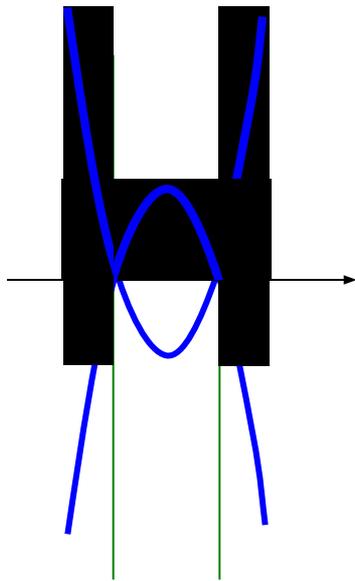


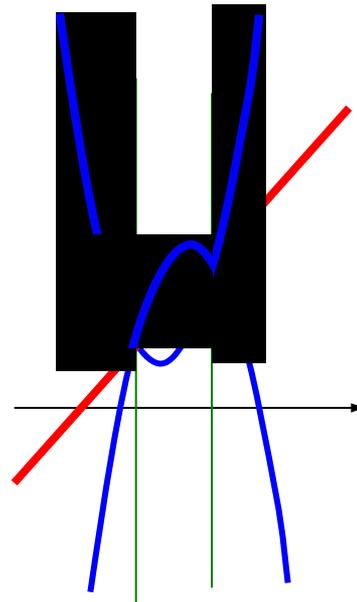
Подготовка к ЕГЭ

C5

$$y = |ax^2 + bx + c|$$



$$y = |ax^2 + bx + c| + nx$$



Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых  
наименьшее значение функции  
 $y = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$  больше, чем  $-24$

1. рассмотрим функцию на двух отрезках:

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0 \text{ и } x^2 - 6x + 5 < 0$$

2. Наименьшее значение функция будет принимать в вершине параболы или на концах отрезка.

1 случай

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$y = 4ax + x^2 - 6x + 5$$

$y = x^2 + 2(2a - 3)x + 5$  – ветви направлены  
вверх

ось симметрии параболы – прямая  $x = X_B$

$$X_B = (-2(2a - 3))/2$$

$$X_B = 3 - 2a$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Ветви направлены вверх

Возможны 4 случая  
расположения параболы:



2 случай

$$x^2 - 6x + 5 < 0 \quad 1 < x < 5$$

$$y = 4ax - x^2 + 6x - 5$$

$y = -x^2 + 2(2a + 3)x - 5$  – ветви направлены  
ВНИЗ

ось симметрии параболы – прямая  $x = x_B$

$$x_B = (-2(2a + 3))/2$$

$$x_B = -3 - 2a$$

$$1 \leq x \leq 5$$

Ветви направлены вниз

Добавим к первому случаю  
четыре возможных  
расположения параболы:



При  $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$  ВОЗМОЖНЫ ТРИ СЛУЧАЯ  
 наименьшего значения функции

- $f(1)$
- $f(5)$
- $f(x_{\text{в}}) = f(3 - 2a)$

$$\begin{cases} a > -6 \\ a > -1,2 \\ (3 - \sqrt{29})/2 < a < (3 + \sqrt{29})/2 \\ a \leq -1 \\ a \geq 1 \end{cases}$$

Составим систему:

$$\begin{cases} f(1) > -24 \\ f(5) > -24 \\ f(3 - 2a) > -24 \\ \begin{cases} 3 - 2a \leq 1 \\ 3 - 2a \geq 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3 - \sqrt{29})/2 < a \leq -1 \\ 1 \leq a < (3 + \sqrt{29})/2 \end{cases}$$

# При $1 < x < 5$ ВОЗМОЖНЫ два случая

наименьшего значения функции

- $f(1)$
- $f(5)$

$$\begin{cases} a > -6 \\ a > -1,2 \end{cases}$$

Составим систему:

$$\begin{cases} f(1) > -24 \\ f(5) > -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > -1 \\ a < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2a > 1 \\ x - 2a < 5 \end{cases}$$

