ТЕМА: 5

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средняя величина

это

обобщающий показатель,
характеризующий уровень или размер
варьирующего признака в расчёте
на единицу однородной совокупности
в конкретных условиях места и времени.

1. Средняя величина должна исчисляться лишь для совокупности, состоящих из Однородных единиц

2. Если совокупность не однородной, то необходимо разделять ее на однородные группы и вычислять для них групповые типичные средние, характеризующие каждую из этих групп, и в этом проявляется связь между методом группировок и средних величин.

4. Среднюю величину целесообразно исчислять не для отдельных единичных фактов, взятых изолировано друг от
друга, а для совокупности фактов.

Условия правильного применения средней величины

3. Средняя величина сглаживает индивидуальные значения изучаемого признака и тем самым может элиминировать различные тенденции в развитии, скрыть передовое и отстающее, по этому Креме
средней величины следует исчислять и другие показатели.

виды средних величин

- Степенные средние величины
  - средняя арифметическая величина простой и взвешенной.
  - средняя гармоническая величина простой и взвешенной
  - средняя геометрическая величина простой и взвешенной
  - средняя квадратическая величина простой и взвешенной
- Структурные средние величины
  - мода
  - медиана
  - Квартили
  - Децили
  - Квинталы
  - Перцентили

Основные элементы средней степенной величины

Варианта (X)

Это варьирующий признак, для которого исчисляется средняя величина

Число единиц (n)

Это Количество вариантов в изучаемой совокупности

Веса, частоты (f)

Это показатели Повторяемости Вариант в изучаемой совокупности

Типы средней степенной величины

Средняя степенная величина простой

Средняя степенная величина взвешенная

$$\overline{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m}{n}}$$

$$\overline{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m \cdot F}{\sum F}}$$

где x – это значение варьирующего признака;
n – число единиц совокупности;
m – показатель средней степени.

где F – это частоты или веса, показывающие, сколько раз повторяется каждая варианта признака.

Средняя арифметическая

Средняя арифметическая простая

Средняя арифметическая простая используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по не сгруппированным данным и **определяется по формуле:**

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

Средняя арифметическая взвешенная

Средняя арифметическая взвешенная применяется когда расчет проводиться по сгруппированным данным или по вариационным рядом, которые могут быть дискретными или интервальными и **Определяется по формуле:**

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i \cdot F_i}{\sum F_i}$$

При наличии вариационного непрерывного ряда распределения как с равными так и с неравными интервалами.

То для вычисления средней арифметической взвешенной, находится среднее значение каждого интервала, как полусуммы его верхней и нижней границы.

Эти средние значения интервалов являются новыми значениями вариантов, подлежащими усреднению.

Средняя гармоническая

Средняя гармоническая простая

Используется когда статистическая информация не содержит частот по отдельным вариантов совокупности и когда результаты произведения этих вариантов на эти частоты везде одинакова.

Определяется по формуле

$$\overline{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X}}$$

Средняя гармоническая взвешенная

Используется когда в качестве весов используются не единицы совокупности, т.е. носители признака, а произведения этих единиц на значения признака (m=X*F), и когда результаты произведения значения признака на количество единиц неодинаково.

$$\overline{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{X}}$$

Средняя геометрическая

Средняя геометрическая простая

Средняя геометрическая взвешенная

Применяются для определения средней величины по относительным показателям в рядах динамики.

Простая

$$\overline{X} = \sqrt[n]{\Pi X}$$

либо

$$\overline{X} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n}$$

Взвешенная

$$\overline{X} = \sqrt[\sum F]{\Pi X^F}$$

либо

$$\overline{X} = \sqrt[\sum F]{X_1^{F_1} \cdot X^{F_2}{}_2 \cdot \ldots \cdot X_n^{F_n}}$$

Средняя квадратическая

Средняя квадратическая простая	Средняя квадратическая взвешенная

Применяются, когда в место индивидуальных значений признака представлены квадраты исходных величин

$$\overline{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2}{n}}$$

$$\overline{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2 \cdot F}{\sum F}}$$

Следует отметить, что средние квадратические, кубические, биквадратические и т.д. имеют ограниченное применение на практике в статистике.

