

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Обзорная лекция



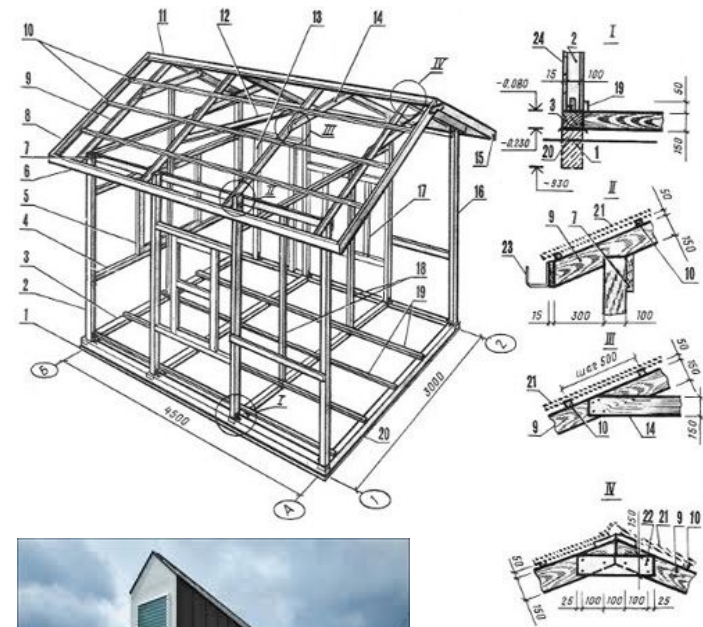
Тихонкин Игорь Васильевич, доцент, к.т.н.
Кафедра Теоретической и прикладной механики
Инженерного института ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

КУРС СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ КАК ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ДИСЦИПЛИНА

Сопротивление материалов - наука об инженерных методах расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и сооружений (конструкций)



Дачные домики



Турники



Грузовые эвакуаторы





Основные задачи сопротивления материалов:

прочность

жесткость

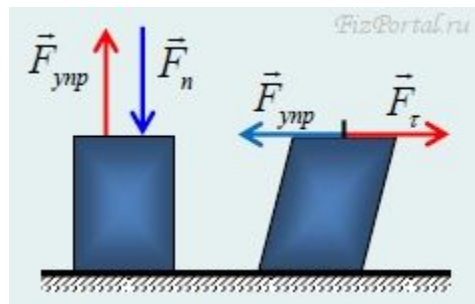


закон Гука

напряжения
 σ τ

деформации
 ϵ γ

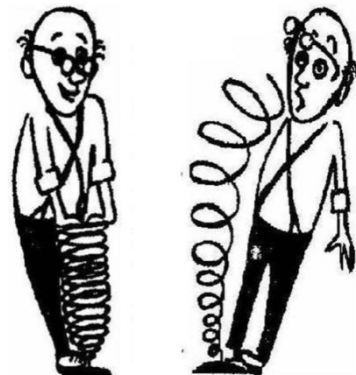
Внешняя нагрузка
 F
 M
 q



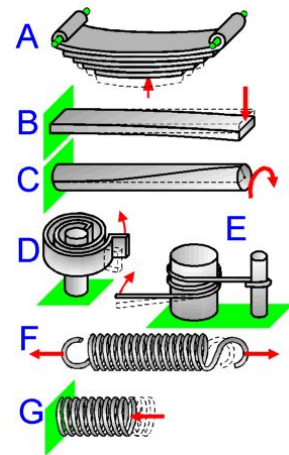
$$\begin{cases} \sigma = E\epsilon; \\ \tau = G\gamma \end{cases}$$

$E \approx 2 \cdot 10^{11}$ Па
 $G \approx 8 \cdot 10^{10}$ Па

Закон Гука

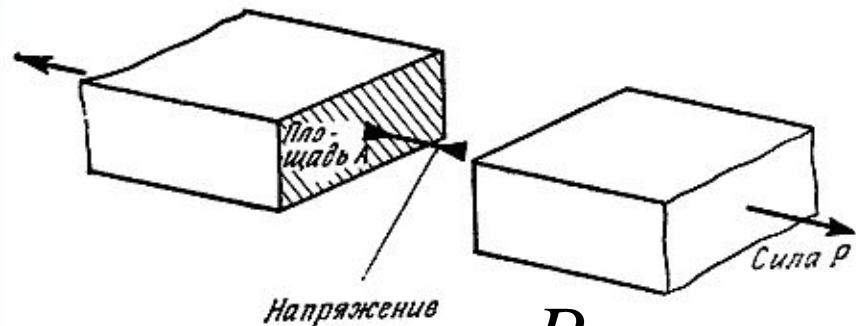


$$F = k |\Delta l|$$

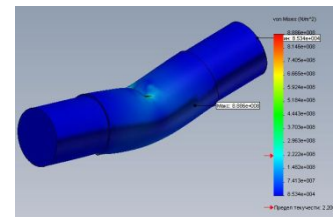
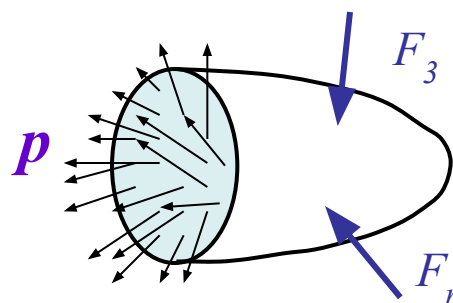
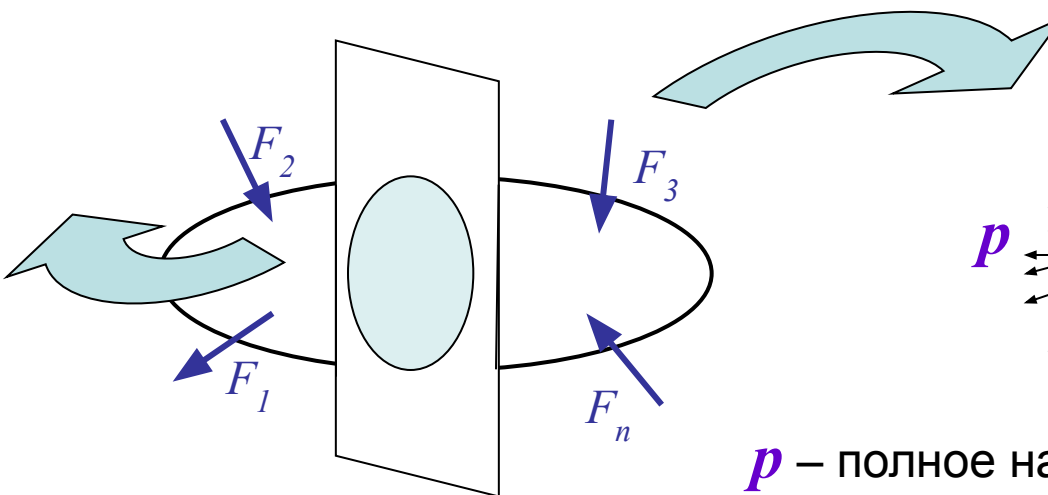


Понятие о напряжениях

Причиной деформации материала и его разрушения являются **внутренние усилия**

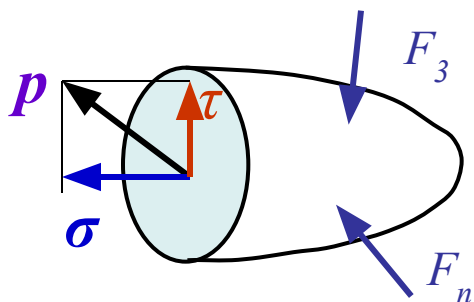


$$\sigma = \frac{P}{A}$$

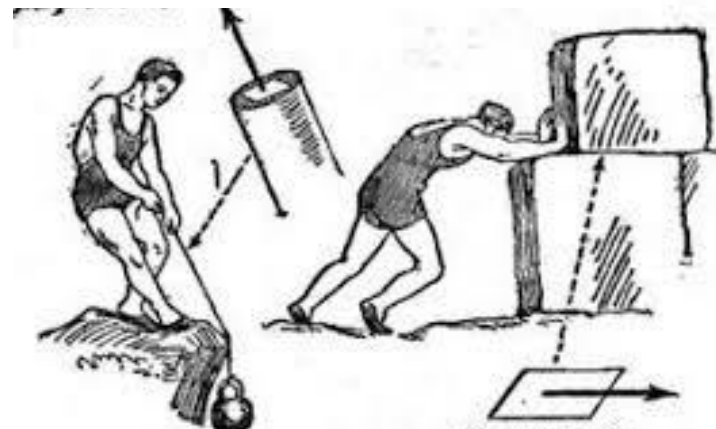


p – полное напряжение в точке, Па

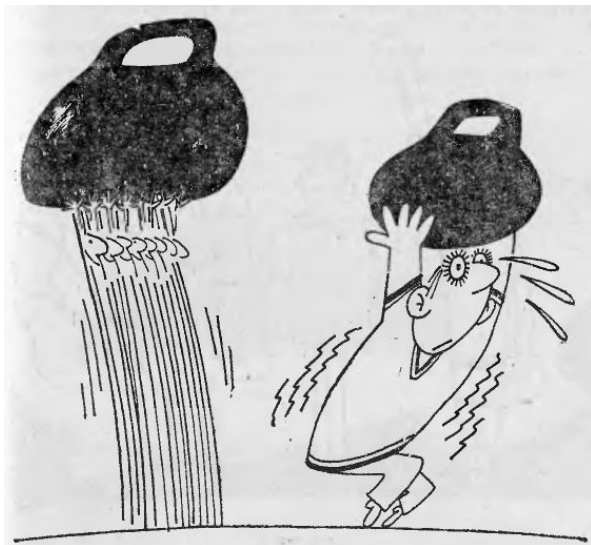
σ – нормальное напряжение в точке, Па



Значения нормального σ и касательного τ напряжений являются объективными характеристиками нагруженности материала



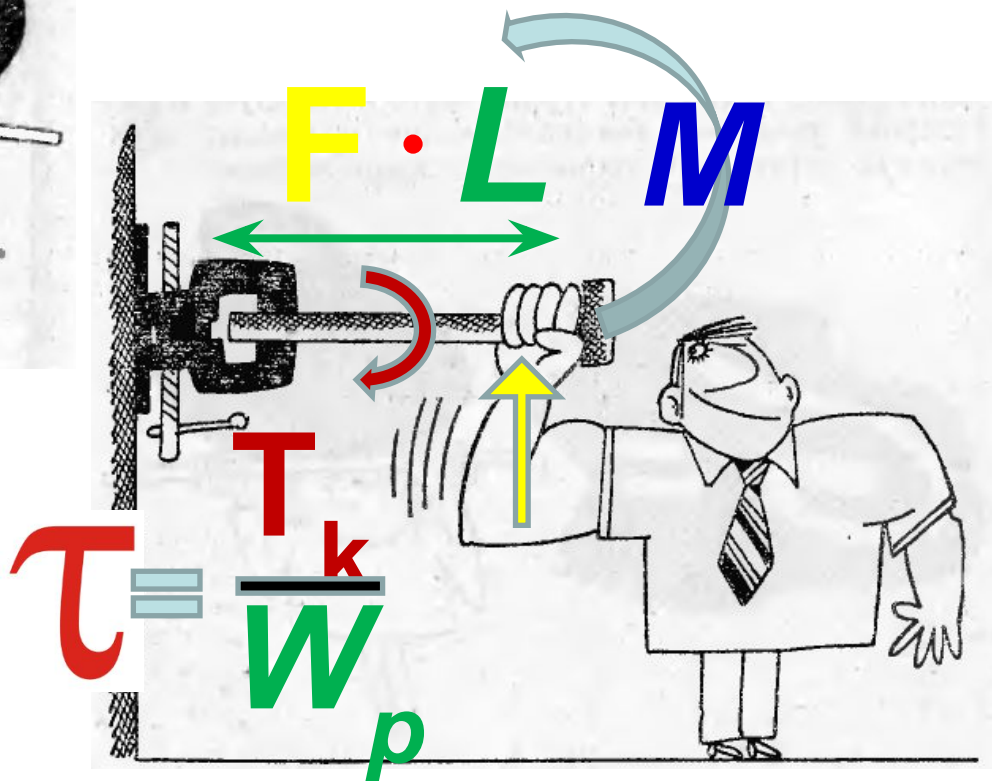
τ – касательное напряжение в точке, Па



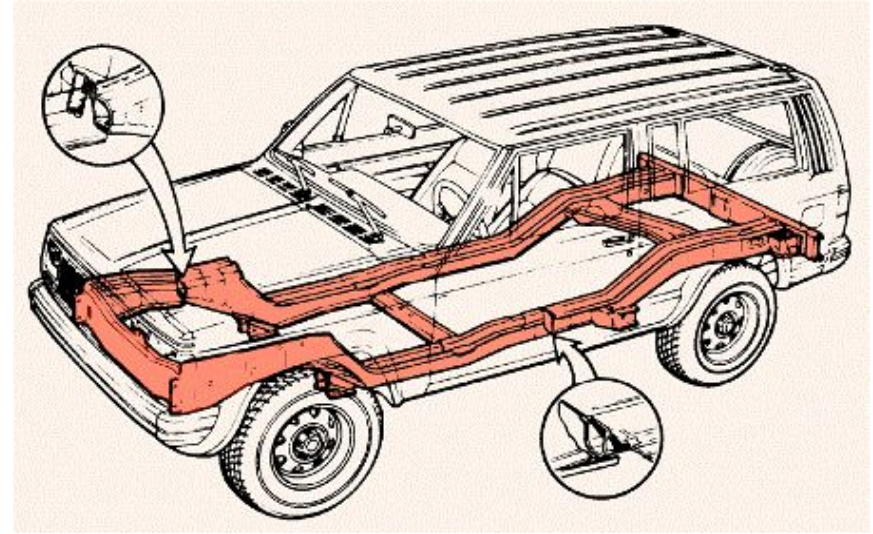
В технике чаще всего заранее известна нагрузка, которую будет нести деталь из данного материала, и **напряжение**, которое для него может быть **опасным**.

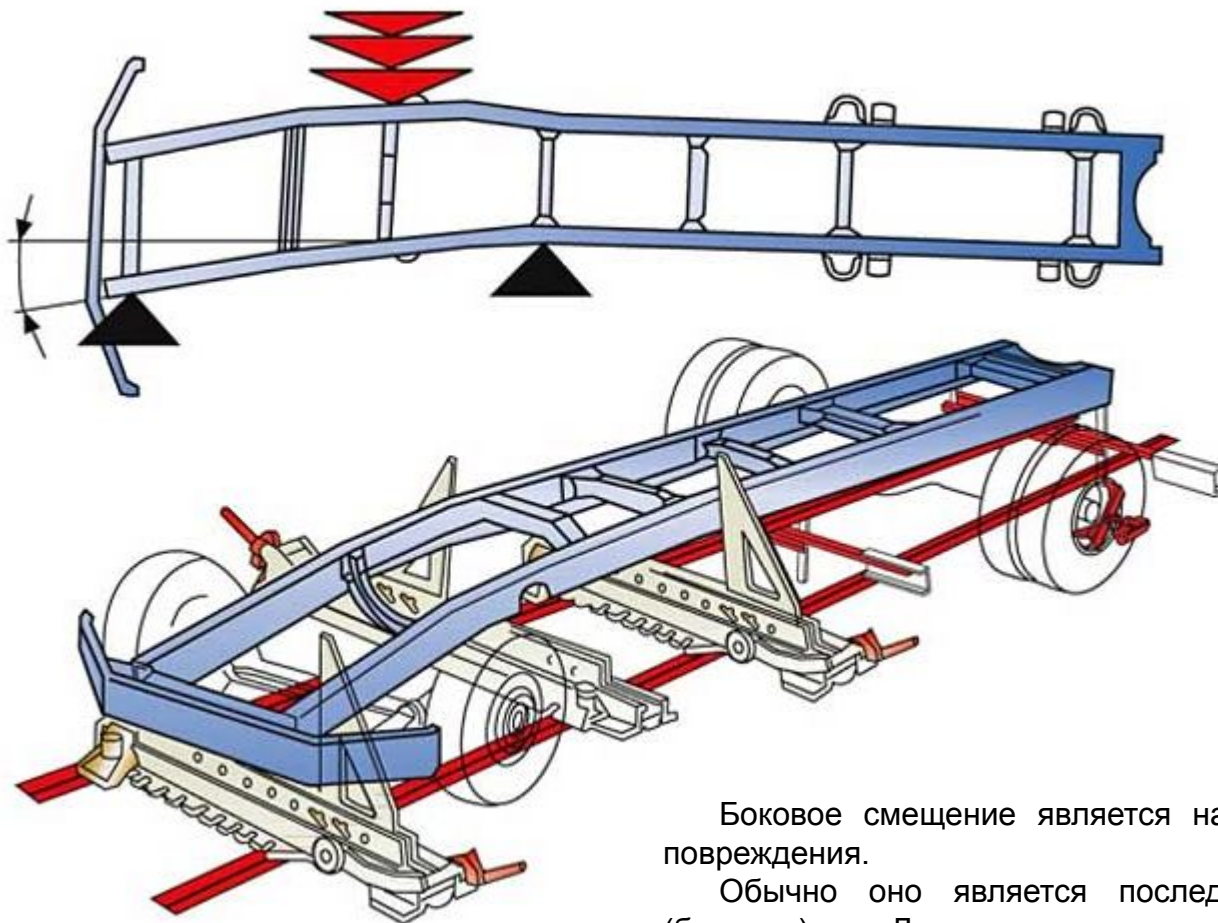
Задача конструктора — так **выбрать размеры и форму детали**, чтобы уровень напряжения не превышал допустимого.

$$\tau = \frac{Q}{A_{cp}}$$



Понятие о деформации





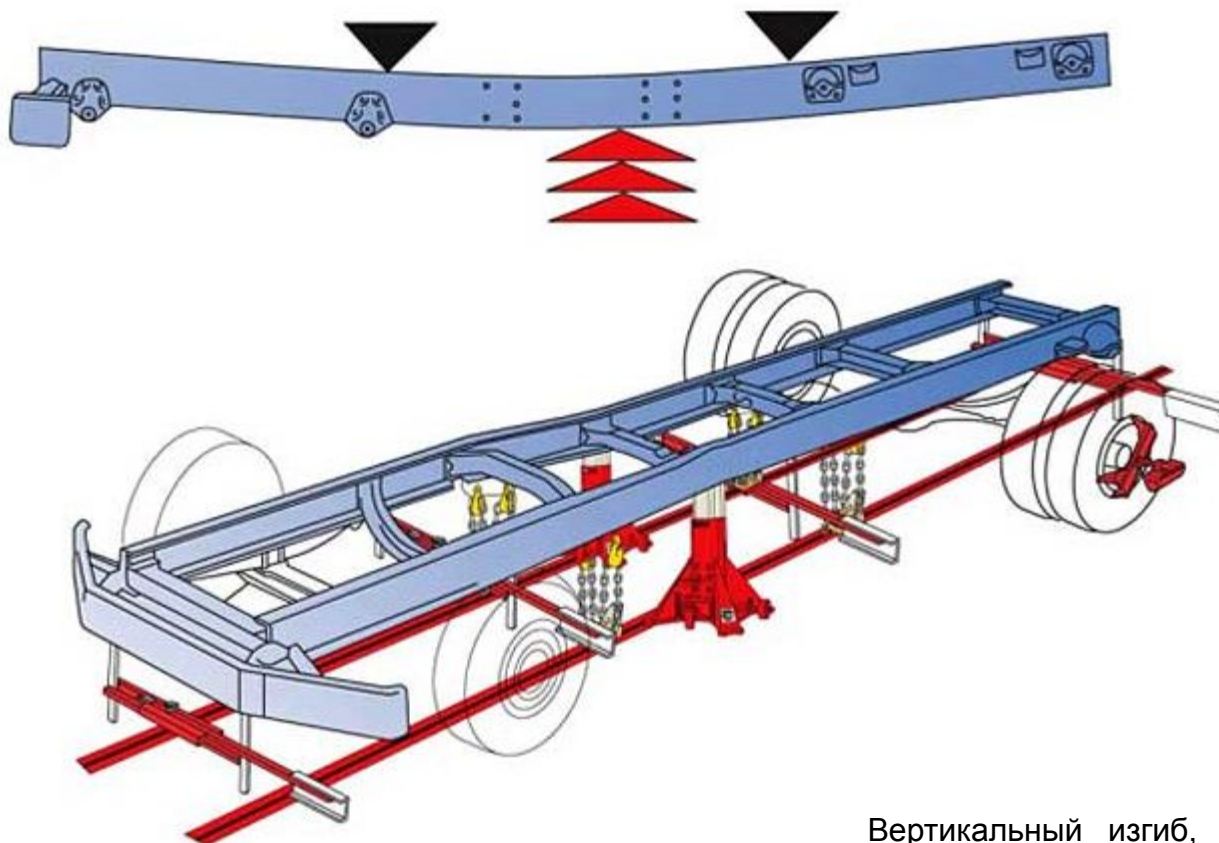
Боковое смещение является наиболее распространенным видом повреждения.