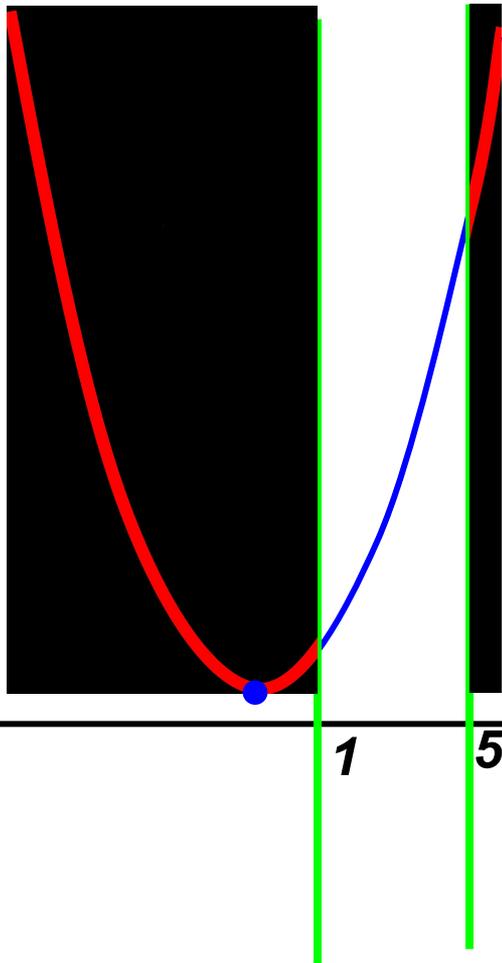
$$-1 < a < 1$$

$$(3-\sqrt{29})/2 < a \leq -1$$
$$1 \leq a < (3+\sqrt{29})/2$$

$$\left[ \begin{array}{l} (3-\sqrt{29})/2 < a \leq -1 \\ 1 \leq a < (3+\sqrt{29})/2 \\ -1 < a < 1 \end{array} \right.$$

Ответ:  $(3-\sqrt{29})/2 < a < (3+\sqrt{29})/2$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