Правило мажорантности средних величин

Предполагает строго определенные соотношения
Между разными видами средних величин
В частности:

$$\overline{X}_{гарманическая} \leq \overline{X}_{геометрическая} \leq \overline{X}_{арифметическая} \leq \overline{X}_{квадратическая}$$

Исчисление средней величины способом момента первого порядка

Средняя величина способом момента первого порядка исчисляется при наличии непрерывного вариационного ряда распределения с равными интервалами и **определяется по формуле:**

$$\overline{X} = m_1 \cdot h + \mathrm{A}$$

А - середина центрального интервала;
h – это ширина интервала;

m_1 - это момент первого порядка.

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{X_i - \mathrm{A}}{h} \right) \cdot F_i}{\sum F_i}$$

Средняя структурная величина: Мода

Это

вариант, который чаще всего, встречается в изучаемой совокупности.
В вариационном дискретном ряду модой выступает вариант, имеющий наибольшую частоту.
В интервальном ряду мода Определяется по формуле:

$$Mo = X_0 + h\frac{\left(F_{Mo} - F_{Mo-1}\right)}{\left(F_{Mo} - F_{Mo-1}\right) + \left(F_{Mo} - F_{Mo+1}\right)}$$

X_0 - нижняя граница модального интервала;

h – ширина модального интервала;

F_m - частота модального интервала;

F_{m-1} - частота интервала, предшествующего модальному интервалу;

F_{m+1}- частота интервала – следующего за модальные.

Средняя структурная величина: Медиана

это

вариант, который находится в середине ранжированного вариационного ряда.

Медиана делит ряд пополам, где по обе стороны находится одинаковое количество единиц совокупности.

В интервальном ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = X_0 + h\frac{\frac{\sum F}{2} - S_{Me-1}}{F_{Me}}$$

Где X_0 - нижняя граница медианного интервала;

h – ширина медиана интервала;

$\sum F$ - сумма частот ряда;

S_{me-1} - сумма накопленных частот в интервалах, предшествующих медианному;

F_{me} - частота медианного интервала.

Квартили

значения признака, делящие ранжированную интервальный ряд на четыре равные части

Нижний квартиль	Верхний квартиль
Нижний квартиль отделяющий ¼ Часть совокупности с наименьшими Значениями признака.	Верхний квартиль, отсекающий ¼ Часть с наибольшими значениями Признака.

$$Q_1 = x_{Q1} + h_{Q1}\frac{\frac{1}{4}\Sigma F - S_{Q1-1}}{F_{Q1}}$$

$$Q_3 = x_{Q3} + h_{Q3}\frac{\frac{3}{4}\Sigma F - S_{Q3-1}}{F_{Q3}}$$

где X_{Q_1} (X_{Q_3}) – нижняя граница интервала, содержащего нижний (вверхний) квартиль;

$S_{Q_1\text{-}1}$ (S_{Q_3-1}) – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижний квартиль (вверхний) квартиль;

f_{Q_1} (f_{Q_3}) – частота интервала, содержащего нижний квартиль (вверхний) квартиль.

Децили

Значения признака, делящие ранжированный Интервальный ряд на десять равных частей

Нижний дециль

$$d_1 = x_{d_1} + h_{d_1} \frac{\frac{1}{10}\Sigma F - S_{d_1 - 1}}{F_{d_1}}$$

Верхний дециль

$$d_9 = x_{d_9} + h_{d_9} \frac{\frac{9}{10}\Sigma F - S_{d_9 - 1}}{F_{d_9}}$$

Квинтили

Значения признака, делящие интервальный ряд
На пять равных частей.
Квинтили вычисляются по той же схеме, что квартили и децили.

Перцентили

Значения признака, делящие интервальный ряд на 100 равных частей.