Обычно оно является последствием воздействия поперечных (боковых) сил. Диагональная сила также может быть причиной бокового смещения.

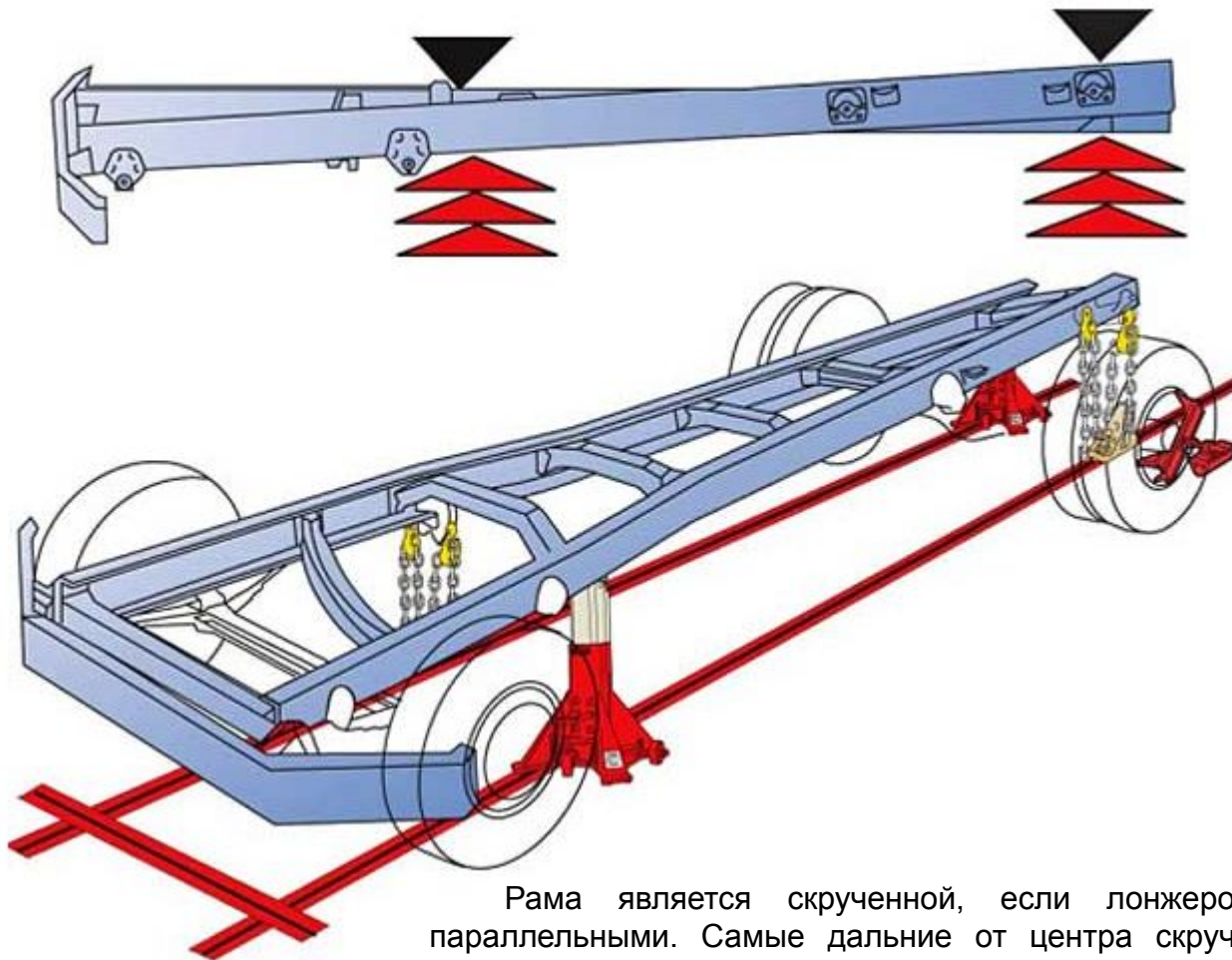
Когда продольный лонжерон выгнут вертикально, возможно, что также имеется боковое смещение.

Как правило, боковое смещение проявляется в отклонении нескольких поперечных элементов от прямого угла по отношению к продольным лонжеронам. Угловое соединение поперечин деформировано также при диагональном смещении.

2. Вертикальный изгиб, прогиб или выгиб



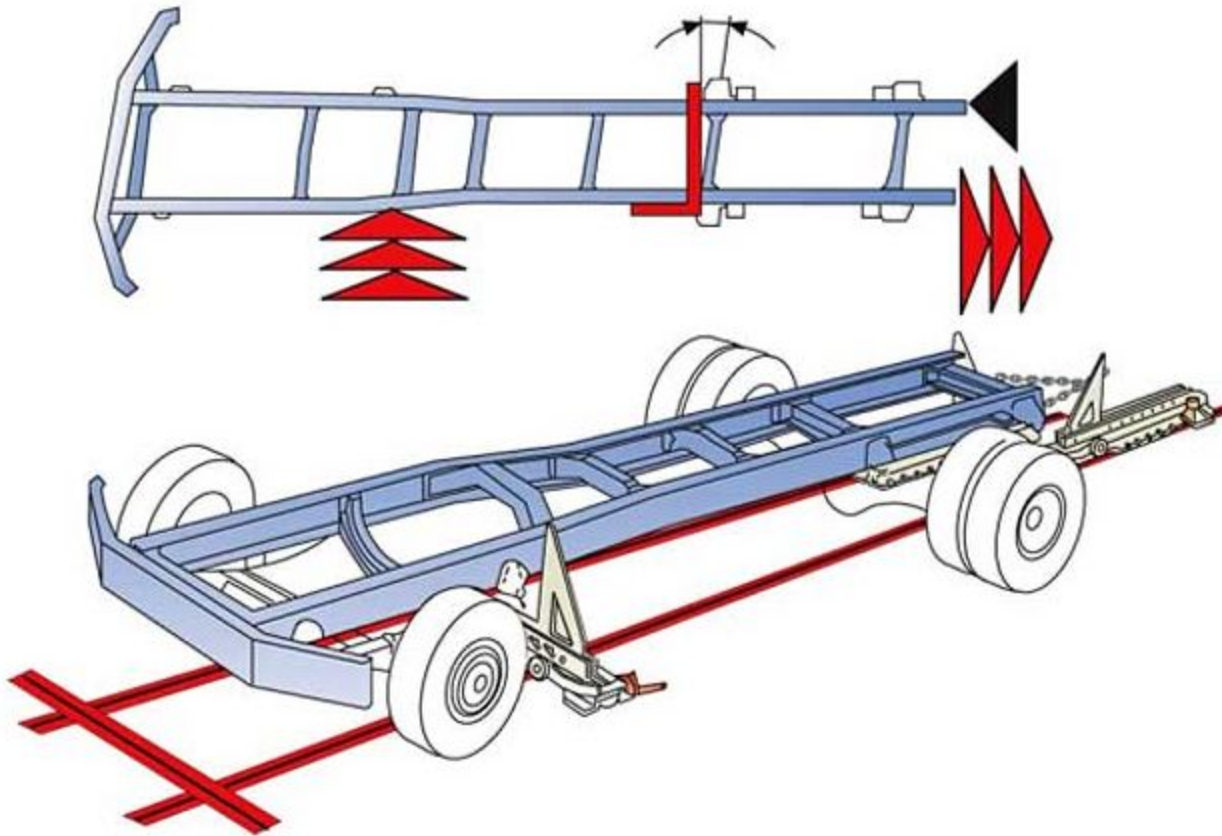
Вертикальный изгиб, прогиб или выгиб может быть следствием воздействия вертикальных нагрузок. Скручивающие силы могут также быть причиной вертикального изгиба. Зачастую вертикальный изгиб рамы сопровождается скручиванием. Теоретически, все вертикальные изгибы должны быть выпрямлены до исправления скручивания. Однако, если кручение проявляется более сильно, то это повреждение должно быть исправлено первым.



Рама является скрученной, если лонжероны остаются прямыми, но не параллельными. Самые дальние от центра скручивания поперечины подвергаются воздействию высоких нагрузок и часто деформируются.

Центральные поперечины подвергаются перекашиванию. Также, как и лонжероны, поперечины рамы сделаны как открытые секции. Такие секции восприимчивы к скручиванию, но обычно легко восстанавливают свою первоначальную форму после воздействия крутящих сил.

Существуют закрытые секции. Они обладают высоким сопротивлением к скручиванию, но более восприимчивы к остаточной деформации после воздействия крутящих сил.



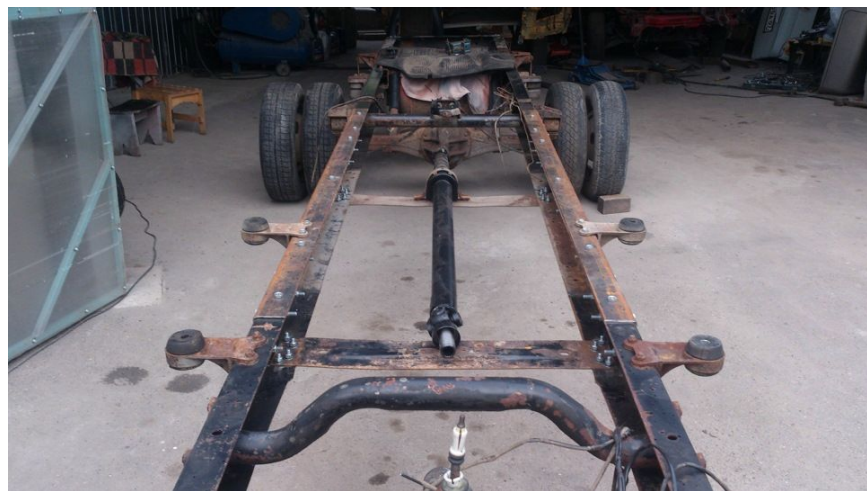
Диагональное смещение может происходить когда самосвал переворачивается при разгрузке.

Все поперечины смещаются от прямого угла. Угловое соединение поперечных элементов деформируется.

Диагональное смещение является маловероятным на грузовиках или трейлерах с диагонально неподвижно закрепленным кузовом или на грузовиках с двумя задними осями. В данном случае, такая же авария может вместо диагонального смещения привести к боковому смещению.



$$m \geq \frac{F \cdot 4}{\pi d^2 k [\tau]_{cp}} \quad m \geq \frac{F}{dt [\sigma]_{cm}}$$

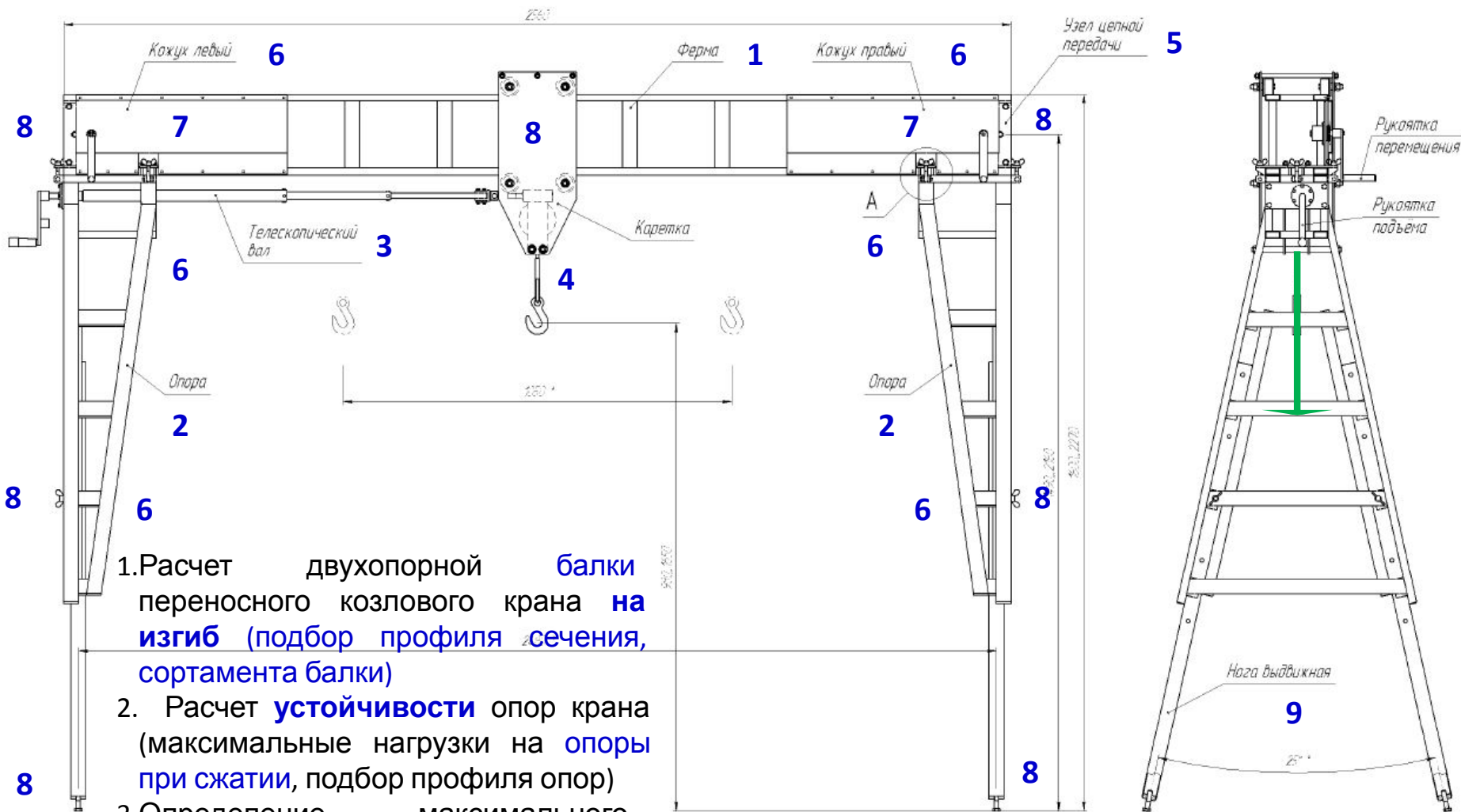


$$l_{ув} \geq \frac{F}{1,4h \cdot [\tau]_{\Theta}} + 10\text{мм}$$



Предельно допустимая нагрузка	500кг
Тип лебёдки	червячная, с тяговым усилием 1т
Габаритные размеры при максимальной высоте:	2270x2560x1000мм
Максимальная высота подъёма груза	1650мм (от нижних точек выдвижных ног)
Максимальное перемещение груза по горизонтали	1050мм
Количество оборотов рукоятки подъёма на 1 м вертикального перемещения	около 128 (в зависимости от укладки каната в барабане лебёдки)
Вес механизма в сборе	100кг
Вес составных частей	Не более 30кг
Длина каната на барабане лебёдки	3,5 м

Варианты расчетов



1. Расчет двухопорной балки переносного козлового крана на изгиб (подбор профиля сечения, сортамента балки)

2. Расчет устойчивости опор крана (максимальные нагрузки на опоры при сжатии, подбор профиля опор)

3. Определение максимального крутящего момента телескопического вала (определение диаметров составного сечения вала)

4. Расчет троса переносного козлового крана на растяжение (подбор профиля сечения)

5. Расчет узла цепной передачи

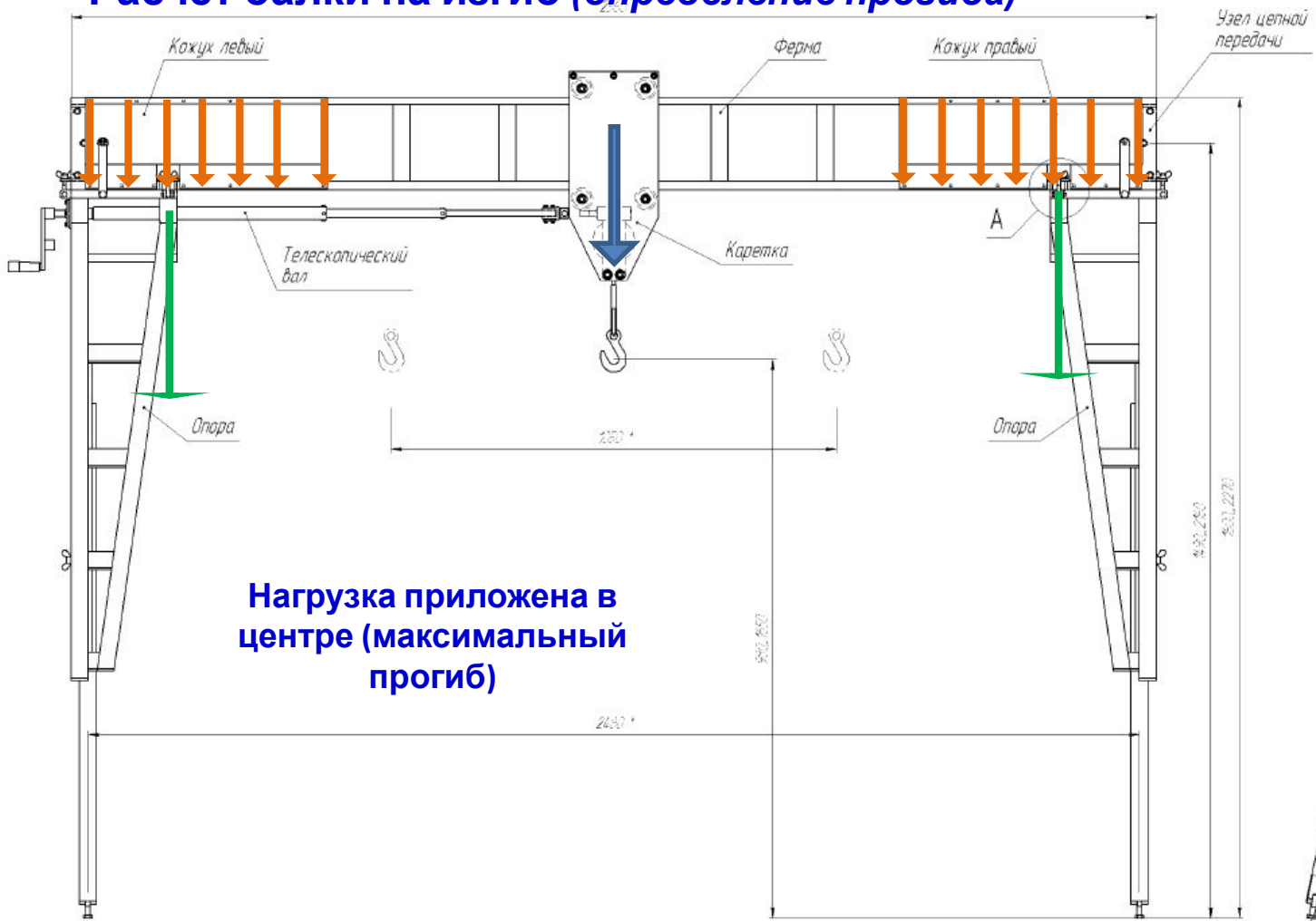
6. Расчет сварочных соединений (длины сварных швов, определение катета шва, прочности сварных швов на срез)