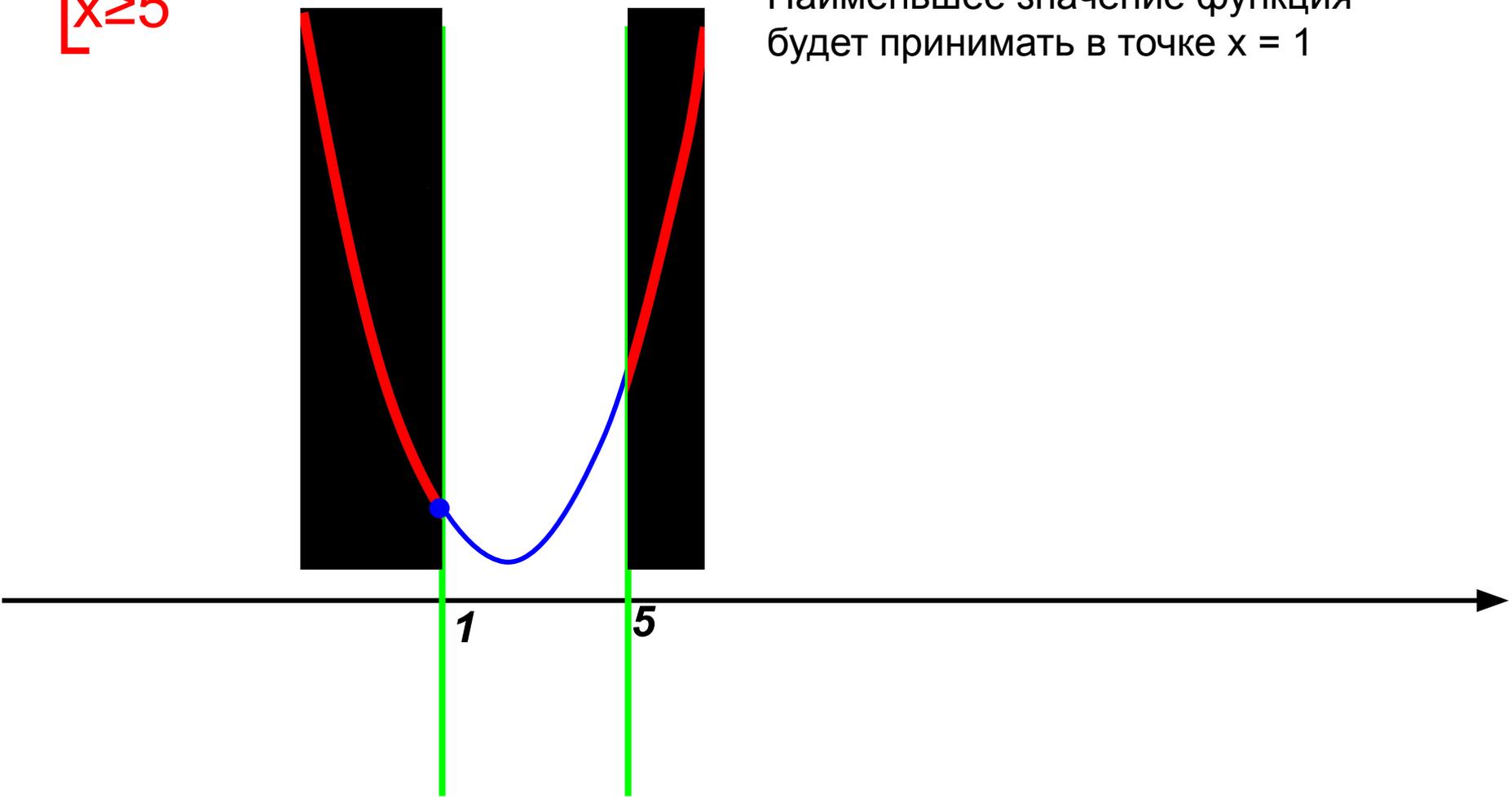


Наименьшее значение функция  
будет принимать в вершине  
параболы



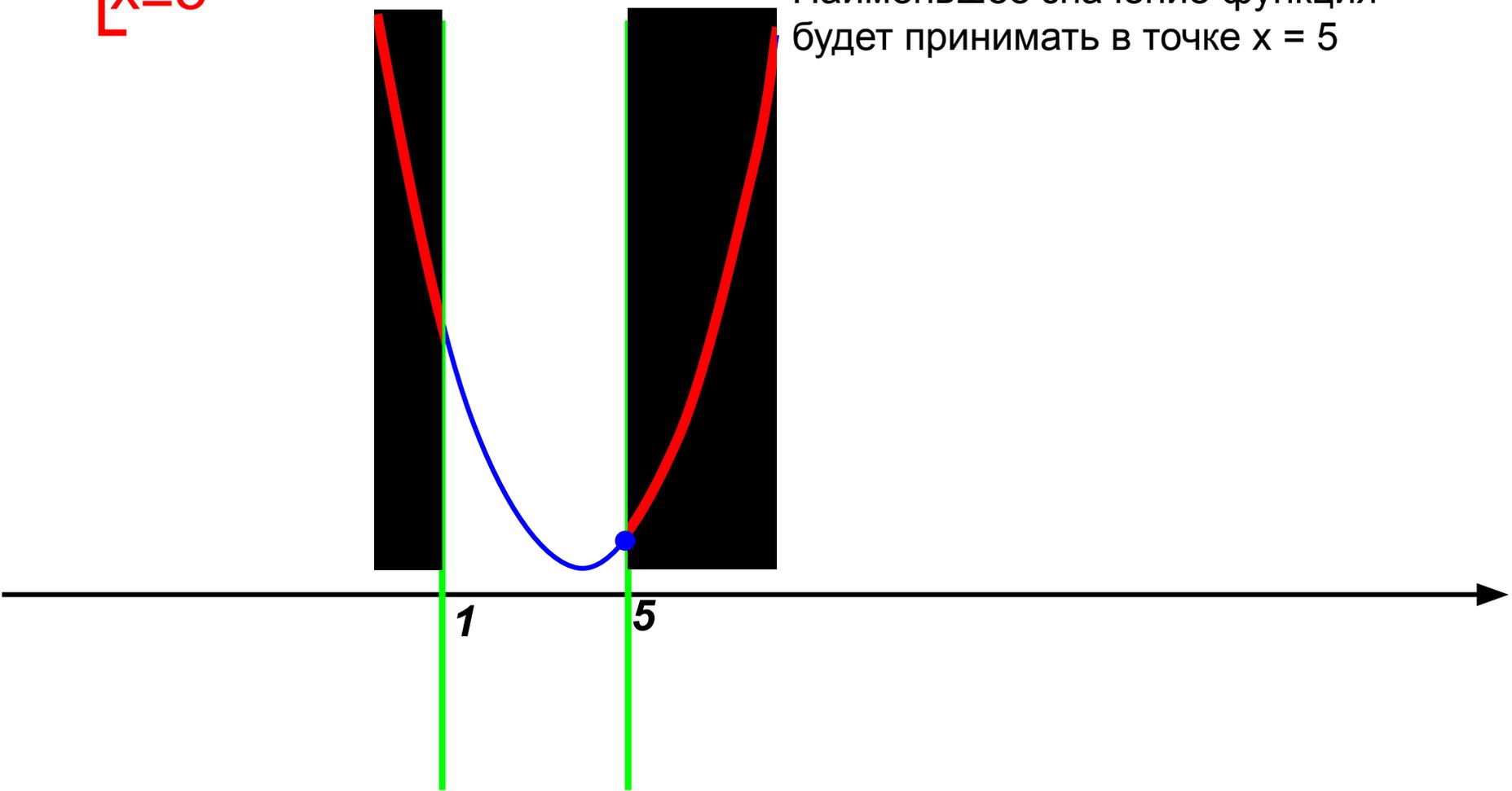
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в точке  $x = 1$



