

**ТЕМА: 5**

**СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ**

# Средняя величина

**ЭТО**

обобщающий показатель,  
характеризующий уровень или размер  
варьирующего признака в расчёте  
на единицу однородной совокупности  
в конкретных условиях места и времени.

1. Средняя величина должна исчисляться лишь для совокупности, состоящих из Однородных единиц

4. Среднюю величину целесообразно исчислять не для отдельных единичных фактов, взятых изолировано друг от друга, а для совокупности фактов.

## Условия правильного применения средней величины

2. Если совокупность не однородной, то необходимо разделять ее на однородные группы и вычислять для них групповые типичные средние, характеризующие каждую из этих групп, и в этом проявляется связь между методом группировок и средних величин.

3. Средняя величина сглаживает индивидуальные значения изучаемого признака и тем самым может элиминировать различные тенденции в развитии, скрыть передовое и отстающее, по этому Креме средней величины следует исчислять и другие показатели.

# ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

## Степенные средние величины

средняя арифметическая величина простой и взвешенной.

средняя гармоническая величина простой и взвешенной

средняя геометрическая величина простой и взвешенной

средняя квадратическая величина простой и взвешенной

## Структурные средние величины

мода

медиана

Квартили

Децили

Квинталы

Перцентили

# Основные элементы средней степенной величины

Варианта ( $X$ )

Это  
варьирующий  
признак,  
для  
которого  
исчисляется  
средняя  
величина

Число единиц ( $n$ )

Это  
Количество  
вариантов  
в  
изучаемой  
совокупности

Веса, частоты ( $f$ )

Это  
показатели  
Повторяемости  
Вариант в  
изучаемой  
совокупности

# Типы средней степенной величины

Средняя степенная величина  
простой

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m}{n}}$$

где  $x$  – это значение  
варьирующего признака;  
 $n$  – число единиц  
совокупности;  
 $m$  – показатель средней  
степени.

Средняя степенная величина  
взвешенная

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m \cdot F}{\sum F}}$$

где  $F$  – это частоты или веса,  
показывающие, сколько раз  
повторяется каждая варианта  
признака.

# Средняя арифметическая

Средняя арифметическая  
простая

Средняя арифметическая простая используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по не сгруппированным данным и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

Средняя арифметическая  
взвешенная

Средняя арифметическая взвешенная применяется когда расчет проводится по сгруппированным данным или по вариационным рядам, которые могут быть дискретными или интервальными и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot F_i}{\sum F_i}$$

При наличии вариационного непрерывного ряда распределения как с равными так и с неравными интервалами.

То для вычисления средней арифметической взвешенной, находится среднее значение каждого интервала, как полусуммы его верхней и нижней границы.

Эти средние значения интервалов являются новыми значениями вариантов, подлежащими усреднению.



# Средняя гармоническая

Средняя гармоническая простая

Используется когда статистическая информация не содержит частот по отдельным вариантам совокупности и когда результаты произведения этих вариантов на эти частоты везде одинакова.

**Определяется по формуле**

$$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X}}$$

Средняя гармоническая взвешенная

Используется когда в качестве весов используются не единицы совокупности, т.е. носители признака, а произведения этих единиц на значения признака ( $m=X \cdot F$ ), и когда результаты произведения значения признака на количество единиц неодинаково.

$$\bar{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{X}}$$

# Средняя геометрическая

Средняя геометрическая простая

Средняя геометрическая взвешенная

Применяются для определения средней величины по относительным показателям в рядах динамики.

## Простая

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X}$$

либо

$$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$$

## Взвешенная

$$\bar{X} = \sqrt[\sum F]{\prod X^F}$$

либо

$$\bar{X} = \sqrt[\sum F]{X_1^{F_1} \cdot X_2^{F_2} \cdot \dots \cdot X_n^{F_n}}$$

# Средняя квадратическая

Средняя квадратическая простая

Средняя квадратическая взвешенная

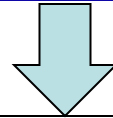
Применяются, когда в место индивидуальных значений признака представлены квадраты исходных величин

$$\bar{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2 \cdot F}{\sum F}}$$

