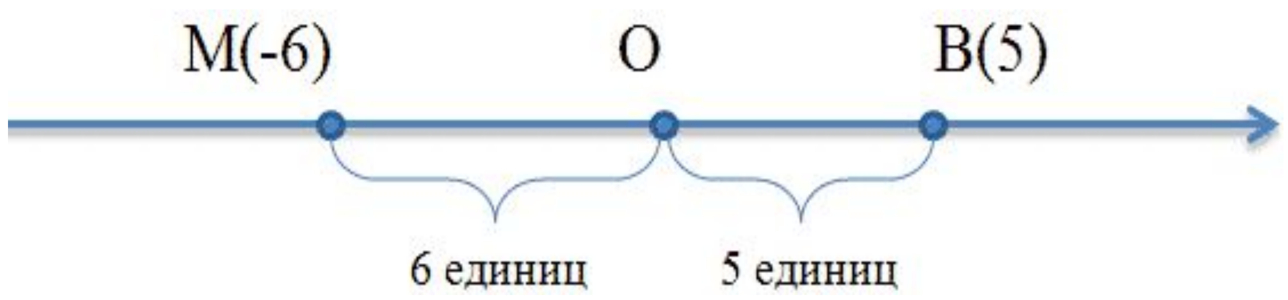
Тема урока:

Геометрическая интерпретация при решении уравнений, содержащих знак модуля

МОУ «Осташевская средняя общеобразовательная школа»,
учитель математики Качайкина Н.Б.

Основные понятия

- **Модулем числа *а*** называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки **А(*а*).**

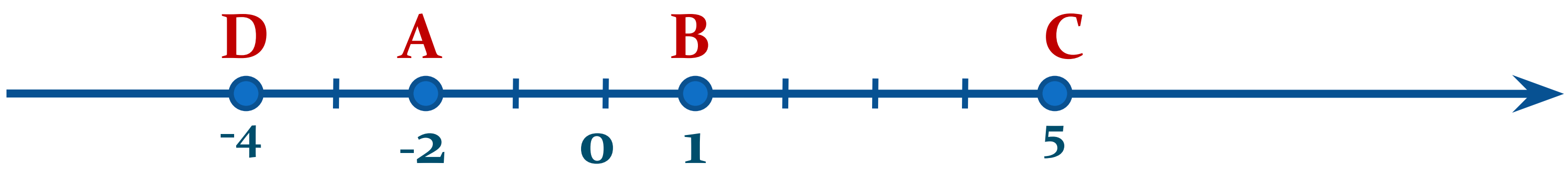


- Модуль числа **5** равен **5.** Пишут: **|5| = 5.**
- Число **6** называют модулем числа **-6**.
- Пишут: **|-6| = 6.**
- ***Модуль числа не может быть отрицательным.***
- Противоположные числа имеют равные модули:

| -*а* | = | *а* |

Расстояние между двумя точками

- На координатной прямой *точка с большей координатой лежит* ***правее*** точки с *меньшей координатой.*



- Чтобы найти длину отрезка на координатной прямой, надо из *координаты его правого конца* ***вычесть*** *координату его левого конца.*
- ***BC = 5 – 1 = 4;   AC = 5 – (- 2) = 7; AD = - 2 – (- 4) = 2***

М о д у л ь
и расстояние между двумя точками

$AB = |3 - 8| = |8 - 3| = 5$

$CD = |-4 - 5| = |5 - (-4)| = 9$

$MN = |-9 - (-3)| = |-3 - (-9)| = 6$

Формула расстояния между двумя точками координатной прямой с координатами x и a: $\rho(x,a) = |x - a|$

Решите уравнения:

- $|x-2| = 3,$
- $|3x+6| = 4,$
- $|x-3| + |x-1| = 5,$
- $|x+4| + |x-5| = 9,$
- $|2x-3| + |2x+3| = 6,$
- $|x+5| - |x-8| = 13,$
- $|x+4| - |x-3| = 1,$
- $|3x-8| - |3x-2| = 6.$
- $|x+7| = |x-5|$

HELP
HELP
HELP
HELP
HELP
HELP
HELP
HELP
HELP

Проверь себя

- Сколько решений может иметь уравнение $| x-4 | = a$, в зависимости от значений a?