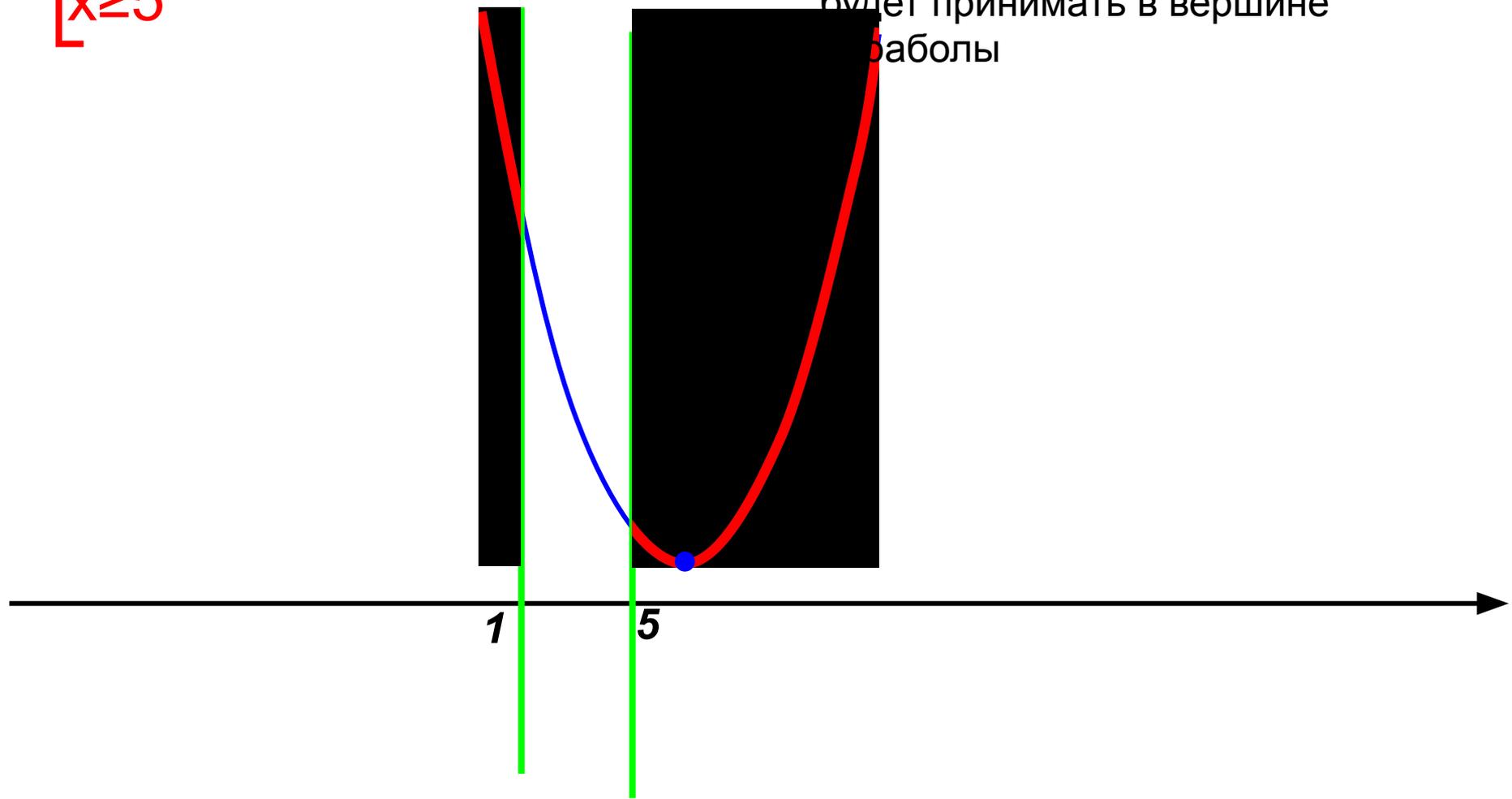
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Наименьшее значение функция будет принимать в точке  $x = 5$



