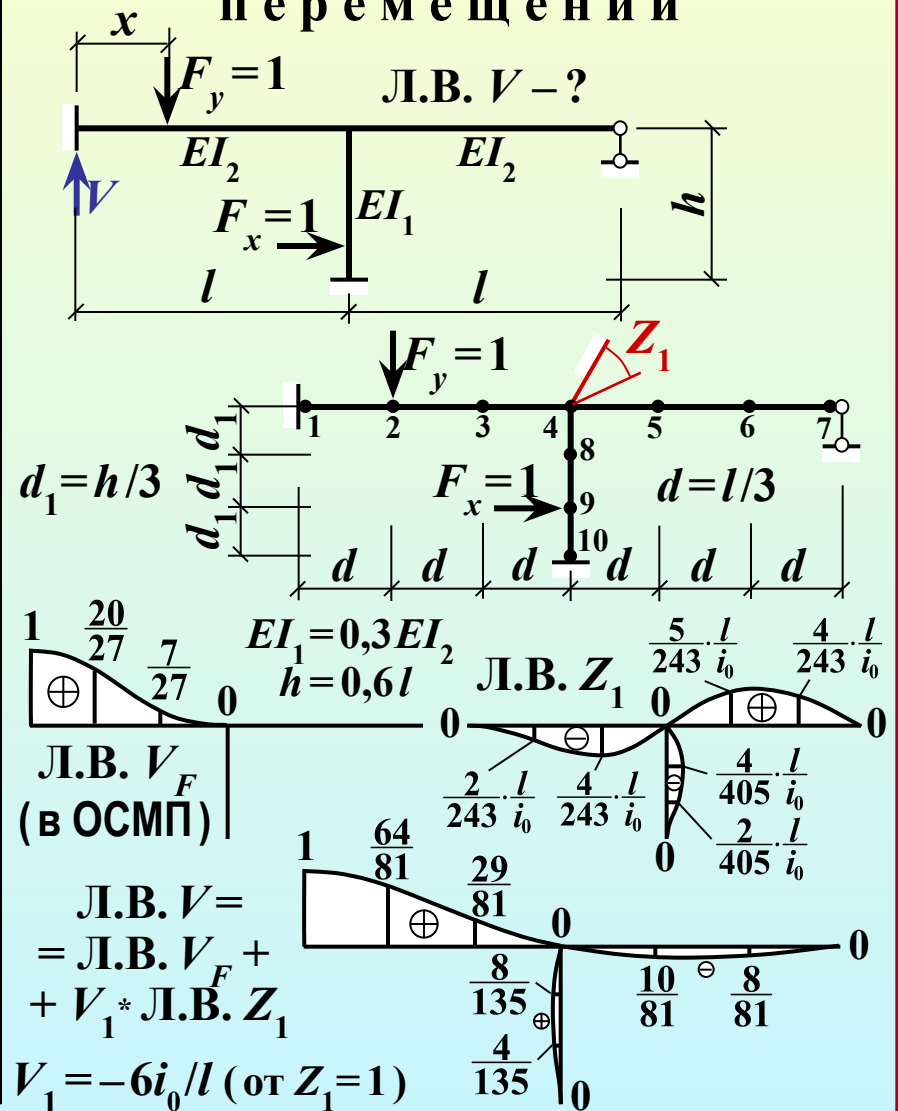
# Примеры

## Использование статического метода для построения линий влияния усилий в СНС

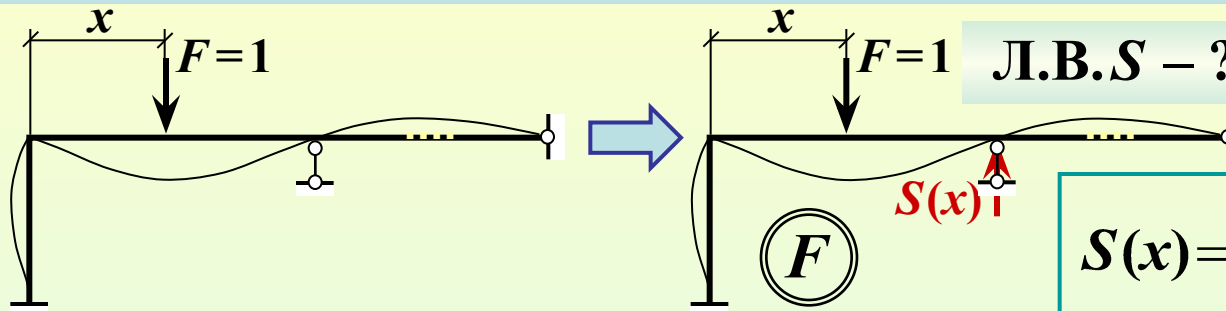
Решение методом сил



Решение методом перемещений

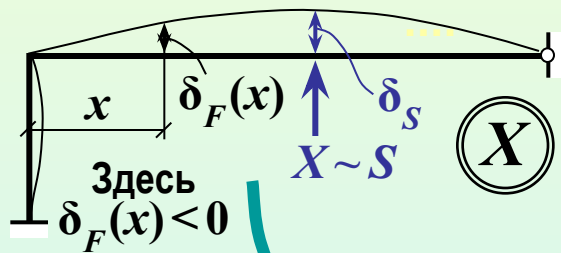


# Использование кинематического метода для построения линий влияния усилий в СНС



$$S(x) = - \frac{F \cdot \delta_F(x) + W_{int}(x)}{\delta_S}$$

Вспомогательное состояние



Если  $W_{int} = 0$ , то  $S(x) = - \frac{\delta_F(x)}{\delta_S}$

$\delta_F(x) = ?$

По теореме Бетти:

$$W_{ext, FX} = W_{ext, XF}$$

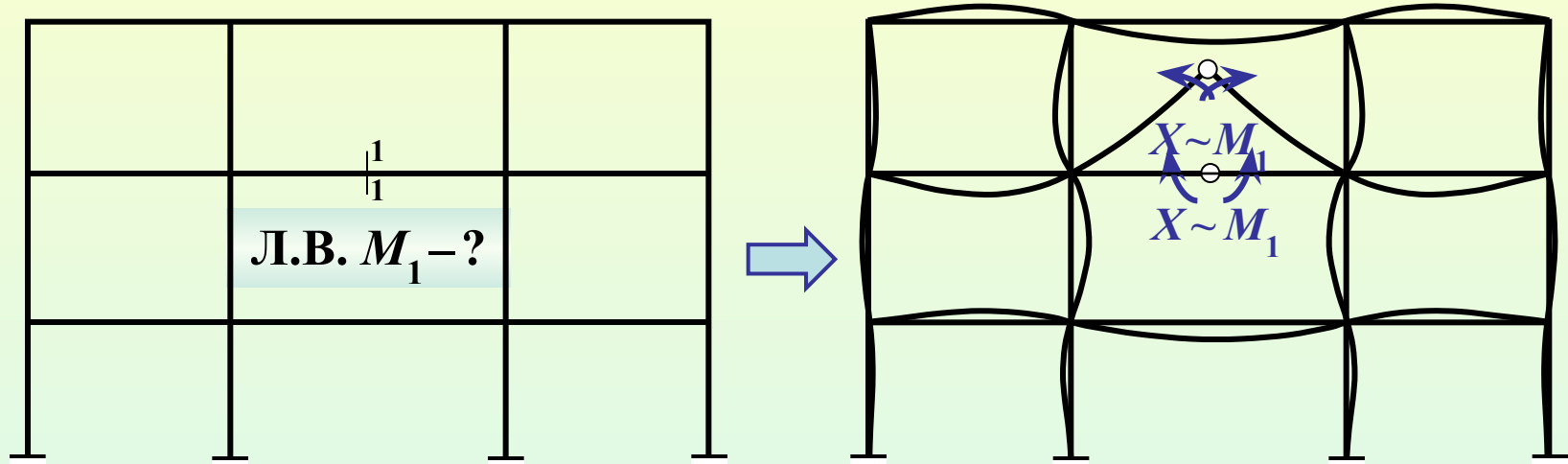
$$1 * \delta_F(x) + S(x) * \delta_S = X * 0$$

Правило:

Линия влияния силового фактора  $S$  в статически неопределимой системе с точностью до множителя  $(-\delta_S^{-1})$  подобна эпюре перемещений в системе с удалённой связью, реакцией которой является искомый фактор  $S$ , от воздействия  $X$ , **подобного** усилию  $S$ .

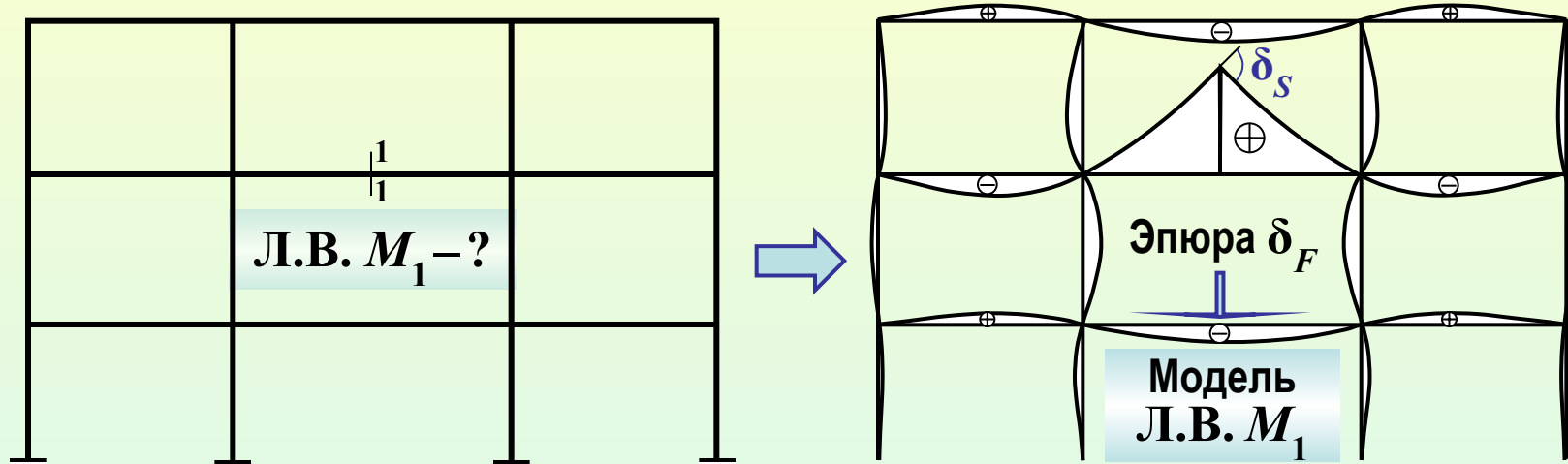
# Использование кинематического метода для построения линий влияния усилий в СНС