HELP

- Сколько решений может иметь уравнение $| x+3 | + | x-1 | = a$, в зависимости от значений a?

HELP

- Сколько решений может иметь уравнение $| x+3 | - | x-1 | = a$, при положительных значениях a?

HELP

Число решений уравнения вида:
| x – a | + | x – в | = c

- Если *сумма модулей* ***с*** ***больше расстояния*** между двумя точками ***а*** *и* ***в***, то уравнение имеет ***два решения.***
- Если ***сумма модулей равна расстоянию*** между двумя точками, то ***уравнение имеет множество решений***, ***которые принадлежат отрезку между точками***

  [а; в].
- Если ***расстояние*** между двумя точками ***меньше суммы модулей***, то ***решений нет.***

Домашняя работа

Исследовать уравнения и ***определить число корней*** в зависимости от значения ***a*** :

- $|x - 4| - |x + 2| = a,$
- $|x+1| - |x - 6| = a,$
- $|x - 3| - |x - 8| = a.$

С п а с и б о   з а   в н и м а н и е.

Проверь себя

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x-4| = a,$$

в зависимости от значений а?

Ответ:

- а) Если $a=0$, то уравнение имеет одно решение;
- б) Если $a>0$, то уравнение имеет **2** корня,
- в) Если $a<0$, то уравнение ***не имеет*** *корней*

П р о в е р ь   с е б я

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x+3|+|x-1| = a,$$

в зависимости от значений a?

Ответ:

- а) Если $a=4$, то уравнение имеет множество решений – отрезок $[-3;1]$,
- б) Если $a>4$, то уравнение имеет **2** корня,
- в) Если $a<4$, то уравнение ***не имеет*** *корней*

Download

Проверь себя

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x+3| - |x-1| = a,$$

при положительных значениях a?

Ответ:

- а) если $a = 4$, то уравнение имеет множество решений $-[1; +\infty)$,
- б) если $0 < a < 4$, то уравнение имеет **1** решение, которое лежит внутри отрезка $[-3;1]$,
- в) если $a > 4$, то уравнение ***не имеет*** *решений*.

Download

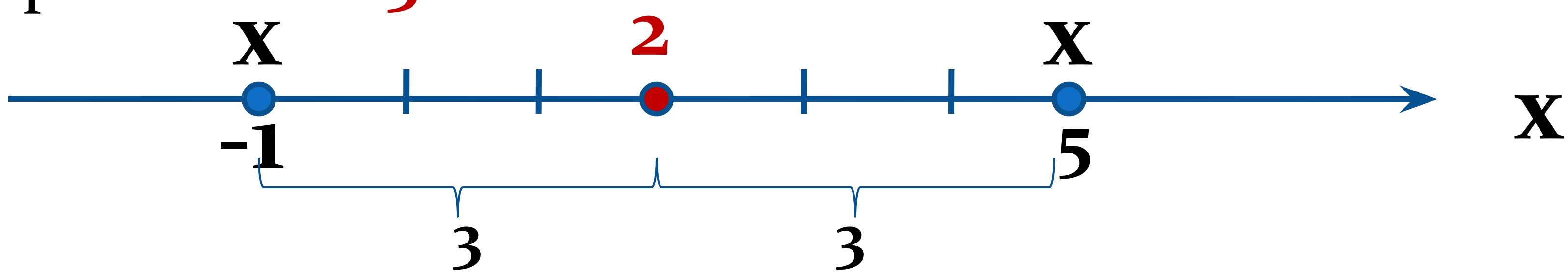
Решение уравнения |x - 2|=3

Решить уравнение: $|x - 2| = 3$,

значит найти на координатной прямой такие точки

X, которые удовлетворяют условию $\rho(x;2) = 3$;

другими словами удалены от точки с координатой 2 на расстояние 3.



Ответ: -1; 5.