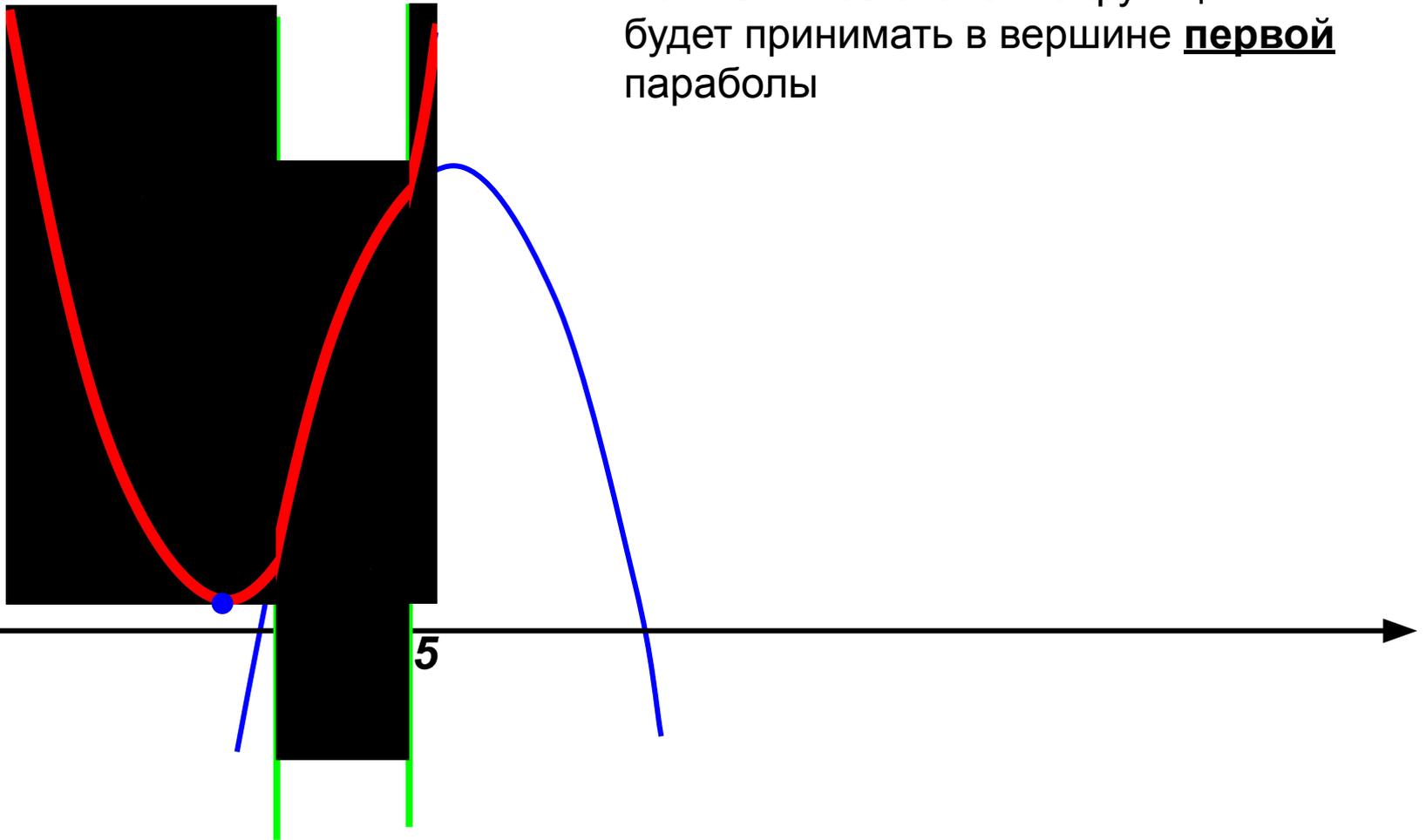
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в вершине  
параболы