## Получение «модели» линии влияния

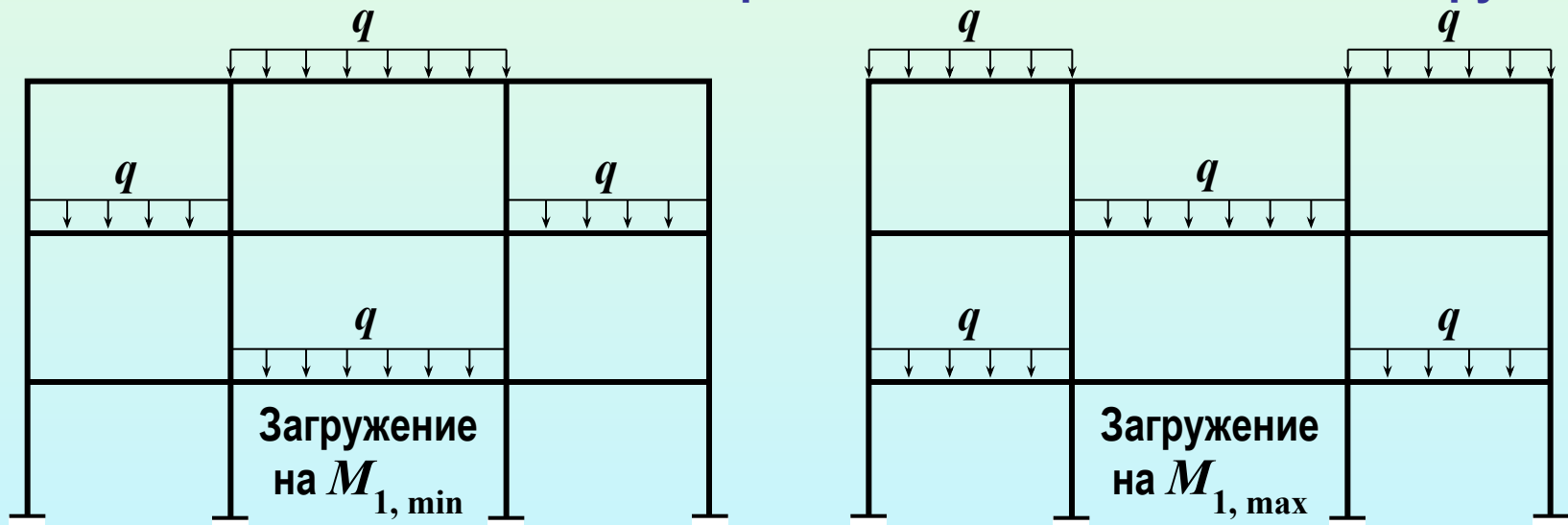


# Использование кинематического метода для построения линий влияния усилий в СНС

## Получение «модели» линии влияния



## Применение «модели» Л.В. для определения невыгоднейших нагрузок



# Контрольные вопросы

( в скобках даны номера слайдов, в которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках\*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 7» )

1. Общая формула статического метода построения линии влияния силового фактора в статически неопределимой системе; её варианты при использовании методов сил, перемещений и смешанного для раскрытия статической неопределимости (2).
2. Какова особенность линий влияния изгибающих моментов и поперечных сил в ОСМП? (2)
3. Подход к построению статическим методом линии влияния силового фактора в СНС, как к задаче многовариантного нагружения:
  - а) общая идея (2);
  - б) формулы для матрицы-строки влияния силового фактора с использованием для расчёта СНС методов сил и перемещений (2).
4. Как формируется матрица влияния нескольких ( $m$ ) силовых факторов в СНС и по каким формулам она вычисляется с использованием МС и МП? (2)
5. Основные формулы кинематического метода построения линий влияния усилий в СНС (общий и частный случаи) (4).
6. Как может быть получена кинематическим методом модель линии влияния усилия в СНС? (4)
7. Как используется модель линии влияния силового фактора в СНС для определения невыгоднейших нагружений системы временными нагрузками? (6)

---

\*) Только в режиме «Показ слайдов».