7. Расчет разъемных соединений (определение диаметров болтовых соединений)

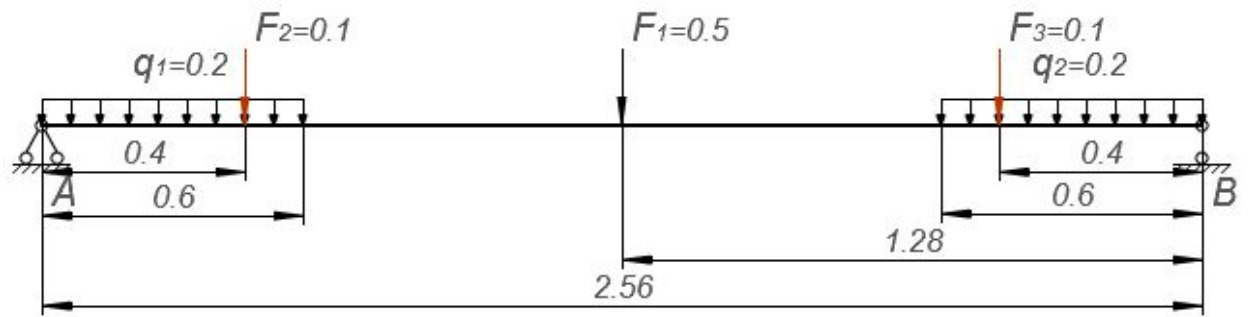
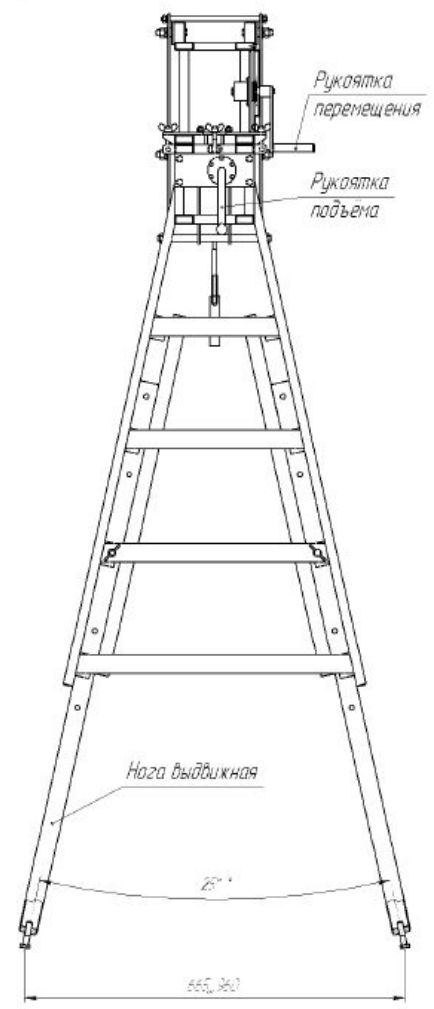
8. Расчет соединительных элементов на смятие, срез.

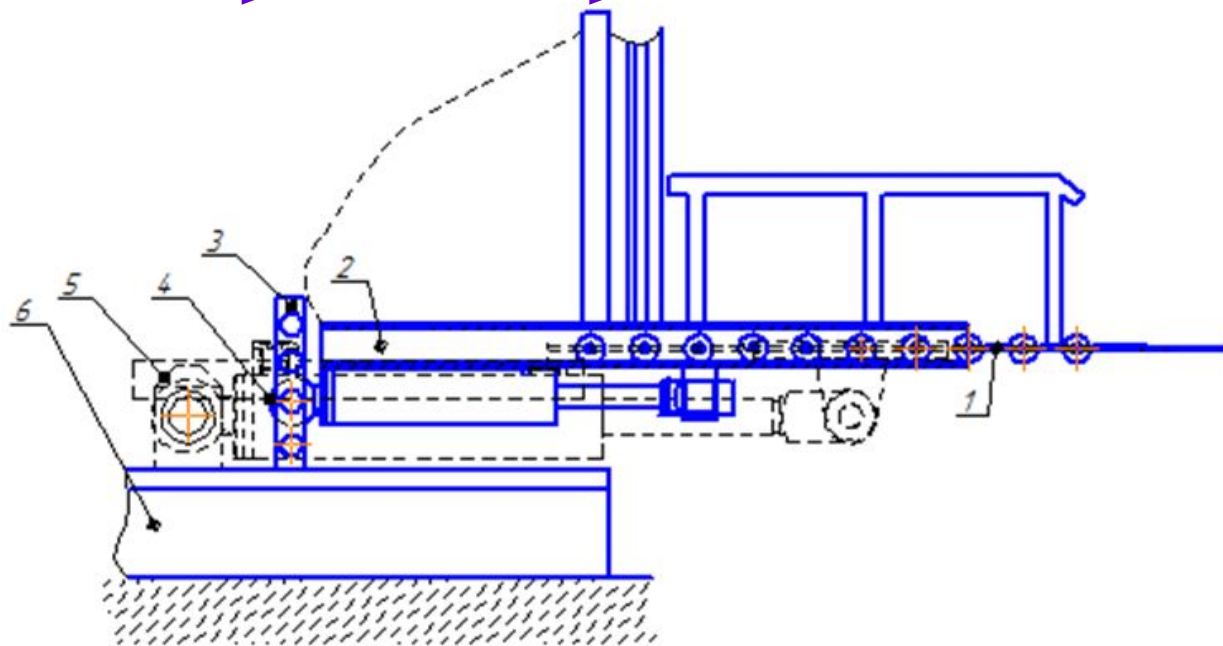
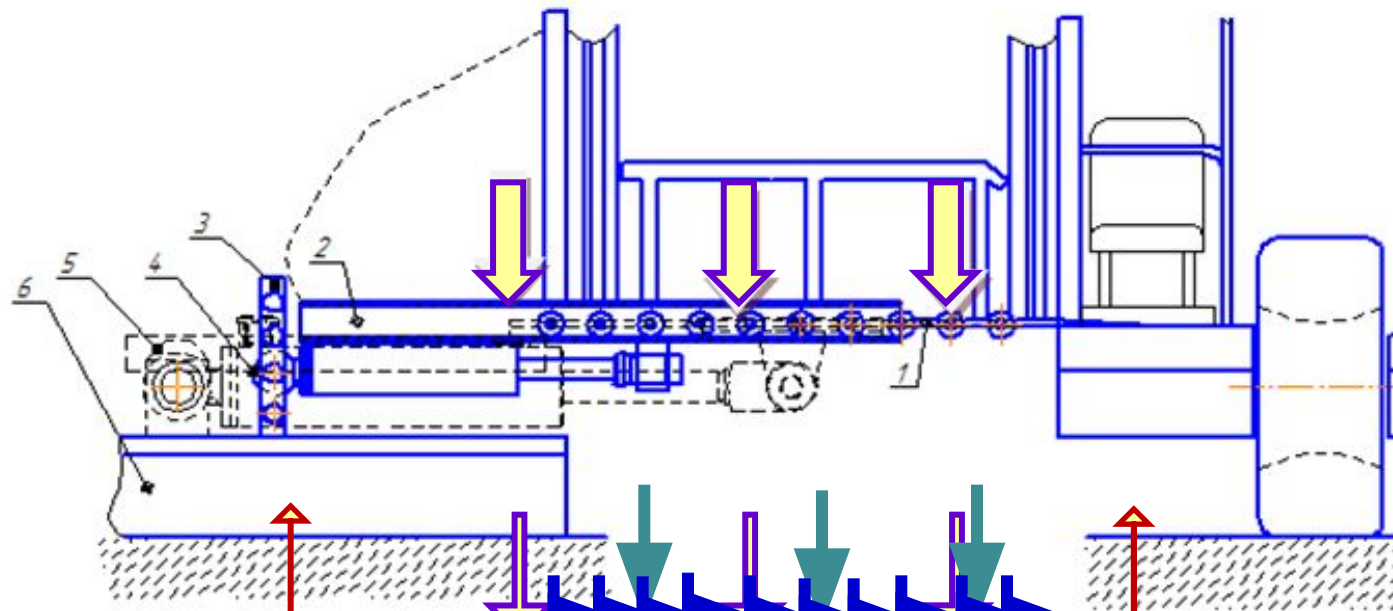
9. Расчет предельных углов отклонения крана от вертикального положения

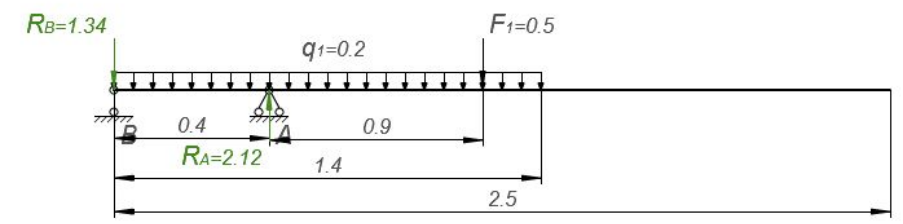
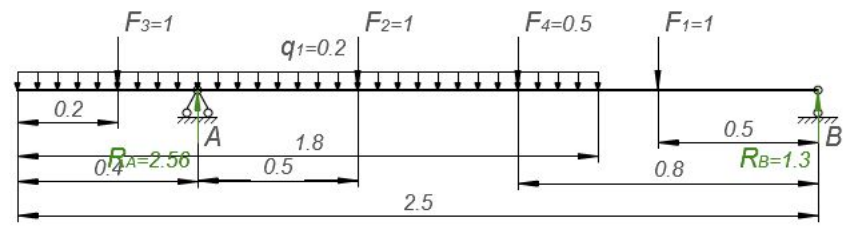
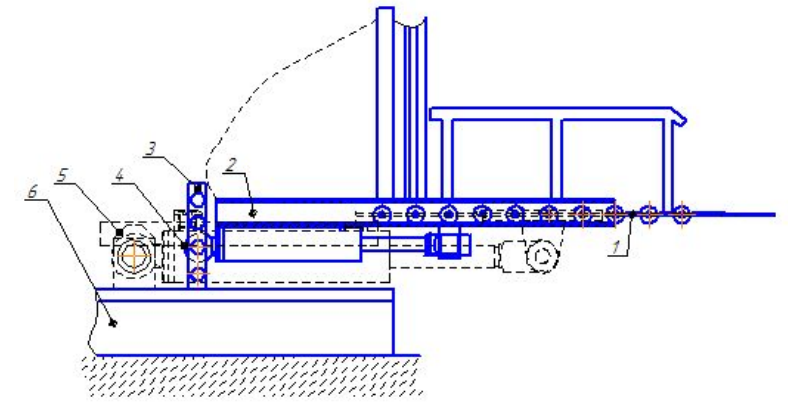
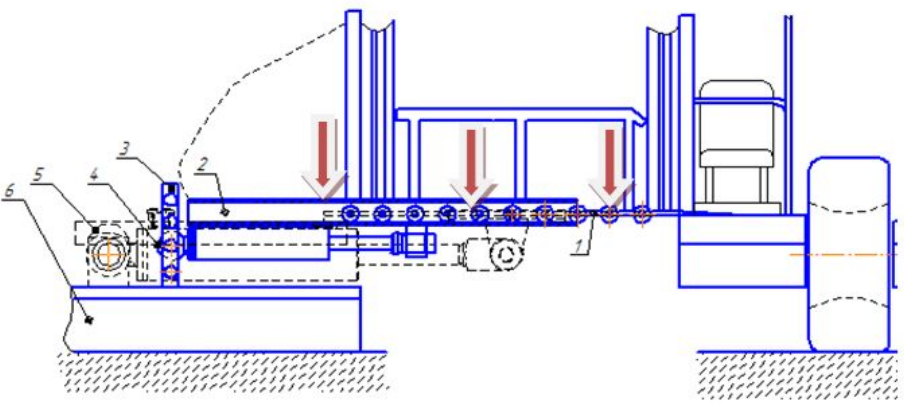
Расчет балки на изгиб (определение прогиба)



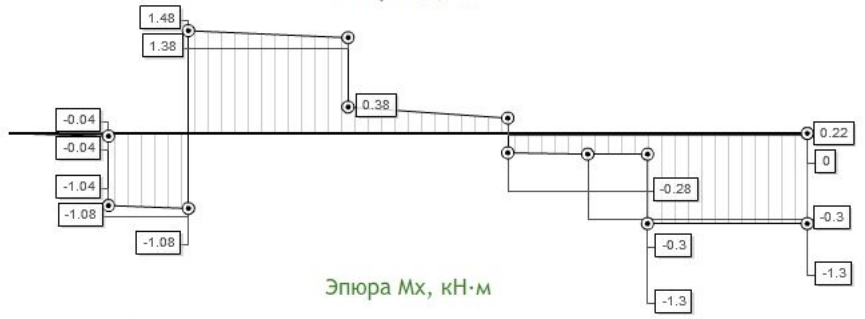
Нагрузка приложена в центре (максимальный прогиб)



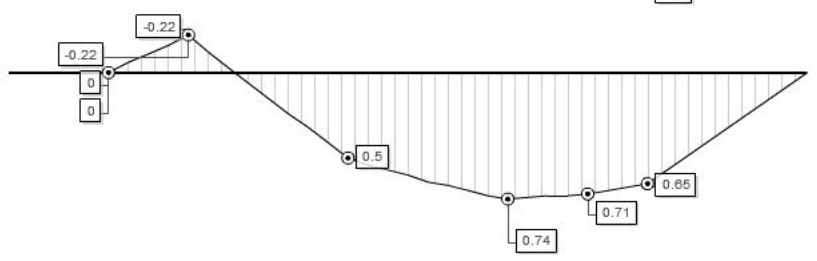




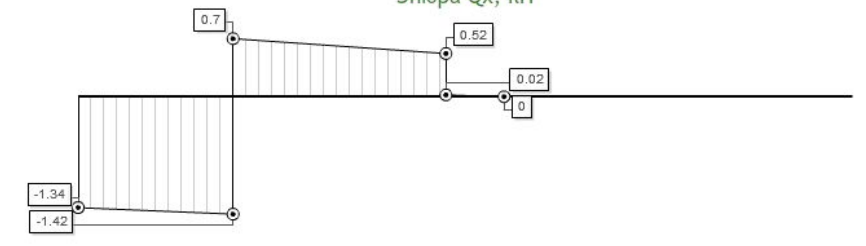
Эпюра Qx, кН



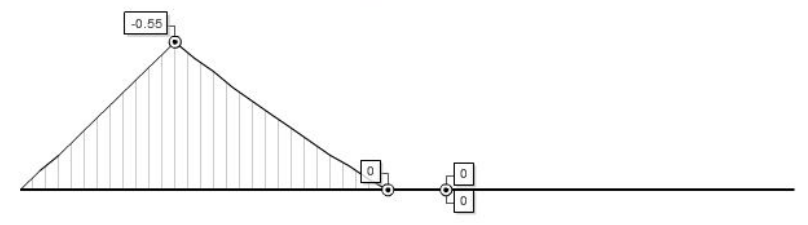
Эпюра Mx, кН·м

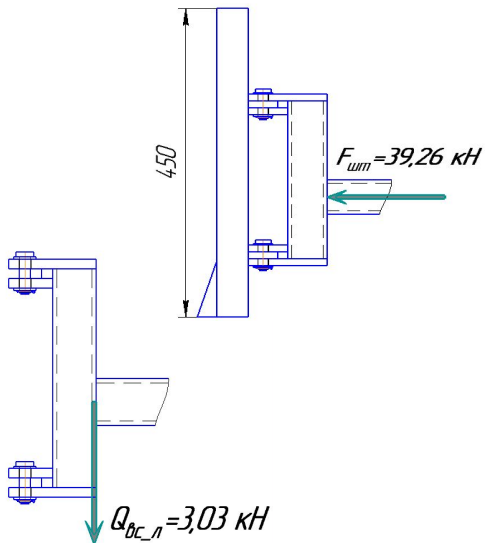
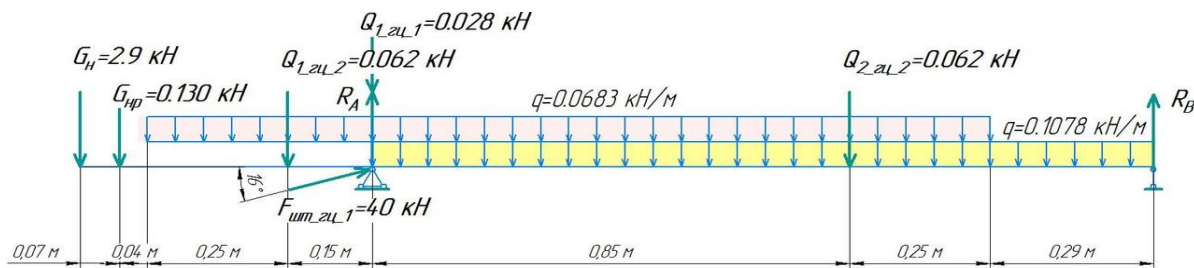
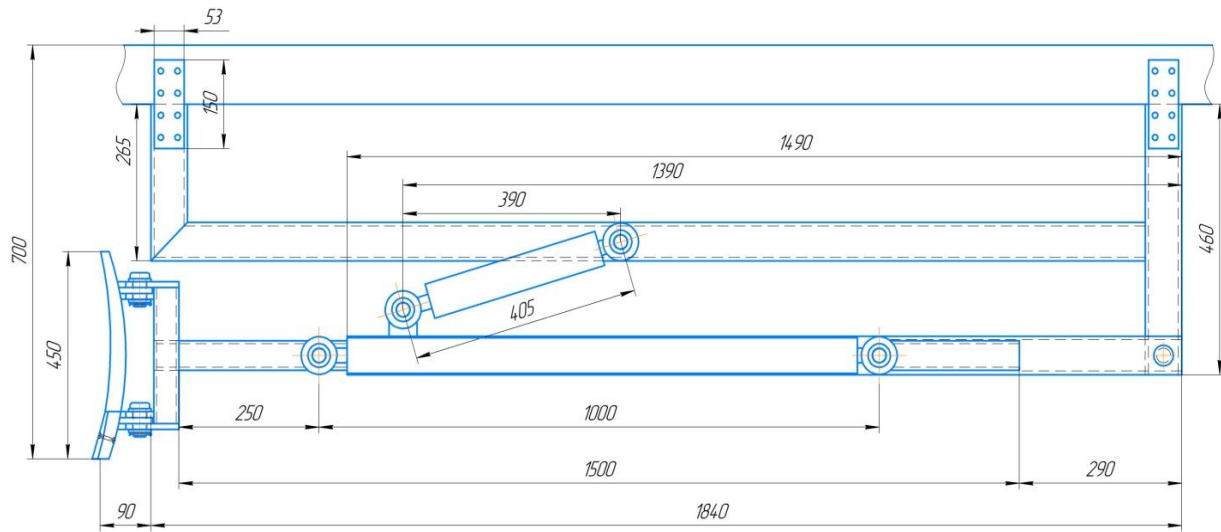


