

Показательные уравнения

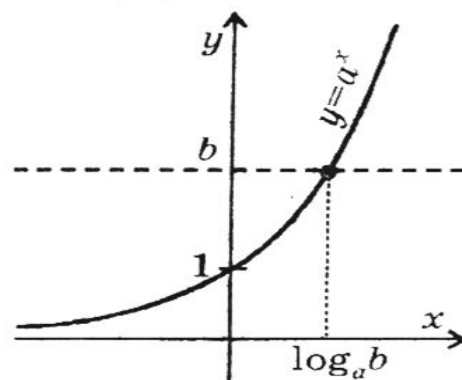
Область значений функции $y = a^x$ — множество положительных чисел. Поэтому

ПРОСТЕЙШИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a^x = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

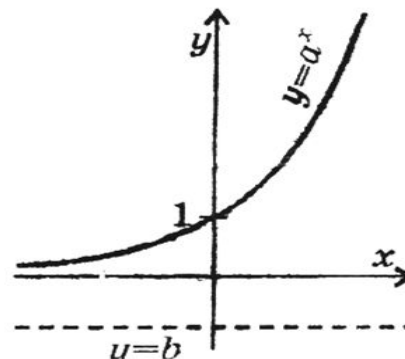
Если $b > 0$, уравнение имеет один корень.

Прямая $y = b$ пересекает график функции $y = a^x$ в одной точке.



Если $b \leq 0$, корней нет.

Прямая $y = b$ не пересекает график функции $y = a^x$.



Метод приведения степеней к одному основанию

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{3-2,5x} = 8^{x-\frac{1}{3}}$$

$$(2^{-2})^{3-2,5x} = (2^3)^{x-\frac{1}{3}}$$

$$2^{-6+5x} = 2^{3x-1}$$

$$-6 + 5x = 3x - 1$$

$$5x - 3x = 6 - 1$$

$$2x = 5$$

$$x = 2,5$$

Ответ: 2,5

Метод вынесения общего множителя за скобки

$$3^{x+2} + 3^x = 90$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 90$$

$$3^x(3^2 + 1) = 90$$

$$3^x \cdot 10 = 90$$

$$3^x = 90 : 10$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

Ответ: 2

Метод введения новой переменной

$$100^x - 11 \cdot 10^x + 10 = 0$$

$$(10^x)^2 - 11 \cdot 10^x + 10 = 0$$

Пусть $10^x = y$

$$y^2 - 11y + 10 = 0$$

$$D = 121 - 40 = 81$$

$$y_1 = 10;$$

$$y_2 = 1$$

$$1) 10^x = 10;$$

$$2) 10^x = 1$$

$$X = 1$$

$$10^x = 10^0$$

$$X = 0$$

Ответ: 0; 1

Метод почленного деления

$$3^{x+5} = 7^{x+5}$$

$$3^{x+5} = 7^{x+5} \quad | : 7^{x+5}$$

$$3^{x+5}$$

$$\frac{\quad}{7^{x+5}} = 1$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{x+5} = \left(\frac{3}{7}\right)^0$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

Ответ: -5

Графический метод

$$4^x = 5 - x$$

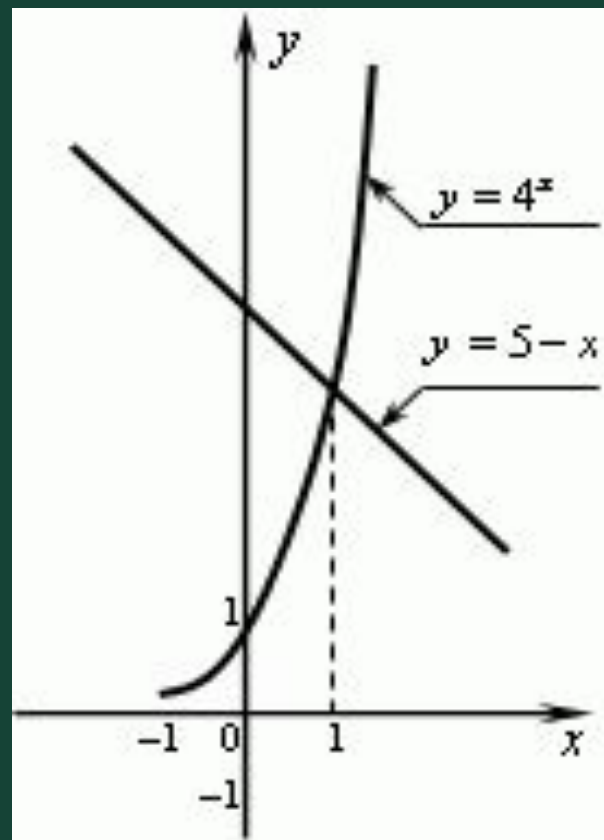
В одной координатной плоскости строят графики функций $y = 4^x$ и $y = 5 - x$

Решением уравнения является абсцисса точки пересечения графиков функций

$$y = 4^x \text{ и } y = 5 - x$$

Проверка: $x = 1$, $4^1 = 5 - 1$, $4 = 4$
(верно)

Ответ: $x = 1$.



Задание 1

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-12} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$3x - 12 = 3$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Ответ: 5

Задание 2

$$3^{x+1} + 3^x = 108$$

$$3^x \cdot 3 + 3^x = 108$$

$$3^x (3 + 1) = 108$$

$$3^x \cdot 4 = 108$$

$$3^x = 108 : 4$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

Ответ: 3

Задание 3

$$4^x + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$$

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$$

Пусть $2^x = y$

$$y^2 + 2y - 80 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-80) = 324$$

$$y_1 = 8;$$

$$y_2 = -10$$

$$1) 2^x = 8;$$

$$2) 2^x = -10$$

$$2^x = 2^3$$

корней нет

$$x = 3$$

Ответ: 3

Среди уравнений выбрать показательные и сгруппировать их по способам решения

1) $3^{x+2} - 3^x = 72;$

2) $2^{x+2} = 4;$

3) $5x - 3 = 7;$

4) $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0;$

6) $2^x = 3 + x;$

5) $4^x - 2^{x+1} = 48;$

7) $2x^2 - 5x + 6 = 0;$

8) $2^{x+1} = 3^{x+1};$

9) $x^2 - 4x = 0;$

10) $3^{x+5} + 3^{x-8} - 3^x = 0;$

A whiteboard with a dark green surface and a silver frame. The text is written in white. There are several colored circles: a red, yellow, and blue circle in the top right corner; a green and red circle in the bottom left corner; and a yellow circle in the bottom right corner.

Графический метод: 6

Уравнивание показателей: 2, 8

Вынесение множителя за скобки: 1, 10

Введение новой переменной: 4, 5