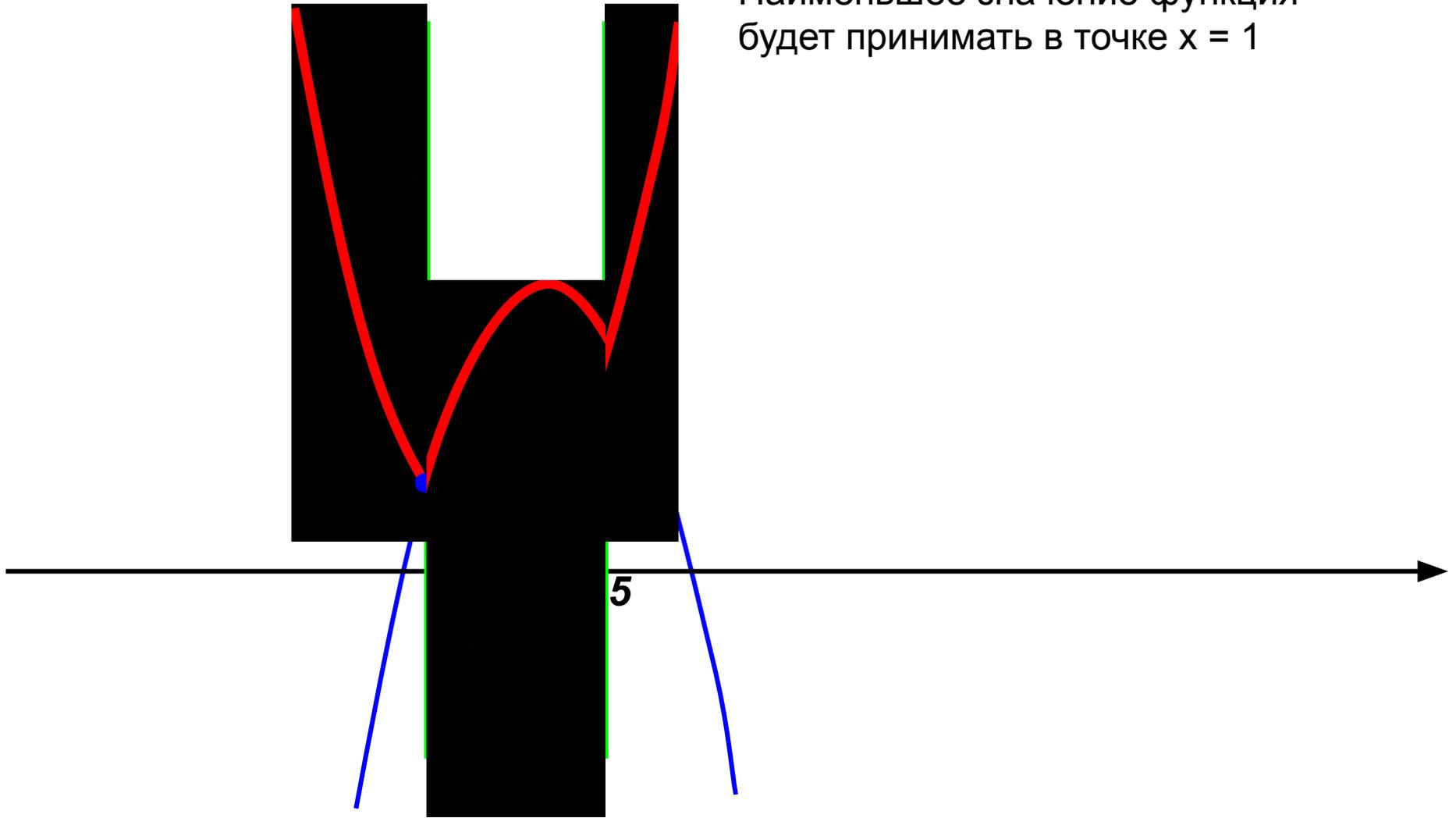
$$1 < x < 5$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в вершине первой  
параболы



$$1 < x < 5$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в точке  $x = 1$



$$1 < x < 5$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в точке  $x = 5$



$$1 < x < 5$$

Наименьшее значение функция  
будет принимать в вершине первой  
яголы