Эпюра Qx, кН



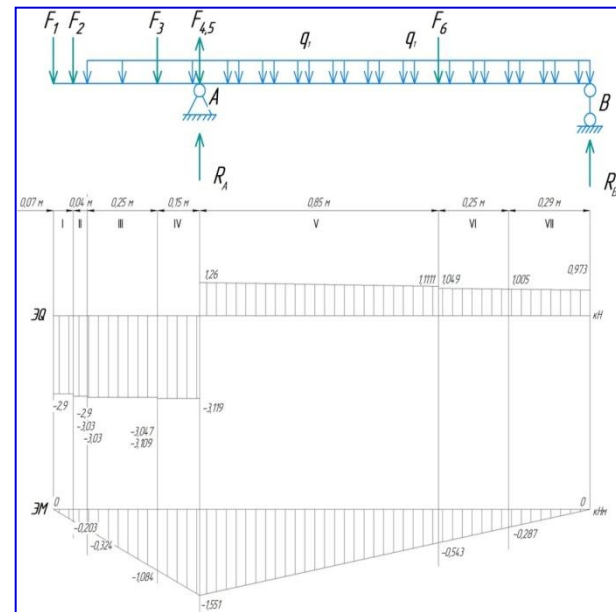
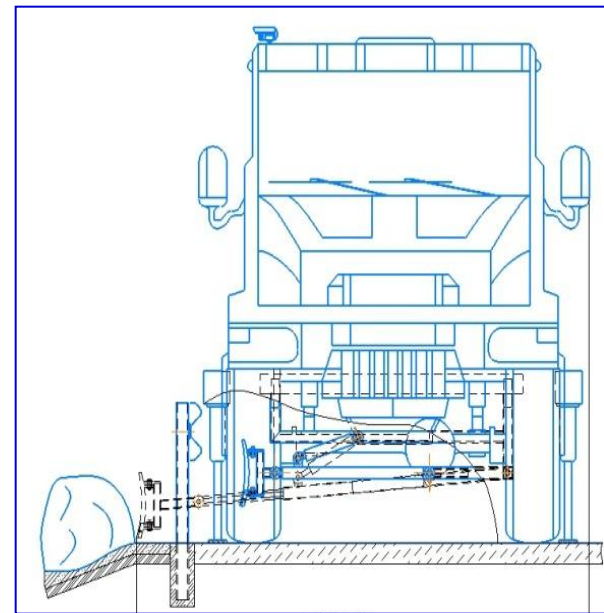
Эпюра Mx, кН·м

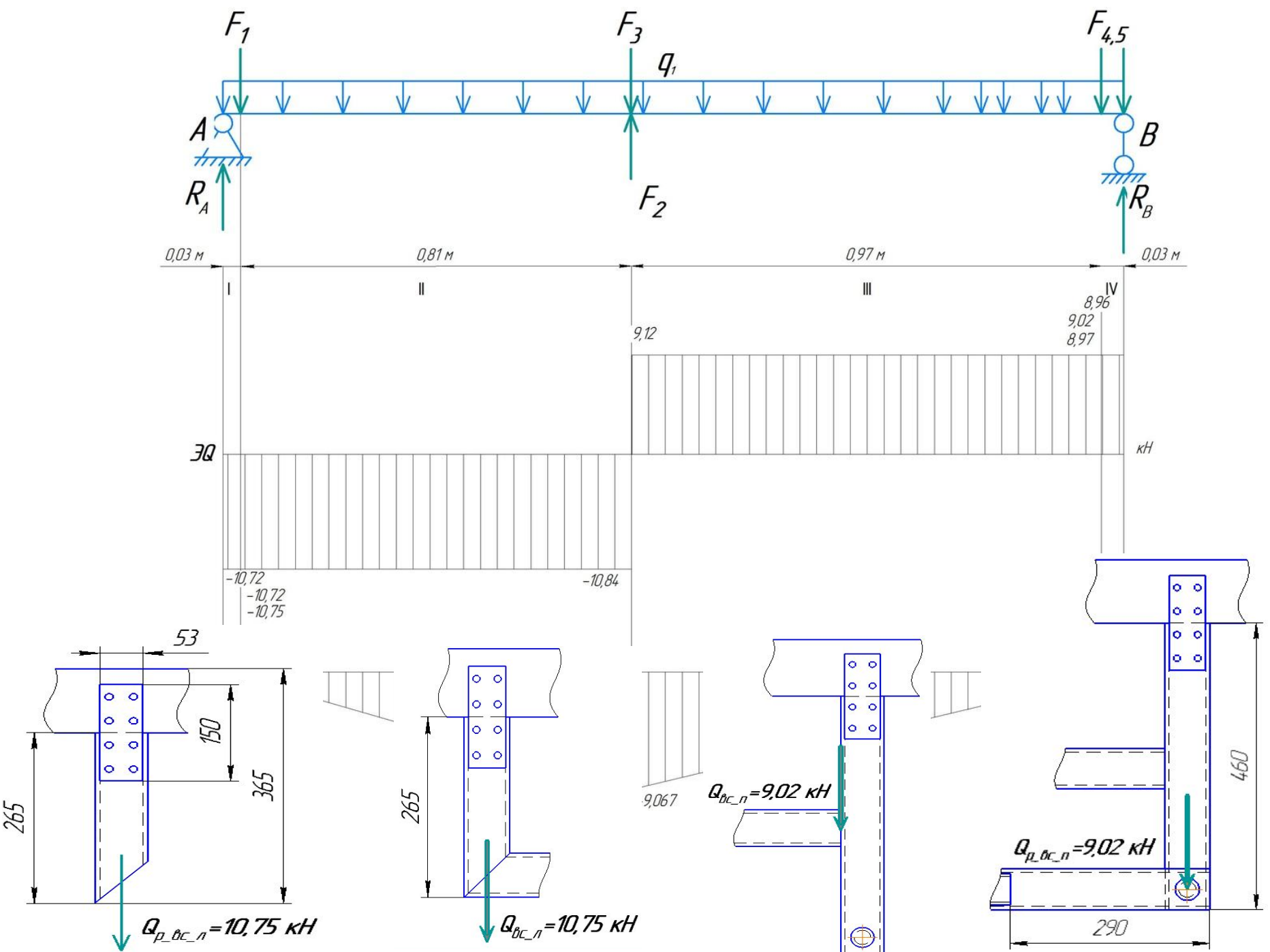


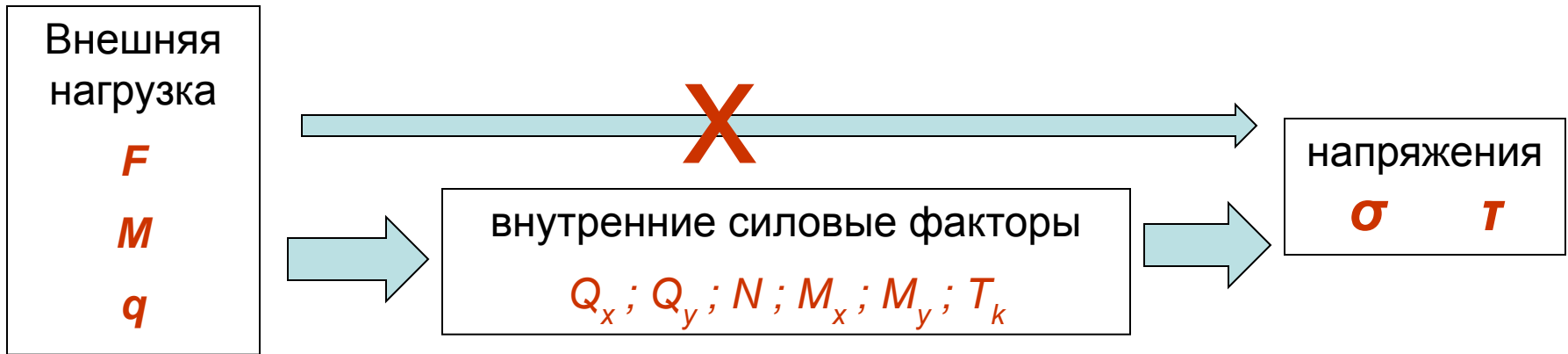


Длина балки: $L = 1.9$ (м)		Левая консоль: $L_1 = 0.51$ (м)																									
<table border="1"> <tr> <td>Распределенные нагрузки:</td> <td>$q_1 = 0.0683$ (кН/м)</td> <td>$a_1 = 0.11$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$q_2 = 0.1078$ (кН/м)</td> <td>$b_1 = 1.61$ (м)</td> </tr> <tr> <td>Сосредоточенные силы:</td> <td>$F_1 = 2.9$ (кН)</td> <td>$c_1 = 0$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$F_2 = 0.13$ (кН)</td> <td>$c_2 = 0.07$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$F_3 = 0.062$ (кН)</td> <td>$c_3 = 0.36$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$F_4 = 0.028$ (кН)</td> <td>$c_4 = 0.51$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$F_5 = -11.2$ (кН)</td> <td>$c_5 = 0.51$ (м)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$F_6 = 0.062$ (кН)</td> <td>$c_6 = 1.36$ (м)</td> </tr> </table>				Распределенные нагрузки:	$q_1 = 0.0683$ (кН/м)	$a_1 = 0.11$ (м)		$q_2 = 0.1078$ (кН/м)	$b_1 = 1.61$ (м)	Сосредоточенные силы:	$F_1 = 2.9$ (кН)	$c_1 = 0$ (м)		$F_2 = 0.13$ (кН)	$c_2 = 0.07$ (м)		$F_3 = 0.062$ (кН)	$c_3 = 0.36$ (м)		$F_4 = 0.028$ (кН)	$c_4 = 0.51$ (м)		$F_5 = -11.2$ (кН)	$c_5 = 0.51$ (м)		$F_6 = 0.062$ (кН)	$c_6 = 1.36$ (м)
Распределенные нагрузки:	$q_1 = 0.0683$ (кН/м)	$a_1 = 0.11$ (м)																									
	$q_2 = 0.1078$ (кН/м)	$b_1 = 1.61$ (м)																									
Сосредоточенные силы:	$F_1 = 2.9$ (кН)	$c_1 = 0$ (м)																									
	$F_2 = 0.13$ (кН)	$c_2 = 0.07$ (м)																									
	$F_3 = 0.062$ (кН)	$c_3 = 0.36$ (м)																									
	$F_4 = 0.028$ (кН)	$c_4 = 0.51$ (м)																									
	$F_5 = -11.2$ (кН)	$c_5 = 0.51$ (м)																									
	$F_6 = 0.062$ (кН)	$c_6 = 1.36$ (м)																									

$L = 1.9$ (м)	Дано
$L_1 = 0.51$ (м)	Тип балки: Двутоннельная балка консоль слега
$q_1 = 0.0683$ (кН/м)	Размеры: $L = 1.9$ м, $L_1 = 0.51$ м,
$a_1 = 0.11$ (м)	Нагрузки: $q_1 = 0.0683$ кН/м, $z \in (0.11; 1.61)$;
$b_1 = 1.61$ (м)	$q_2 = 0.1078$ кН/м, $z \in (0.51; 1.9)$;
$b_2 = 1.9$ (м)	$F_1 = 2.9$ (кН), $z = 0$;
$c_1 = 0$ (м)	$F_2 = 0.13$ кН, $z = 0.07$ м;
$c_2 = 0.07$ (м)	$F_3 = 0.062$ кН, $z = 0.36$ м;
$c_3 = 0.36$ (м)	$F_4 = 0.028$ кН, $z = 0.51$ м;
$c_4 = 0.51$ (м)	$F_5 = -11.2$ кН, $z = 0.51$ м;
$c_5 = 0.51$ (м)	$F_6 = 0.062$ кН, $z = 1.36$ м;
$c_6 = 1.36$ (м)	Ответ
	Реакции опор: $R_A = -6.792$ кН, $R_B = -0.973$ кН;
	Внутренние усилия: $Q_{max} = 3.119$ кН, $M_{max} = 1.551$ кНм;







Метод сечений:

1. **Р**ассекаем деталь плоскостью
2. **О**тбрасываем одну часть
3. **З**аменяем отброшенную часть внутренними силовыми факторами
4. **У**равнения статики составляем и находим значения внутренних силовых факторов



Метод сечений –
основной метод
сопротивления
материалов

РОЗУ

Основные характеристики прочности и жесткости

Фактор влияния	Характеристики	
	прочности	жесткости
<p>Поперечное сечение детали</p>	<p>Площадь сечения A – при растяжении, сжатии, сдвиге</p> <p>Полярный момент сопротивления W_P – при кручении</p> <p>Осевые моменты сопротивления сечения W_x W_y – при изгибе</p>	<p>Площадь сечения A – при растяжении, сжатии, сдвиге</p> <p>Полярный момент инерции I_P – при кручении</p> <p>Осевые моменты инерции сечения I_x I_y – при изгибе</p>
<p>Нагрузка</p>	<p>Внутренние силовые факторы:</p> <p>Продольная сила N – при растяжении и сжатии</p> <p>Поперечные силы Q_x Q_y – при сдвиге (срезе)</p> <p>Крутящий момент T_k – при кручении</p> <p>Изгибающие моменты M_x M_y – при изгибе</p>	
<p>Материал</p>	<p>Допускаемые напряжения:</p> <p>нормальные - $[\sigma]$</p> <p>касательные - $[\tau]$</p>	<p>Модуль упругости материала – E при действии нормальных напряжений</p> <p>Модуль сдвига материала - G при действии касательных напряжений</p>

Характеристики простых видов деформации

Параметры	Виды деформации			
	Растяжение сжатие	Сдвиг	Кручение	Изгиб
Внутренний силовой фактор в сечении	Продольная сила N	Поперечная сила Q	Крутящий момент T_k	Изгибающий момент M_x
Напряжения	$\sigma = \frac{N}{A}$	$\tau = \frac{Q}{A_{cp}}$	$\tau = \frac{T_k}{I_p} \rho$	$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$
максимум	$\sigma_{max} = \frac{N}{A}$	$\tau_{max} = \frac{Q}{A_{cp}}$	$\tau_{max} = \frac{T_k}{W_p}$	$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x}$
Условие прочности	$\sigma_{max} \leq [\sigma]$	$\tau_{max} \leq [\tau]$	$\tau_{max} \leq [\tau]$	$\sigma_{max} \leq [\sigma]$
конкретное	при растяжении $\frac{N}{A} \leq [\sigma]_p$	$\frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau]_{cp}$	$\frac{T_k}{W_p} \leq [\tau]_{kp}$	$\frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]_{изг}$

Условие прочности и устойчивости	сжатие $\frac{ N }{A} \leq \varphi[\sigma]_{сж}$			
Характеристика прочности сечения	площадь сечения A	площадь среза A_{ср}	полярный момент сопротивления сечения W_p	осевой момент сопротивления сечения W_x
Деформация абсолютная	$\Delta \square = \frac{N \square}{EA}$	$\Delta S = \frac{Q \square}{GA_{ср}}$	$\varphi = \frac{T_k \square}{GI_p}$	$y = \iint \frac{M_x dz}{EI_x}$
	относительная $\varepsilon = \frac{N}{EA}$	$\gamma = \frac{Q}{GA_{ср}}$	$\theta = \frac{T_k}{GI_p}$	$\theta = \int \frac{M_x dz}{EI_x}$
Характеристика жесткости сечения	площадь сечения A	площадь среза A_{ср}	полярный момент инерции сечения I_p	осевой момент инерции сечения I_x
Характеристика жесткости материала	модуль упругости E	модуль сдвига G	модуль сдвига G	модуль упругости E

2.7 Типы расчетов на прочность

$$\frac{N}{A} \leq [\sigma]_p$$

- расчет **проектировочный**

цель расчета – определение необходимых **размеров сечения** детали

- **определить нагрузку** N , действующую на деталь;
- **выбрать материал** (по прототипам) и **найти** в справочных таблицах **значение допускаемого напряжения**
- **выбрать рациональную форму сечения** детали, подставить в условие прочности выражение площади через размеры сечения и из полученного неравенства **вычислить размеры сечения**

- расчет **поверочный** *(производится при известных размерах, нагрузке и материале)*

цель расчета – проверить выполнение **неравенства** условия прочности
оптимальным считается отклонение от равенства в пределах **$\pm 5\%$**

- расчет **несущей способности** конструкции

цель расчета – определение **допускаемой нагрузки**

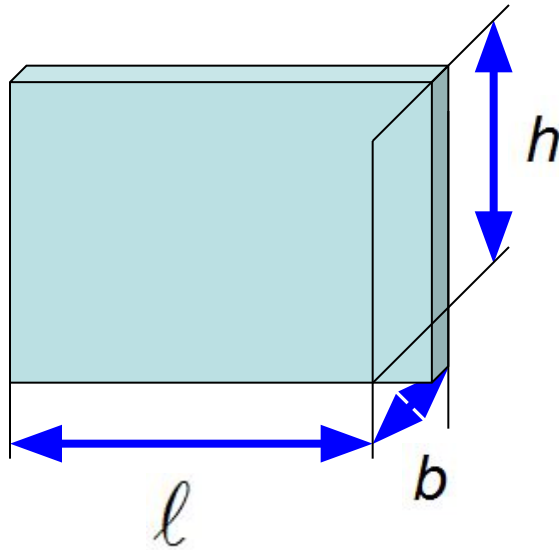
Тема 1

Геометрические характеристики плоских сечений



Тихонкин Игорь Васильевич, доцент, к.т.н.
Кафедра Теоретической и прикладной механики
Инженерного института ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Основные определения



Известны три геометрические характеристики, знакомые каждому — это **длина, площадь, объем**, которые имеют определенный физический смысл.

l	- длина, м	} физический смысл
$l \cdot b$	- площадь, м ²	
$l \cdot b \cdot h$	- объем, м ³	

статические моменты

моменты инерции площади сечений

не имеют физического смысла, их нельзя измерить, **НО**...они используются в формулах сопротивления материалов

- При выводе формул СМ иногда случается, что **часть формулы** представляет собой **интегральное выражение, зависящее только от формы и размеров сечения**.
- Для упрощения последующего использования таких формул **удобно** такое **выражение** подсчитать заранее для **различных форм сечений**.