Решение уравнения $|3x + 6| = 4$

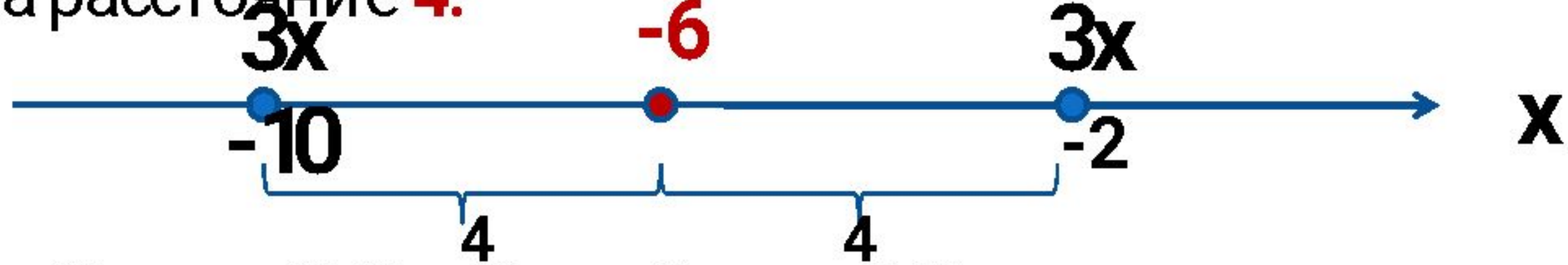
Решить уравнение: $|3x + 6| = 4$,

значит найти на координатной прямой такие точки

X, которые удовлетворяют условию $\rho\,(3x; -6) = 4$;

другими словами удалены от точки с координатой

-6 на расстояние 4.



$3x = -10$, $x = -10/3$; $3x = -2$, $x = -2/3$.

Ответ: $-10/3$; $-2/3$.

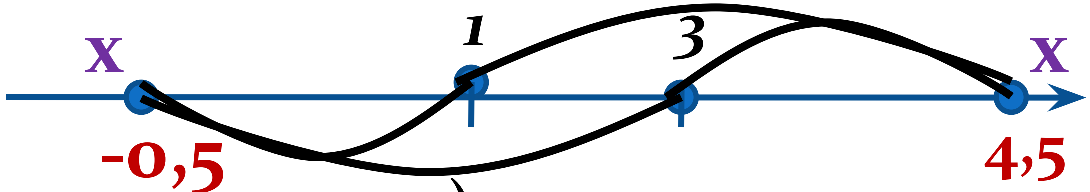
Решение уравнения $|x-3|+|x-1|=5$

- $|x-3| = \rho(x, 3)$; $|x-1| = \rho(x, 1)$
- Нужно найти такую точку X(x),

  что : $\rho(x, 3) + \rho(x, 1) = 5$.
- $\rho(3, 1) = 2$, $2 < 5$, следовательно, точка с координатой

X находиться вне отрезка [1; 3] и ***таких точек две.***

1) $1{,}5 + 3{,}5 = 5$



2) $3{,}5 + 1{,}5 = 5$

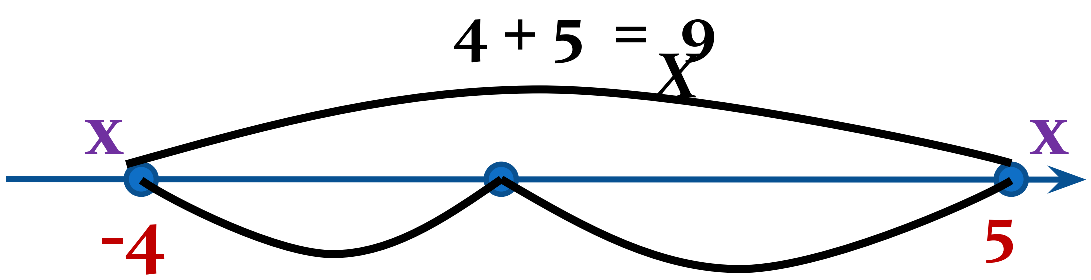
Ответ: [-0,5; 4,5].

Решение уравнения $|x+4|+|x-5|=9$

- $|x+4| = \rho(x,-4)$; $|x-5| = \rho(x,5)$
- Нужно найти такую точку X(x),

  что : $\rho(x,-4) + \rho(x,5) = 9$.