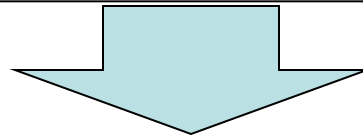
**Следует отметить, что средние квадратические, кубические, биквадратические и т.д. имеют ограниченное применение на практике в статистике.**

# Правило мажорантности средних величин



Предполагает строго определенные соотношения  
Между разными видами средних величин

**В частности:**



$$\bar{X}_{\text{гармоническая}} \leq \bar{X}_{\text{геометрическая}} \leq \bar{X}_{\text{арифметическая}} \leq \bar{X}_{\text{квадратическая}}$$

# Исчисление средней величины способом момента первого порядка

Средняя величина способом момента первого порядка исчисляется при наличии непрерывного вариационного ряда распределения с равными интервалами и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = m_1 \cdot h + A$$

A - середина центрального интервала;

h – это ширина интервала;

$m_1$  - это момент первого порядка.

$$m_1 = \frac{\sum \left( \frac{X_i - A}{h} \right) \cdot F_i}{\sum F_i}$$

# Средняя структурная величина: Мода

Это

вариант, который чаще всего, встречается в изучаемой совокупности.

В вариационном дискретном ряду модой выступает вариант, имеющий наибольшую частоту.

В интервальном ряду мода определяется по формуле:

$$M_o = X_0 + h \frac{(F_{M_o} - F_{M_o-1})}{(F_{M_o} - F_{M_o-1}) + (F_{M_o} - F_{M_o+1})}$$

$X_0$  - нижняя граница модального интервала;

$h$  – ширина модального интервала;

$F_m$  - частота модального интервала;

$F_{m-1}$  - частота интервала, предшествующего модальному интервалу;

$F_{m+1}$  - частота интервала – следующего за модальными.

# Средняя структурная величина: Медиана

ЭТО

вариант, который находится в середине ранжированного вариационного ряда.

Медиана делит ряд пополам, где по обе стороны находится одинаковое количество единиц совокупности.

В интервальном ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = X_0 + h \frac{\sum F - S_{Me-1}}{F_{Me}}$$

Где  $X_0$  - нижняя граница медианного интервала;

$h$  - ширина медиана интервала;

$\sum F$  - сумма частот ряда;

$S_{me-1}$  - сумма накопленных частот в интервалах, предшествующих медианному;

$F_{me}$  - частота медианного интервала.

# Квартили

значения признака, делящие ранжированный интервальный ряд на четыре равные части

Нижний квартиль

Верхний квартиль

Нижний квартиль отделяющий  $\frac{1}{4}$  Часть совокупности с наименьшими значениями признака.

Верхний квартиль, отсекающий  $\frac{1}{4}$  Часть с наибольшими значениями признака.

$$Q_1 = x_{Q_1} + h_{Q_1} \frac{\frac{1}{4} \Sigma F - S_{Q_1-1}}{F_{Q_1}}$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + h_{Q_3} \frac{\frac{3}{4} \Sigma F - S_{Q_3-1}}{F_{Q_3}}$$

где  $X_{Q_1}$  ( $X_{Q_3}$ ) – нижняя граница интервала,

содержащего нижний (верхний) квартиль;

$S_{Q_1-1}$  ( $S_{Q_3-1}$ ) – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу,

содержащему нижний квартиль (верхний) квартиль;

$f_{Q_1}$  ( $f_{Q_3}$ ) – частота интервала, содержащего нижний квартиль (верхний) квартиль.



# Децили

Значения признака, делящие ранжированный Интервальный ряд на десять равных частей

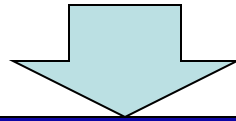
Нижний дециль

$$d_1 = x_{d_1} + h_{d_1} \frac{\frac{1}{10} \Sigma F - S_{d_1-1}}{F_{d_1}}$$

Верхний дециль

$$d_9 = x_{d_9} + h_{d_9} \frac{\frac{9}{10} \Sigma F - S_{d_9-1}}{F_{d_9}}$$

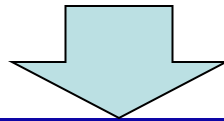
## Квнтили



Значения признака, делящие интервальный ряд  
На пять равных частей.

Квнтили вычисляются по той же схеме, что  
квартили и децили.

## Перцентили



Значения признака, делящие интервальный  
ряд на 100 равных частей.