Статические моменты площади сечений используются

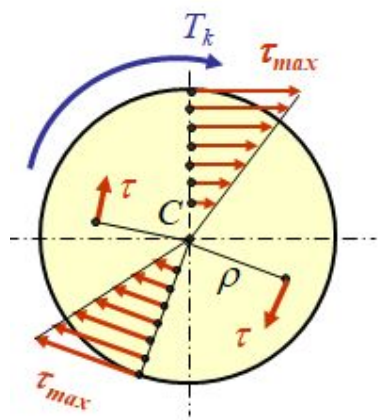
- при определении положения центра тяжести сечения,
- при расчете касательных напряжений при изгибе.

$$S_{x'}, S_y$$

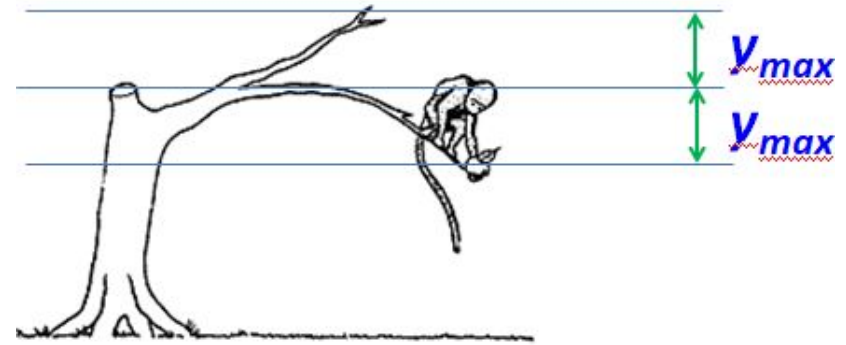
Моменты инерции используются

- при расчете напряжений и перемещений при изгибе и при кручении и т. д.

$$I_{x'}, I_{y'}, I_{xy}, I_{p'}$$



$$\tau = \frac{T_k}{I_p} \rho$$



$$y_{\max} = \sum \int \frac{M_x \overline{M_1} dz}{EI_x} = \frac{Fl^3}{3EI_x}$$

$$S_x = A_1 \cdot y_{C1} + A_2 \cdot y_{C2} + \dots$$

$$S_y = A_1 \cdot x_{C1} + A_2 \cdot x_{C2} + \dots$$

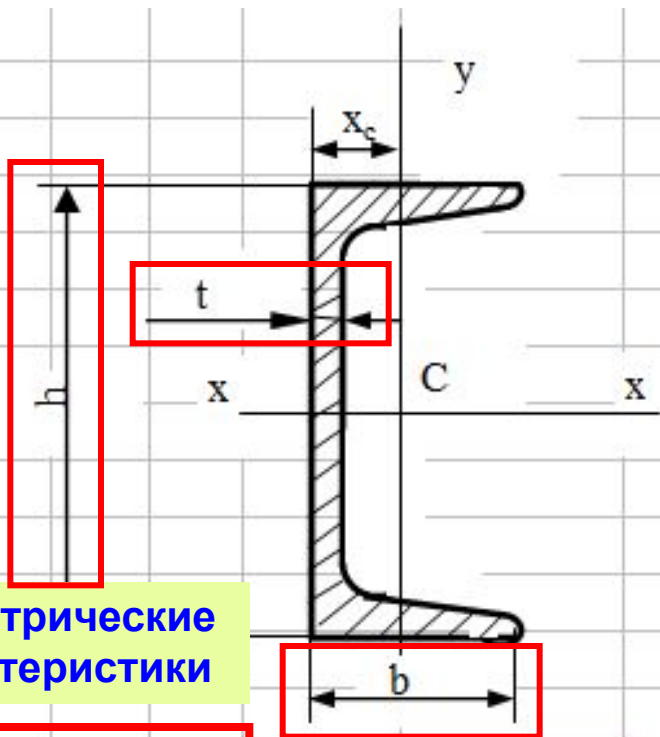
$$\lambda = \frac{v \cdot l}{i_{\min}}$$



$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^*}{b^* \cdot I_x}$$

$$\frac{|M_x|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]_{u32}$$





Обозначения:

h - высота балки;
 b - ширина полки;
 t - толщина стойки;

I - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 S - статический момент
 полусечения;
 i - радиус инерции;

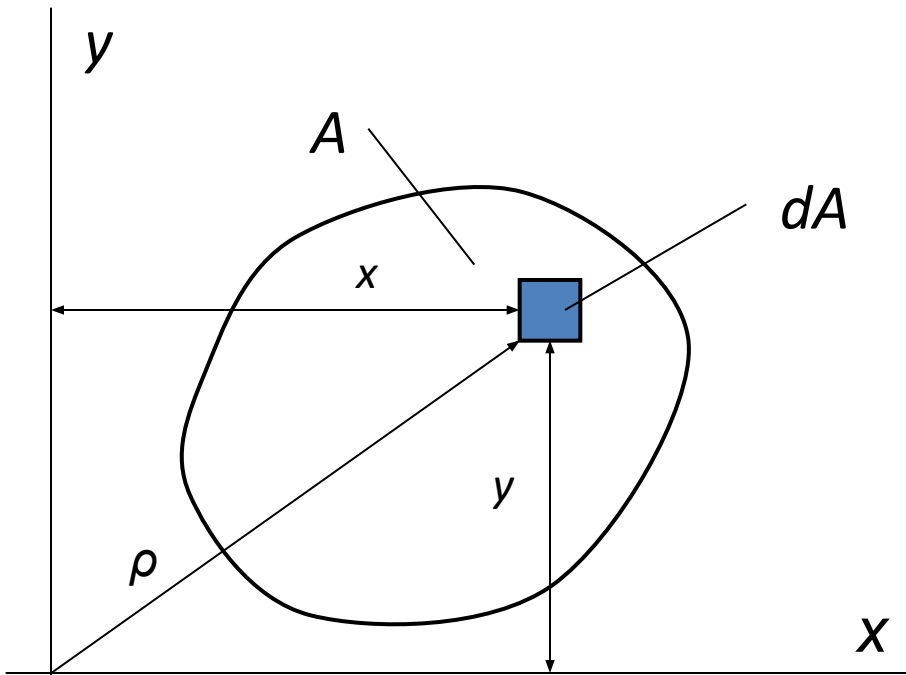
x_c - расстояние от центра до
 наружной грани стенки.

Геометрические
 характеристики

Интегральные
 выражения

Номер швел- лера	Размеры, мм			Масса 1 м, кг	Площадь сечения A , см^2	Справочные величины для осей							
	h	b	t			X - X				Y - Y			x_c , см
						I_x , см^4	W_x , см^3	i_x , см	S_x , см^3	I_y , см^4	W_y , см^3	i_y , см	
5	50	32	4,4	4,84	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	5,9	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,05	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	8,59	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	10,4	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	12,3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67

1. ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ ДЕТАЛИ



Моменты сопротивления сечения

- осевые

- полярный

$$\begin{cases} W_x = \frac{I_x}{|y_{\max}|} \\ W_y = \frac{I_y}{|x_{\max}|} \end{cases}$$

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$$

Геометрические характеристики:

Площадь сечения

$$A = \int_A dA$$

Статические моменты площади

$$S_y = \int_A x \cdot dA \quad S_x = \int_A y \cdot dA$$

Моменты инерции сечения

- осевые

$$\begin{cases} I_x = \int_A y^2 dA \\ I_y = \int_A x^2 dA \end{cases}$$

- центробежный

$$I_{xy} = \int_A x \cdot y \cdot dA$$

- полярный

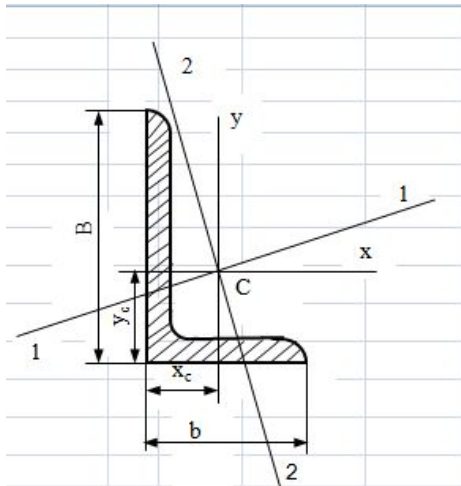
$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA$$

Радиусы инерции сечения

$$\begin{cases} i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \\ i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \end{cases}$$

Пример иллюстрации

Фрагмент таблицы сортамента



УГОЛКИ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ
НЕРАВНОПОЛОЧНЫЕ (по ГОСТ 8510 - 86)

Обозначения:

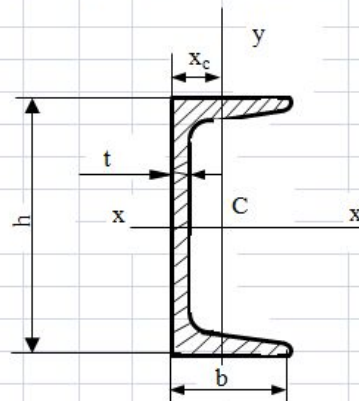
B - ширина б
 b - ширина м
 t - толщина п
 I - момент ин
 W - момент
 i - радиус ин
 I_{xy} - цен
 X_c, Y_c - расс
наружи

Размеры уголка, мм	Масса 1 м, кг	Площадь сечения, $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей						$x_c,$ СМ	$y_c,$ СМ
			x - y			2 - 2				
			$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$I_{xy}, \text{см}^4$	$I_{min}, \text{см}^4$	$i_{min}, \text{СМ}$			
25 x 16 x	3	0,91	1,16	0,7	0,22	0,22	0,13	0,34	0,42	0,86
32 x 20 x	3	1,17	1,49	1,52	0,46	0,47	0,28	0,43	0,49	1,08
	5	4,79	6,11	34,81	12,47	12	7,24	1,09	1,17	2,39
75 x 50 x	6	5,69	7,25	40,92	14,6	14,1	8,48	1,08	1,21	2,44
	8	7,43	9,47	52,38	18,52	17,8	10,87	1,07	1,29	2,52
80 x 50 x	5	4,49	6,36	41,64	12,68	13,2	7,57	1	1,13	2,6

Геометрические характеристики плоских сечений

- 2.1 Эскиз сечения
- 2.2 Габаритные размеры:
- 2.3 Положение центра:
- 2.4 Площадь сечения:
- 2.5 Центральные моменты инерции:
- 2.6 Моменты сопротивления сечения:
- 2.7 Радиусы инерции сечения:

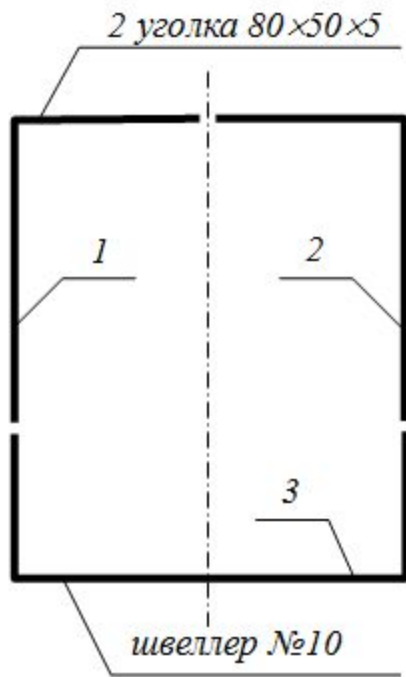
ШВЕЛЛЕРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ (по ГОСТ 8240 - 89)



Обозначения:

h - высота балки;
 b - ширина полки;
 t - толщина стойки;
 I - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 S - статический момент
полусечения;
 i - радиус инерции;
 x_c - расстояние от центра до
наружной грани стенки.

Номер швел- лера	Размеры, мм			Масса 1 м, кг	Площадь сечения $A,$ см^2	Справочные величины для осей							
	h	b	t			x - x			y - y			$x_c,$ СМ	
						$I_x,$ см^4	$W_x,$ см^3	$i_x,$ СМ	$S_x,$ см^3	$I_y,$ см^4	$W_y,$ см^3		$i_y,$ СМ
5	50	32	4,4	4,84	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	5,9	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,05	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	8,59	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44



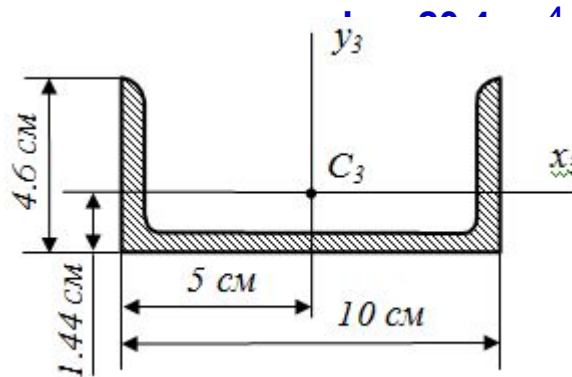
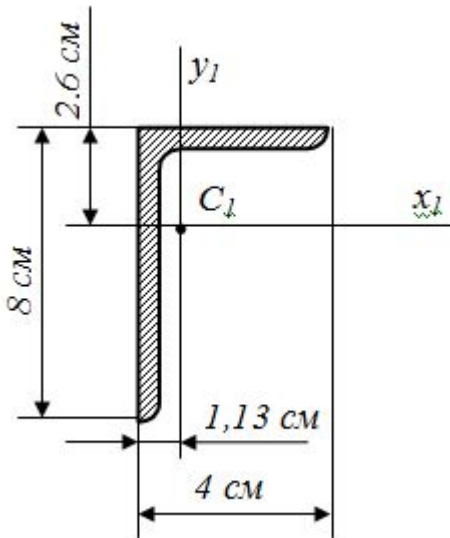
Определить геометрические характеристики сечения стержня, сваренного из двух неравнополочных уголков $80 \times 50 \times 5$ и швеллера №10 (см. табл. сортамента)

п.1, п.2. - Уголок $80 \times 50 \times 5$ мм (ГОСТ 8510–86):

- габаритные размеры: 8×5 см;
- координаты центра уголка относительно его полки $C_1(1,13; 2,6)$;
- площадь сечения уголка $A_1 = 6,36$ см²;
- осевые моменты инерции относительно центральных осей
 $I_{xc_1} = 41,64$ см⁴, $I_{yc_1} = 12,68$ см⁴.

п.3. - Швеллер №10 (ГОСТ 8240–89):

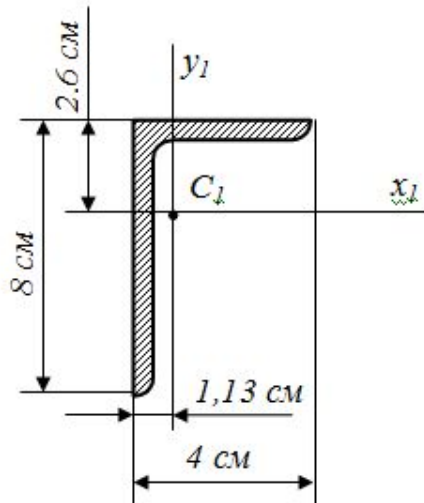
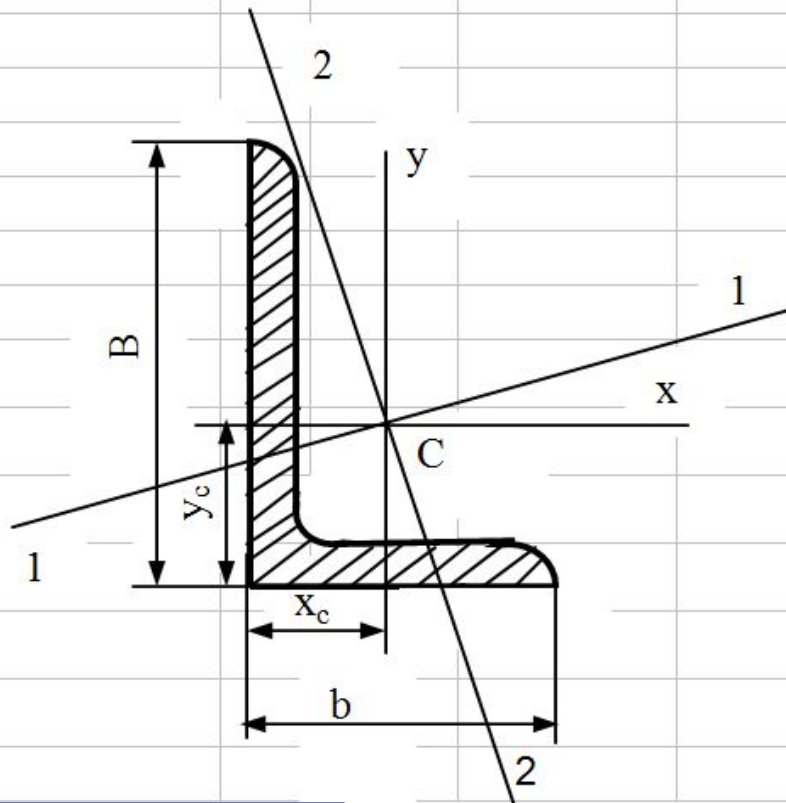
- габаритные размеры $10 \times 4,6$ см;
- координаты центра швеллера $C_2(5; 1,44)$;
- площадь сечения $A_3 = 10,9$ см²;
- табличные значения моментов инерции швеллера необходимо согласовать с принятыми нами обозначениями осей (в таблице сортамента швеллер изображен вертикально $I_{xc_1} = 174$ см⁴, $I_{yc_1} = 20,4$ см⁴):



УГОЛКИ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ НЕРАВНОПОЛОЧНЫЕ (по ГОСТ 8510 - 86)

Обозначения:

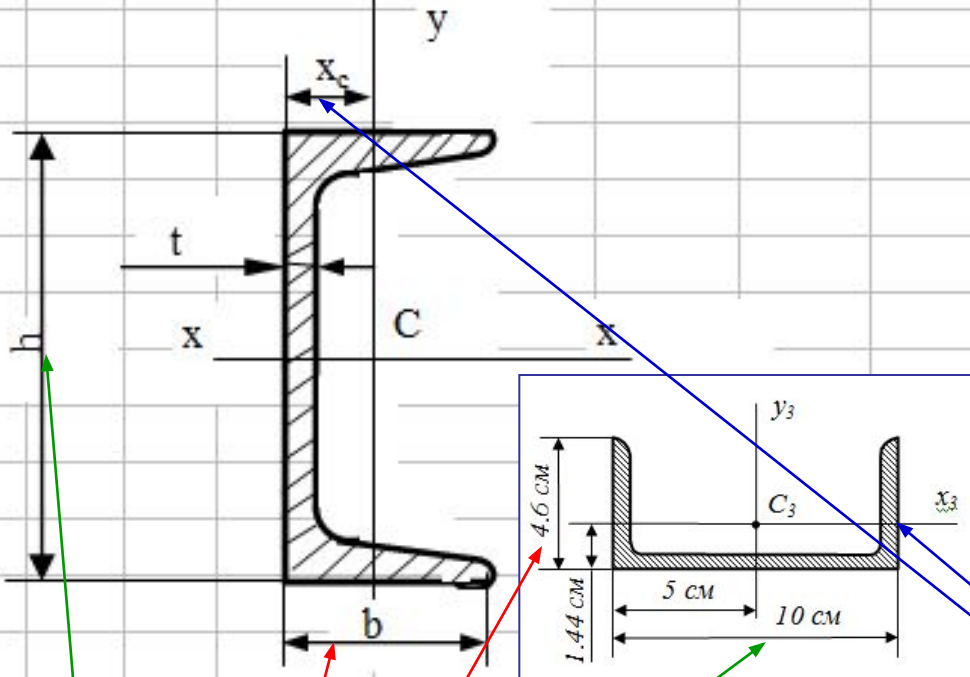
- B - ширина большей полки;
- b - ширина меньшей полки;
- t - толщина полки;
- I - момент инерции;
- W - момент сопротивления;
- i - радиус инерции;
- I_{xy} - центробежный момент инерции;
- X_c, Y_c - расстояние от центра сечения до наружной грани полки.