- $\rho(-4,5) = 9$, $9 = 9$, следовательно, все точки этого промежутка удовлетворяют условию уравнения

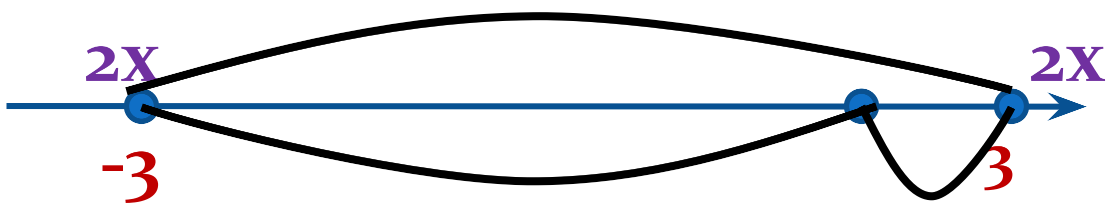


Ответ: $[-4; 5]$.

Решение уравнения $|2x-3|+|2x+3|=6$

- $|2x - 3| = \rho(2x, 3)$; $|2x + 3| = \rho(2x, -3)$
- Нужно найти такую точку ,

  что : $\rho(2x, 3) + \rho(2x, -3) = 6.$
- $\rho(3, -3) = 6$, $6 = 6$, следовательно, все точки этого промежутка удовлетворяют условию уравнения



$2x = -3$ $\qquad$ $2x = 3$

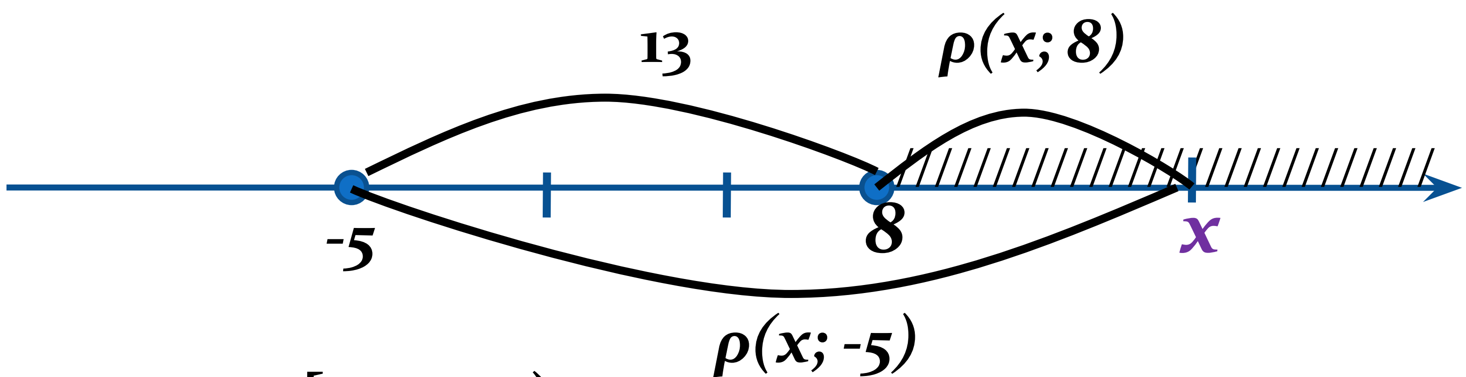
$x = -1{,}5$ $\qquad$ $x = 1{,}5$

Ответ: [-1,5; 1,5].

Решение уравнения |x+5| - |x-8| = 13

$\rho(-5; 8) = 13$, $\rho(x; -5) > \rho(x; 8)$

$\rho(x; -5) - \rho(x; 8) = 13$ *это* множество точек координатной прямой, расположенных ***правее*** числа **8.**