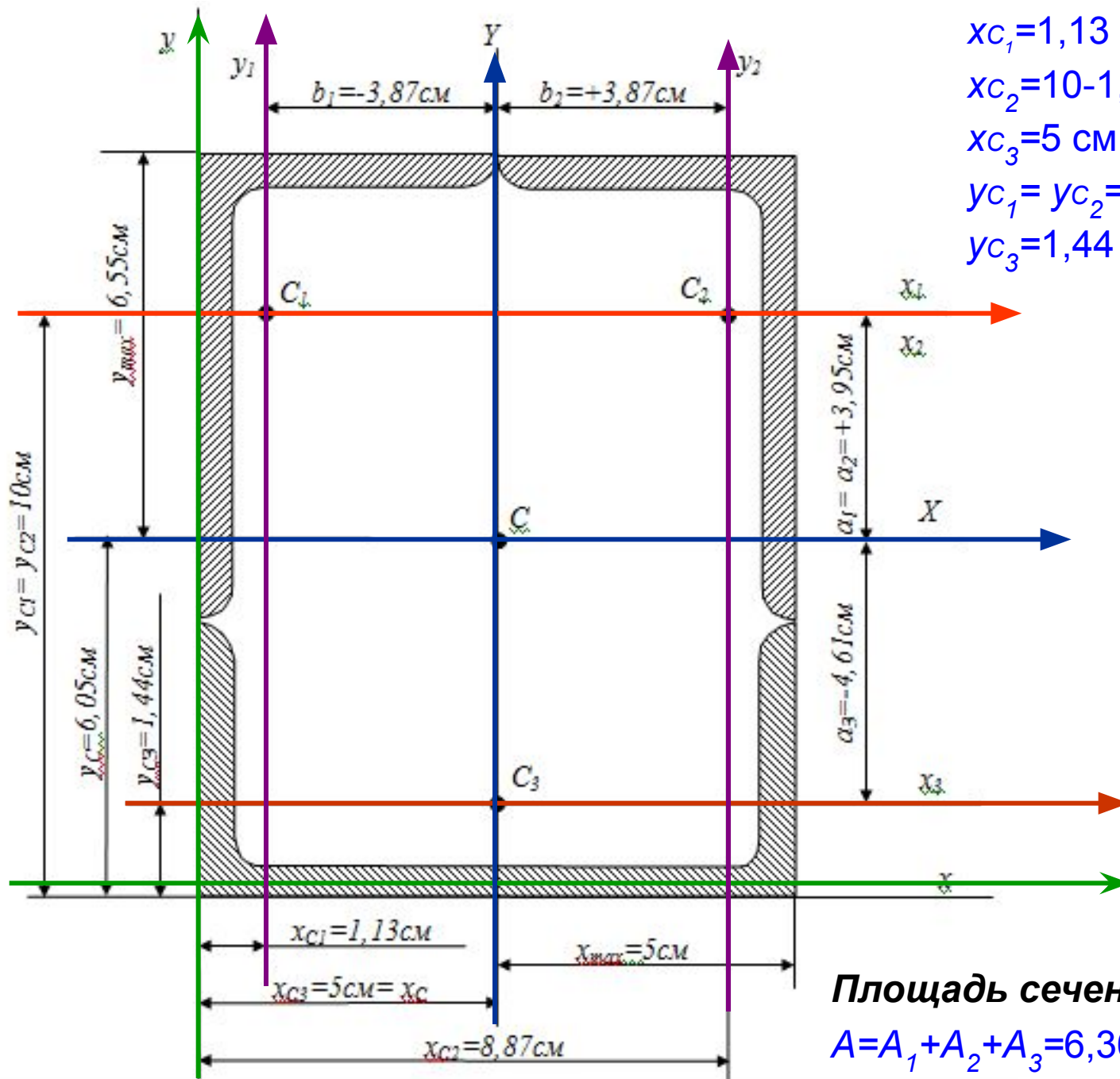
Размеры уголка, мм		Масса 1 м, кг	Площадь сечения, $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей					$x_c,$ см	$y_c,$ см
				$x - y$			$2 - 2$			
$B \times b$	t		$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$I_{xy}, \text{см}^4$	$I_{min}, \text{см}^4$	$i_{min}, \text{см}$			
25 x 16 x	3	0,91	1,16	0,7	0,22	0,22	0,13	0,34	0,42	0,86
32 x 20 x	3	1,17	1,49	1,52	0,46	0,47	0,28	0,43	0,49	1,08
	5	4,79	6,11	34,81	12,47	12	7,24	1,09	1,17	2,39
75 x 50 x	6	5,69	7,25	40,92	14,6	14,1	8,48	1,08	1,21	2,44
	8	7,43	9,47	52,38	18,52	17,8	10,87	1,07	1,29	2,52
80 x 50 x	5	4,49	6,36	41,64	12,68	13,2	7,57	1	1,13	2,6

Обозначения:

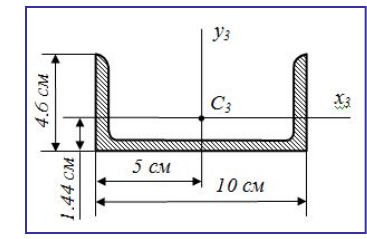
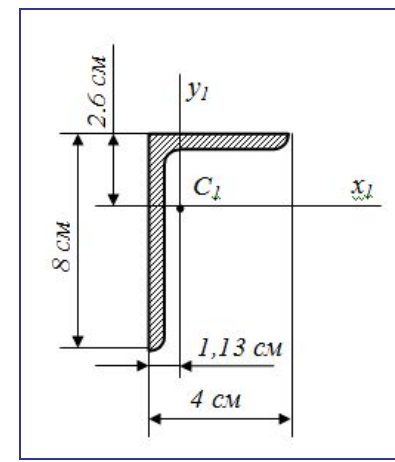
- h - высота балки;
- b - ширина полки;
- t - толщина стойки;
- I - момент инерции;
- W - момент сопротивления;
- S - статический момент полусечения;
- i - радиус инерции;
- x_c - расстояние от центра до наружной грани стенки.



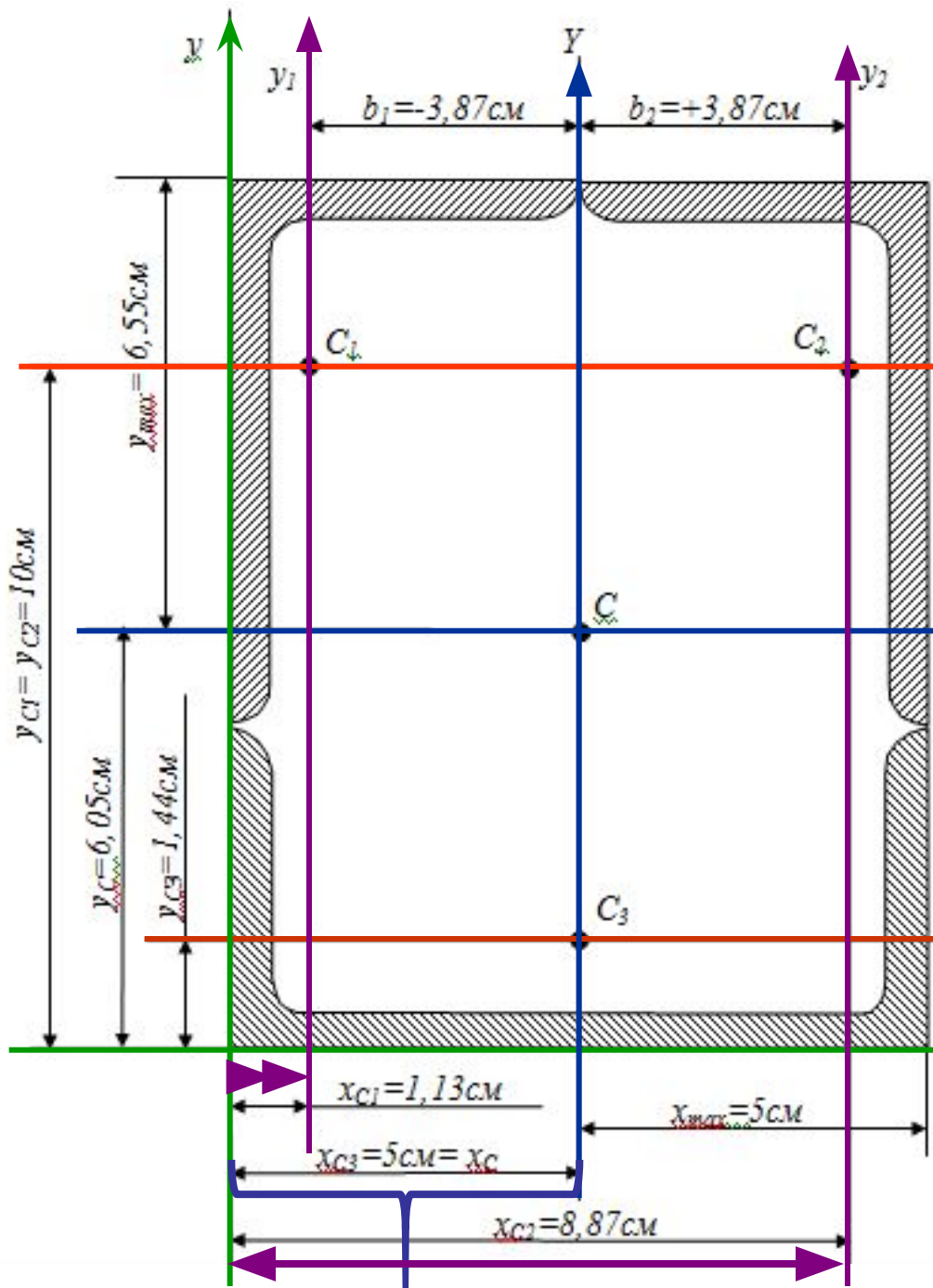
Номер швеллера	Размеры, мм			Масса 1 м, кг	Площадь сечения A , cm^2	Справочные величины для осей							x_c , см
	h	b	t			x - x				y - y			
						I_x , cm^4	W_x , cm^3	i_x , см	S_x , cm^3	I_y , cm^4	W_y , cm^3	i_y , см	
5	50	32	4,4	4,84	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	5,9	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,05	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	8,59	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	10,4	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	12,3	15,6	$I_{xc_1} = 20,4 cm^4$					11	1,7	1,67
14a	140	62	4,9	13,3	17	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5	14,2	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8



$x_{C_1} = 1,13 \text{ см};$
 $x_{C_2} = 10 - 1,13 = 8,87 \text{ см};$
 $x_{C_3} = 5 \text{ см};$
 $y_{C_1} = y_{C_2} = 4,6 + 8 - 2,6 = 10 \text{ см};$
 $y_{C_3} = 1,44 \text{ см}.$



Площадь сечения (см²)
 $A = A_1 + A_2 + A_3 = 6,36 + 6,36 + 10,9 = 23,62.$



$$a_1 = y_{C_1} - y_C = 10 - 6,05 = +3,95\text{ cm};$$

$$a_2 = y_{C_2} - y_C = 10 - 6,05 = +3,95\text{ cm};$$

$$a_3 = y_{C_3} - y_C = 1,44 - 6,05 = -4,61\text{ cm};$$

$$x_c = \frac{\sum A_i \cdot x_{c_i}}{\sum A_i}$$

$$y_c = \frac{\sum A_i \cdot y_{c_i}}{\sum A_i}$$

$$b_1 = x_{C_1} - x_C = 1,13 - 5 = -3,87\text{ cm};$$

$$b_2 = x_{C_2} - x_C = 8,87 - 5 = +3,87\text{ cm};$$

$$b_3 = x_{C_3} - x_C = 5 - 5 = 0.$$

$$J_{xc} = \sum [J_{ixi} + A_i \cdot (a_i)^2] \quad J_{yc} = \sum [J_{iyi} + A_i \cdot (b_i)^2]$$

$$J_{x_c y_c} = \sum [J_{ixyi} + A_i \cdot a_i \cdot b_i]$$

Определяем моменты инерции:

$$\begin{aligned} I_X &= I_{1X} + I_{2X} + I_{3X} = (I_{1x_1} + A_1 \cdot a_1^2) + (I_{2x_2} + A_2 \cdot a_2^2) + (I_{3x_3} + A_3 \cdot a_3^2) = \\ &= [41,64 + 6,36 \cdot (+3,95)^2] + [41,64 + 6,36 \cdot (+3,95)^2] + [20,4 + 10,9 \cdot (-4,61)^2] = 533,7 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_Y &= I_{1Y} + I_{2Y} + I_{3Y} = (I_{1y_1} + A_1 \cdot b_1^2) + (I_{2y_2} + A_2 \cdot b_2^2) + (I_{3y_3} + A_3 \cdot b_3^2) = \\ &= [12,68 + 6,36 \cdot (-3,87)^2] + [12,68 + 6,36 \cdot (+3,87)^2] + [174 + 10,9 \cdot (0)^2] = 390 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

Находим осевые моменты сопротивления сечения:

$$I_{XY} = 0,$$

$$W_X = \frac{I_X}{y_{\max}} = \frac{533,7}{6,55} = 81,5 \text{ см}^3;$$

$$W_Y = \frac{I_Y}{x_{\max}} = \frac{390}{5} = 78 \text{ см}^3.$$

Вычисляем радиусы инерции сечения:

$$i_X = \sqrt{\frac{I_X}{A}} = \sqrt{\frac{533,7}{23,62}} = 4,8 \text{ см};$$

$$i_Y = \sqrt{\frac{I_Y}{A}} = \sqrt{\frac{390}{23,62}} = 4,1 \text{ см}.$$

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

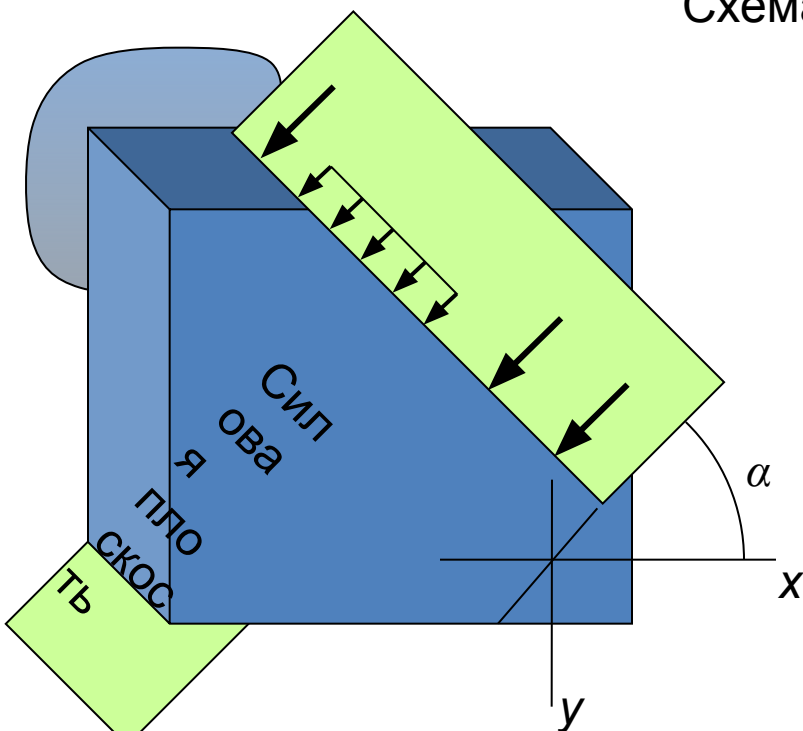
Сложные виды



Тихонкин Игорь Васильевич, доцент, к.т.н.
Кафедра Теоретической и прикладной механики
Инженерного института ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Сложные формы изгиба

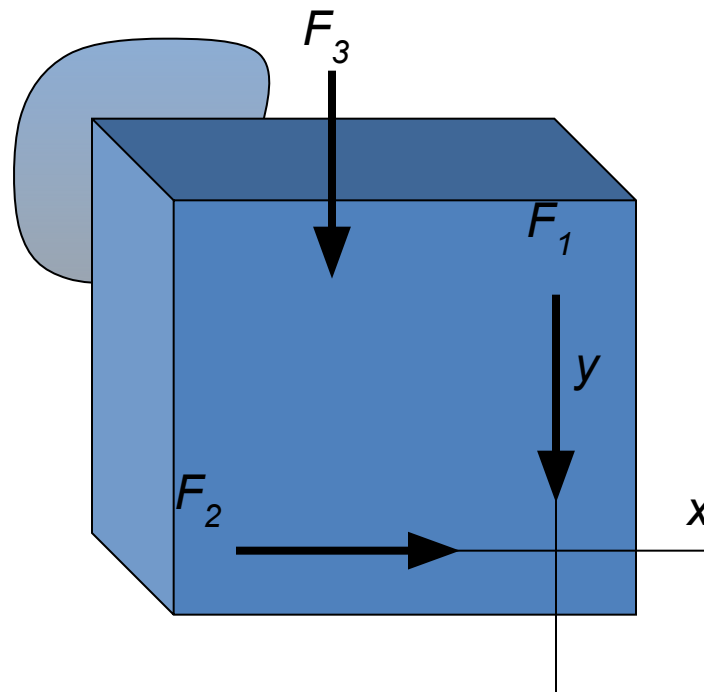
Косой изгиб



Косой изгиб вызывается нагрузкой, лежащей в одной плоскости (силовой) при несовпадении силовой плоскости с главными плоскостями инерции балки

Пространственный изгиб

Схема нагружения



Пространственный изгиб вызывается нагрузкой, расположенной в разных плоскостях

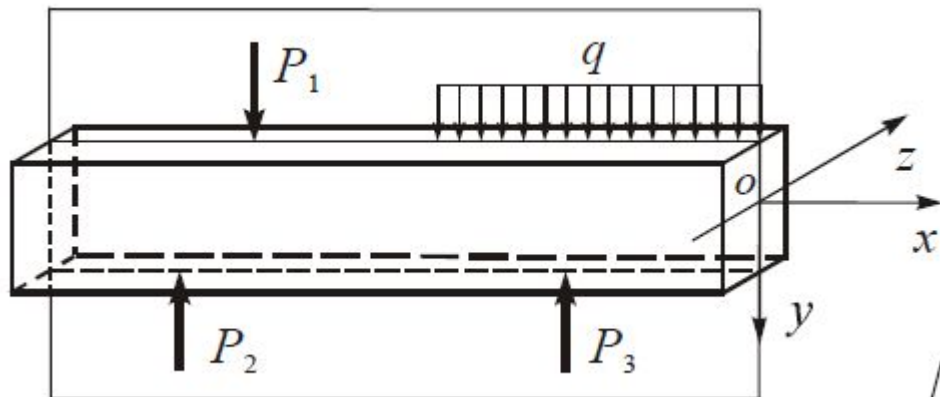


Рис.1. Плоский **прямой изгиб**

Если внешние нагрузки расположены в одной плоскости, проходящей через ось стержня, то изгиб называется **плоским** (рис.1 и 2). В этом случае **изогнутая ось** стержня является **плоской кривой**.