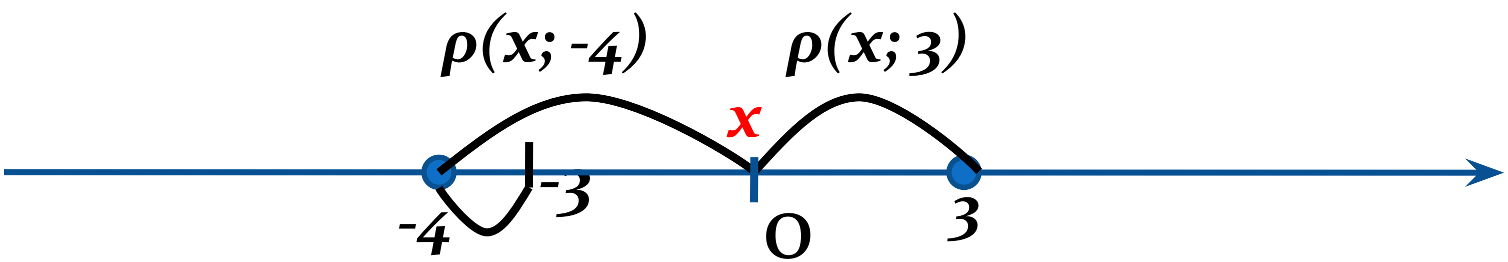
Ответ: $x \in [8; +\infty)$

Решение уравнения | x+4 | - | x-3 | = 1

ρ (x, -4) - ρ (x, 3) = 1, где **ρ (x, -4) > ρ (x, 3)**

ρ (-4, 3) = 7, 7 > 1, следовательно, точка с координатой **x** находиться внутри отрезка

[-4; 3] и ***такая точа одна.***



Ответ: ***0***

Решение уравнения |3x-8| - |3x-2| = 6

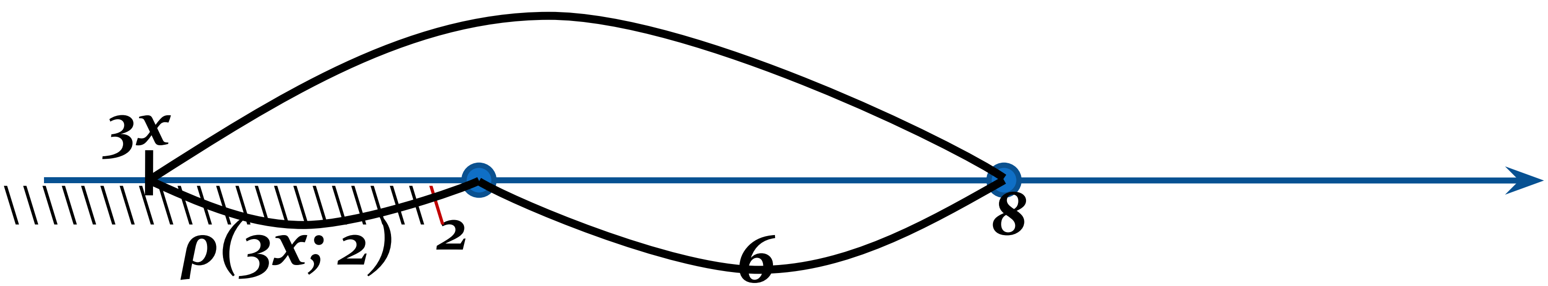
$\rho(8;2) = 6$, $\rho(3x;8) > \rho(3x;2)$

$\rho(3x;8) - \rho(3x;2) = 6$ *это* множество точек координатной прямой, расположенных ***левее*** числа **6.**

$\rho(3x;8)$

$3x < 2$

$x < 2/3$



Ответ: $x \in (-\infty; 2/3]$

Download

Решение уравнения |x+7|=|x-5|

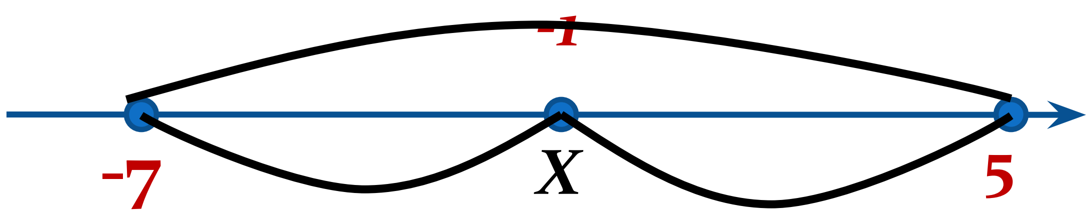
$|x+7| = \rho(x, -7)$; $|x-5| = \rho(x, 5)$

Нужно найти такую точку X(x),

что : $\rho(x, -7) = \rho(x, 5)$.

$\rho(-7, 5) = 12$, следовательно, середина промежутка [-7;5] удовлетворяет условию уравнения

$\rho(-7, 5) = 12$



Ответ: -1.

Download