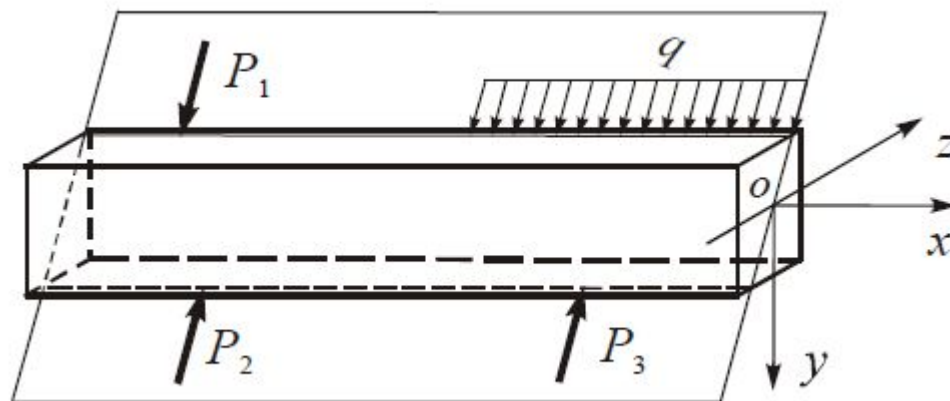


Рис.2. Плоский **косой изгиб**

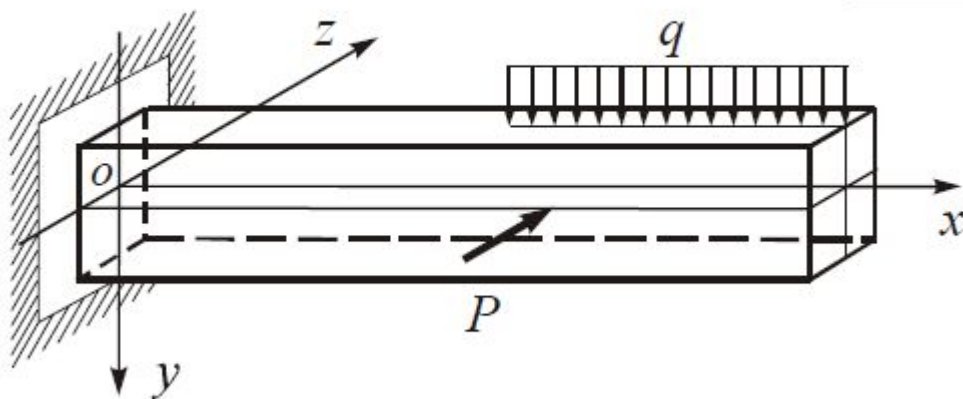
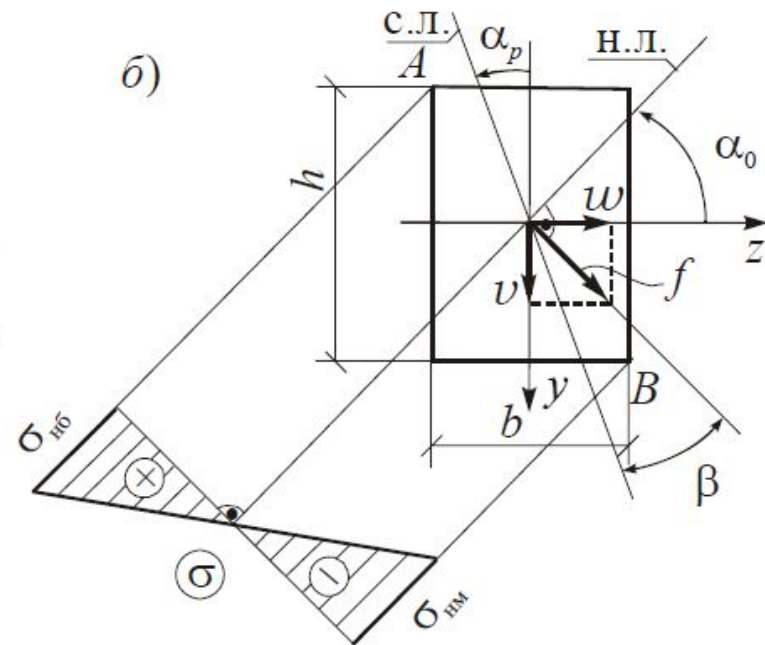
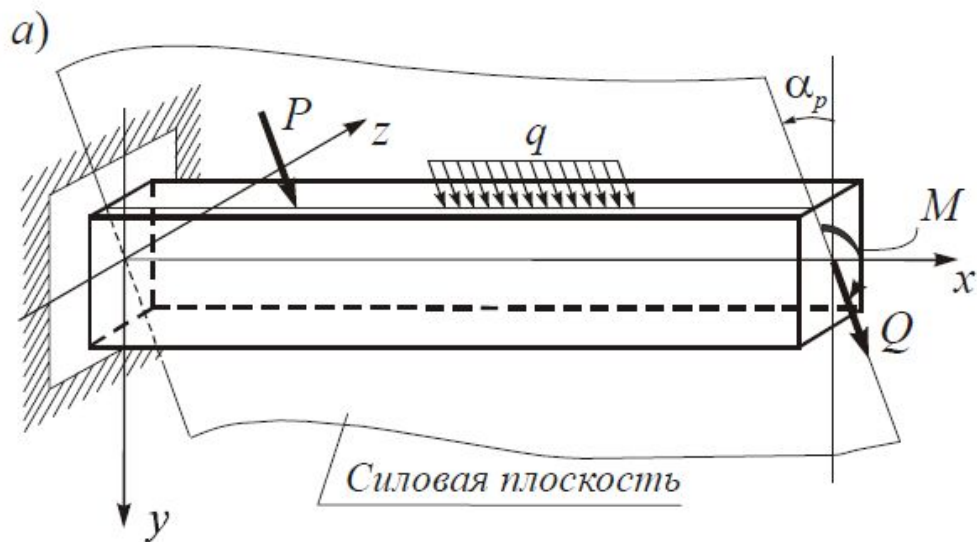


Рис.3. **Пространственный изгиб**

В общем случае, когда нагрузки расположены в разных плоскостях (рис.3), изгиб называется **пространственным**. **Изогнутая ось** стержня в этом случае является **пространственной кривой**.

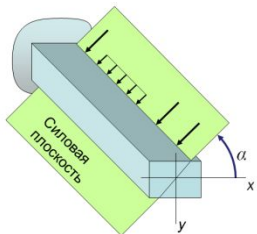
Плоский косо́й изгиб



Максимальные напряжения в опасном сечении при x_{max} и y_{max}

$$\sigma_{max} = |M|_{изг}^{max} \left(\frac{Sin\alpha}{W_x} + \frac{Cos\alpha}{W_y} \right)$$

Положение опасного сечения определяется эпюрой $M_{изг}$

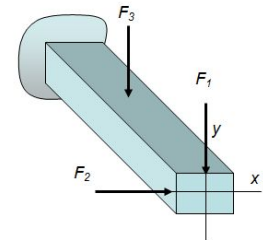


$$\sigma_{max} = \left(\frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \right)_{max}$$

Положение опасного сечения не очевидно. Поэтому его приходится находить, сравнивая напряжения в двух потенциально опасных сечениях

Условие прочности

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]$$



или в более удобном для расчета виде

$$\frac{|M|_{изг}^{max}}{W_x} \left(Sin\alpha + \frac{W_x}{W_y} Cos\alpha \right) \leq [\sigma]_{изг} \quad (67)$$

$$\frac{1}{W_x} \left(|M_x| + \frac{W_x}{W_y} |M_y| \right)_{max} \leq [\sigma]_{изг} \quad (68)$$

В обоих условиях прочности по 2 неизвестных: W_x и W_y

Для осуществления практического расчета на прочность соотношением моментов сопротивления сечения приходится задаваться хотя бы ориентировочно

Для прямоугольного сечения $\frac{W_x}{W_y} = \frac{bh^2}{6} \frac{6}{hb^2} = \frac{h}{b} = \text{задать!}$

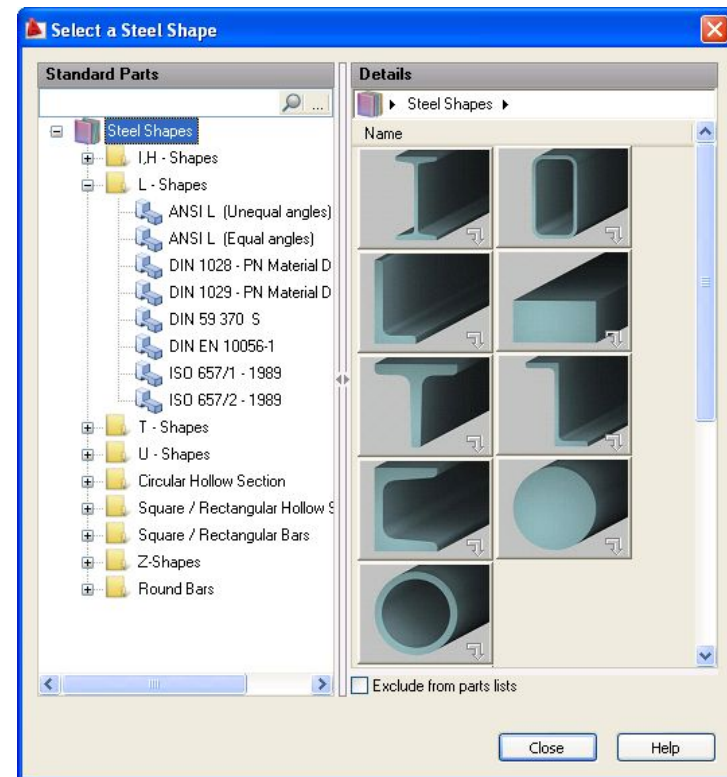
При расчете стандартных профилей (двутавра, швеллера) задается ориентировочное соотношение:

для двутавра $\frac{W_x}{W_y} \approx 8$

для швеллера $\frac{W_x}{W_y} \approx 6$

После определения номера профиля необходимо провести поверочный расчет по истинным значениям моментов сопротивления

Для прокатных двутавров k изменяется в пределах 6 -14.



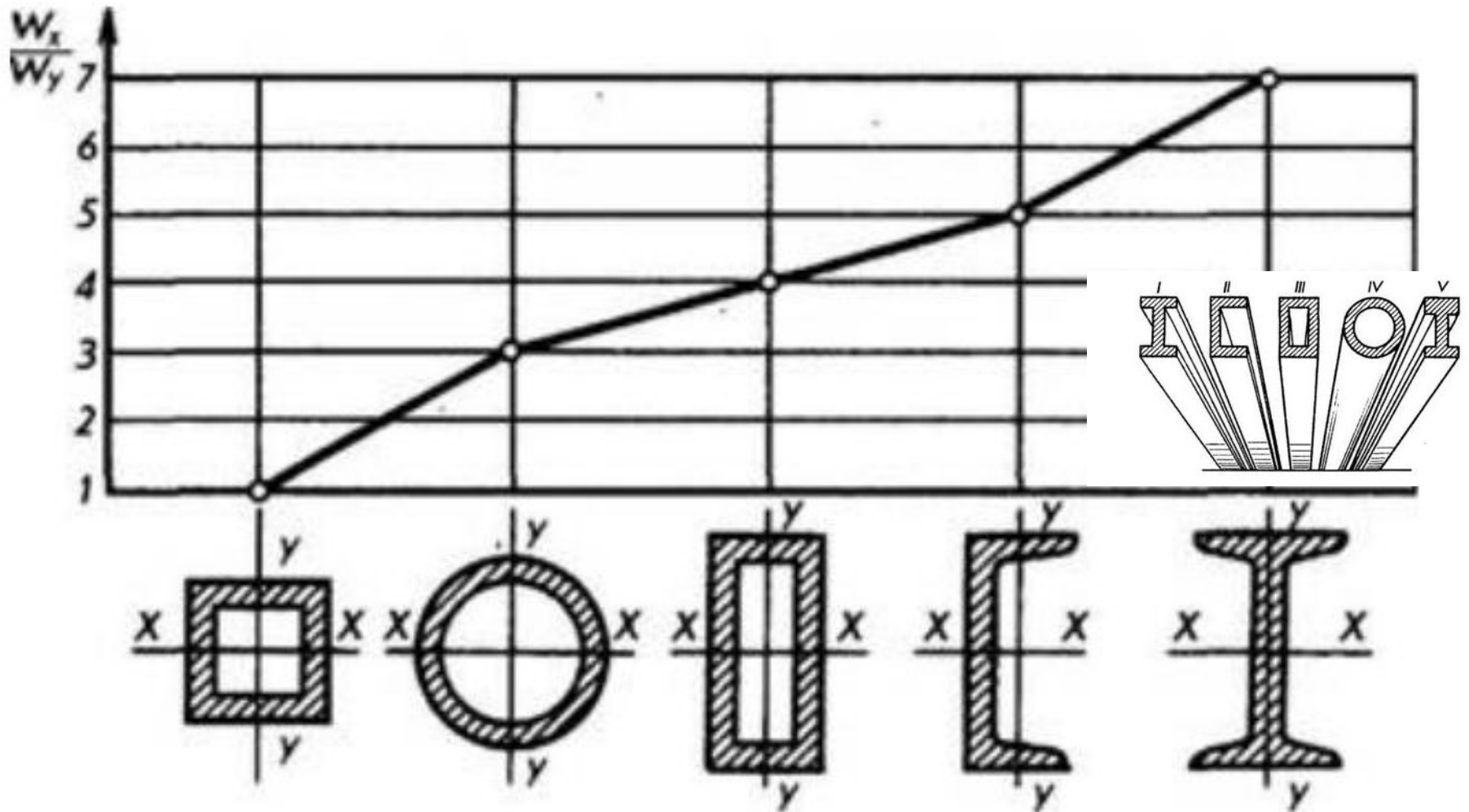


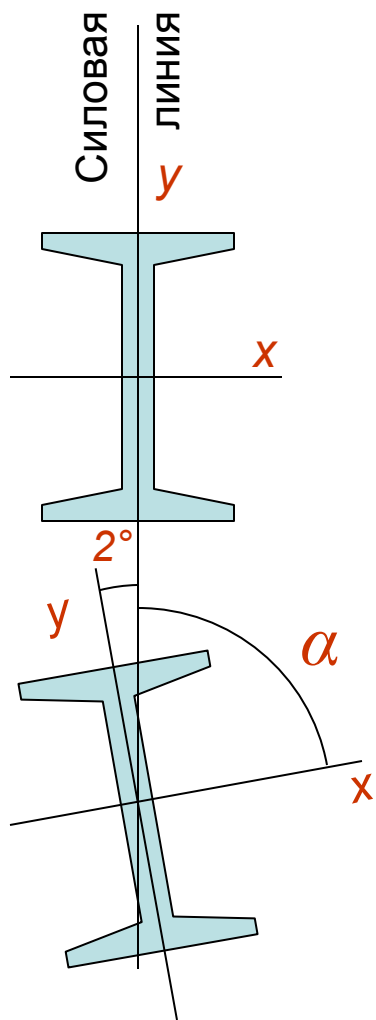
Диаграмма соотношения моментов сопротивления W_x и W_y для некоторых профилей проката, широко применяющихся в машиностроении.

Пример расчета при косом изгибе

Двутавр №60 должен работать на изгиб в вертикальной плоскости.

При монтаже ось двутавра отклонилась от вертикали на 2° .

Как ошибка монтажа отразится на прочности двутавра?



Обозначим: x, y – *главные оси инерции сечения*

В проектном варианте - изгиб *прямой, плоский*

Максимальные напряжения в этом случае определяются выражением

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

Во втором случае изгиб становится косым и максимальные напряжения определяются формулой (67)

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \left(\sin \alpha + \frac{W_x}{W_y} \cos \alpha \right)$$

где α – угол между главной осью инерции сечения X и силовой линией

$$\alpha = 88^\circ$$



Значения: $\sin 88^\circ = 0,9994$

$\cos 88^\circ = 0,0349$

Табличные значения моментов сопротивления двутавра №60:

$$W_x = 2560 \text{ см}^3$$

$$W_y = 182 \text{ см}^3$$

их соотношение

$$\frac{W_x}{W_y} = \frac{2560}{182} = 14,07$$



Полученные значения подставляем в формулу для напряжений

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \left(\sin \alpha + \frac{W_x}{W_y} \cos \alpha \right) = \frac{M_x}{W_x} (0,9994 + 14,07 \cdot 0,0349) = 1,49 \frac{M_x}{W_x}$$

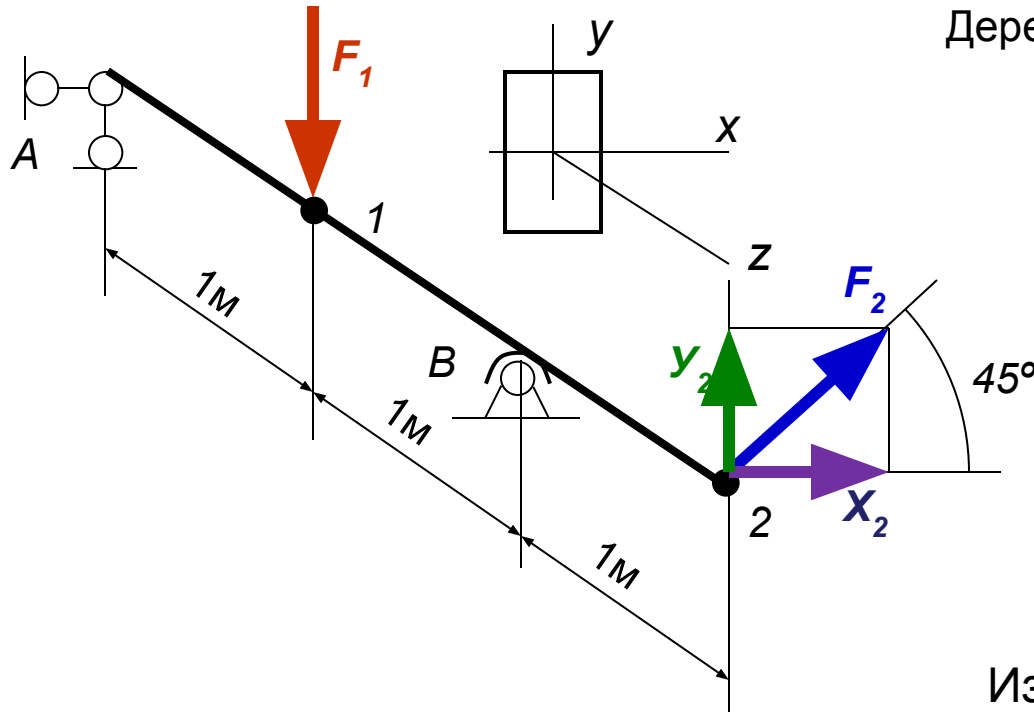
Отсюда следует, что **ошибка при установке двутавра в 2° приведет к увеличению напряжений в 1,49 раза.**





Плоский косой изгиб опасен для балок с поперечными сечениями, моменты инерции которых значительно отличаются друг от друга. Например, для двутавровых балок даже незначительное отклонение силовой линии от оси Oy ***приводит к существенному отклонению плоскости изгиба от силовой плоскости и к увеличению нормальных напряжений и перемещений.***

Пример расчета на прочность при пространственном изгибе



Деревянный брус прямоугольного сечения
с соотношением сторон $h/b=2$

$$[\sigma]_{\text{изг}} = 10 \text{ МПа}$$

$$F_1 = 20 \text{ кН}$$

$$F_2 = 10 \text{ кН}$$

Определить необходимые
размеры сечения

Решение

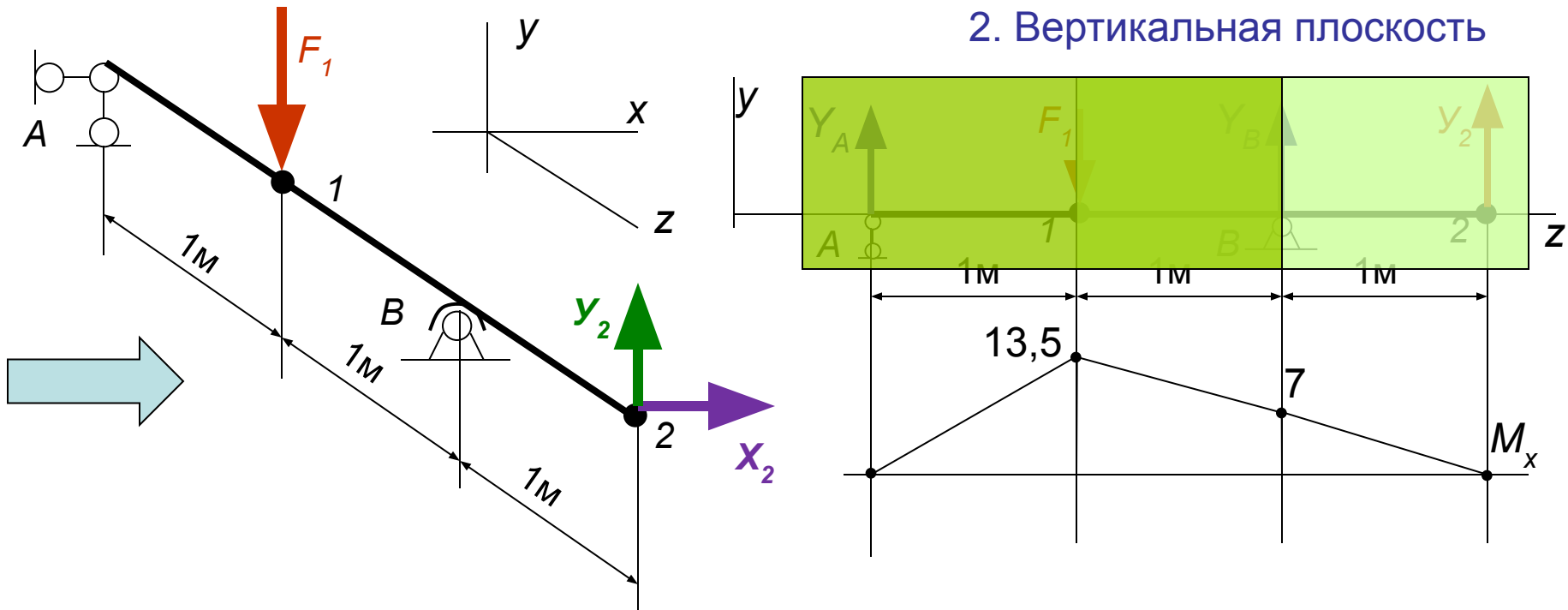
Изгиб – пространственный.

1. Приводим внешнюю нагрузку к главным плоскостям инерции балки.

$$X_2 = Y_2 = F_2 \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot 0,7 = 7 \text{ кН}$$

Рассматриваем отдельно изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях

2. Вертикальная плоскость



Строим эпюру изгибающего момента в вертикальной плоскости M_x

Вертикальные реакции

$$\sum M_A = 0 \quad \longrightarrow \quad Y_B = -0,5 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0 \quad \longrightarrow \quad Y_A = +13,5 \text{ кН}$$

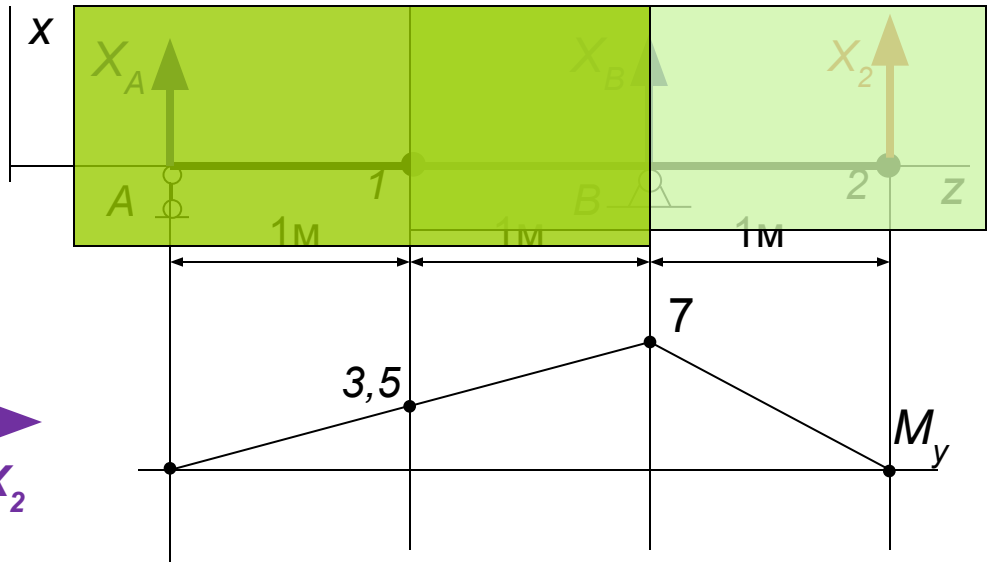
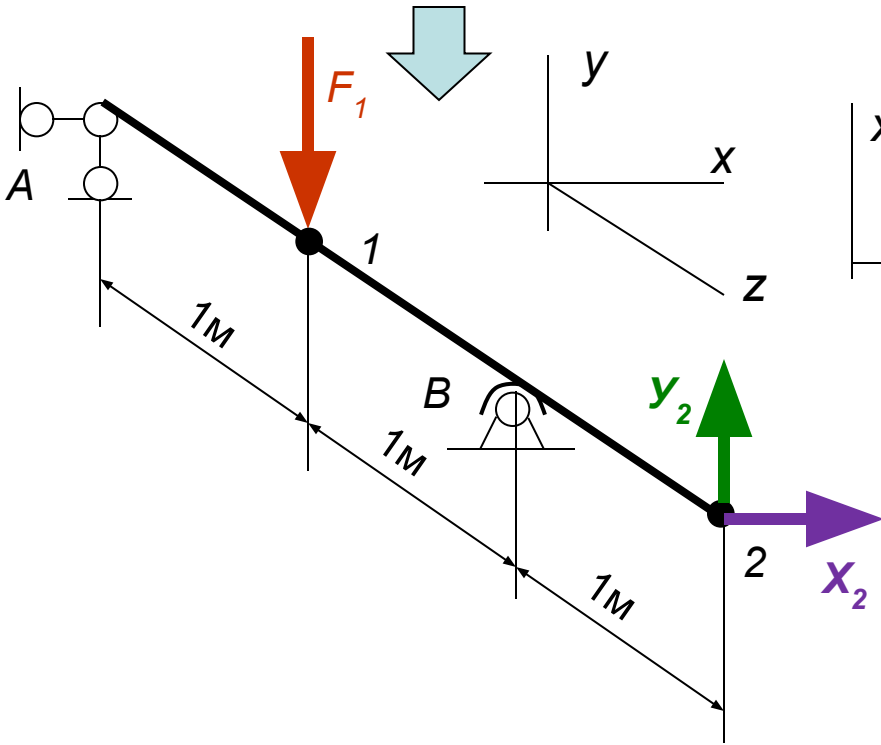
Эпюра M_x - ломаная прямая без разрывов

$$(M_x)_A = (M_x)_2 = 0$$

$$(M_x)_1 = Y_A \cdot 1 = +13,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$(M_x)_B = Y_2 \cdot 1 = +7 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Горизонтальная плоскость



Строим эпюру изгибающего момента в горизонтальной плоскости M_y

Горизонтальные реакции

$\Sigma M_A = 0 \implies X_B = -10,5 \text{ кН}$

$\Sigma M_B = 0 \implies X_A = +3,5 \text{ кН}$

Эпюра M_y - ломаная прямая без разрывов

$(M_y)_A = (M_y)_2 = 0$

$(M_y)_1 = X_A \cdot 1 = +3,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$(M_y)_B = X_2 \cdot 1 = +7 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Опасное сечение

Разрушение возможно либо в сечении **1**,
либо в сечении **B**

Опасным будет сечение с максимальными
напряжениями

$$\sigma = \frac{1}{W_x} \left(|M_x| + \frac{W_x}{W_y} |M_y| \right)$$

Для прямоугольного сечения

$$\frac{W_x}{W_y} = \frac{bh^2}{6} \frac{6}{hb^2} = \frac{h}{b} = 2$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{W_x} (|13,5| + 2 \cdot |3,5|) = \frac{20,5}{W_x} \quad \sigma_B = \frac{1}{W_x} (|7| + 2 \cdot |7|) = \frac{21}{W_x} \quad \text{Опасное сечение - } B$$

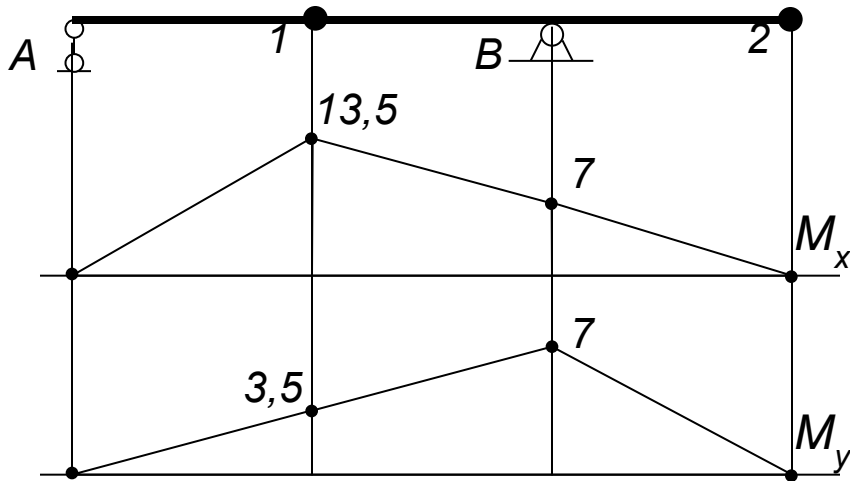
5. Расчет на прочность

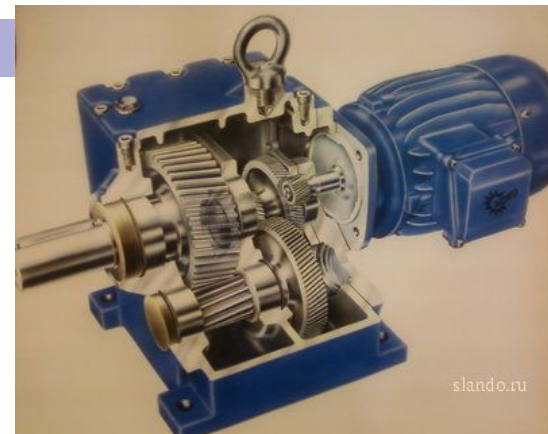
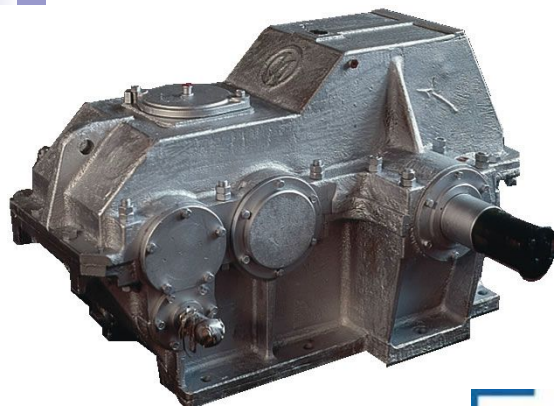
$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_B = \frac{21}{W_x} \leq [\sigma]_{\text{изг}}$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = 0,667b^3 \quad b \geq \sqrt[3]{\frac{21 \cdot 10^3}{0,667[\sigma]_{\text{изг}}}} = \sqrt[3]{\frac{21 \cdot 10^3}{0,667 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 0,147 \text{ м}$$

$$b = 150 \text{ мм} \quad h = 300 \text{ мм}$$



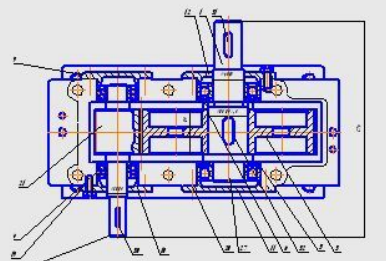
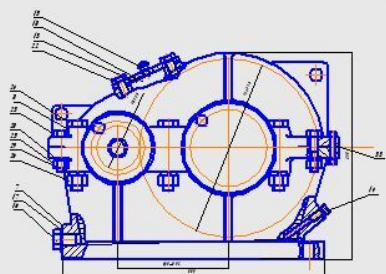


*Изгиб с кручением
испытывают оси
редукторов, валы
двигателя*



«Квант-II» — это усовершенствованная, адаптированная к российским условиям измерительная система для центровки горизонтальных валов (центровка насоса, центровка механизмов, центровка валов редукторов, центровка турбин, центровка двигателя, лазерная центровка валов вентиляторов, выверка гребных валопроводов и пр.), с точностью до 0,01 мм.

В ней используется два лазерных луча и два приемника.



© Изготовитель ООО «КВАНТ-ИИ»
г. Москва, ул. Давыдовская, д. 10
Тел: (495) 777-7777
E-mail: kvant@kvant-ii.ru
www.kvant-ii.ru

16.10.2008

15.12.2007

Пример расчета вала

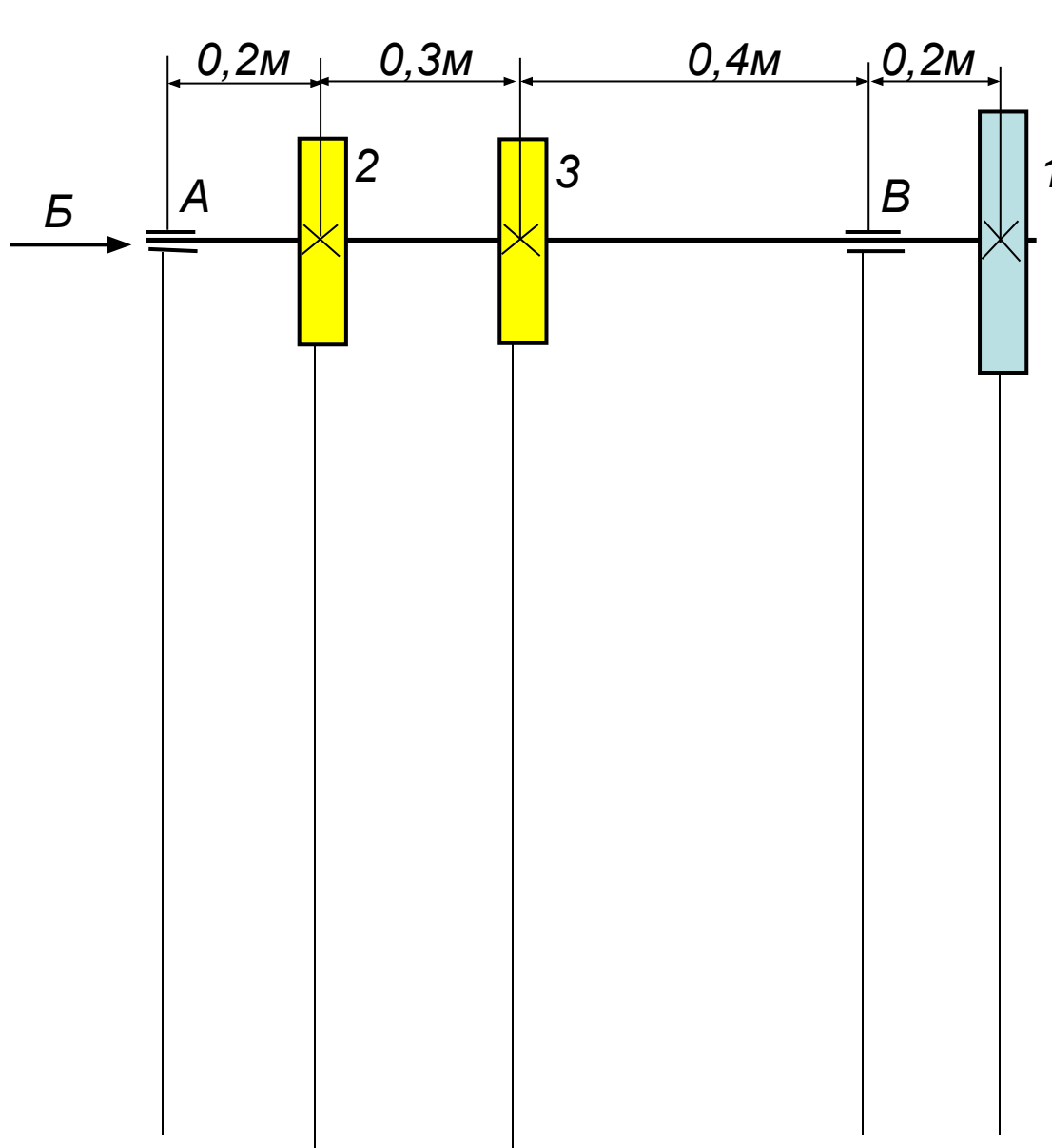
Вал условно рассчитывается на изгиб

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_p}{W} \leq [\sigma]_{\text{изг}} \quad (86)$$

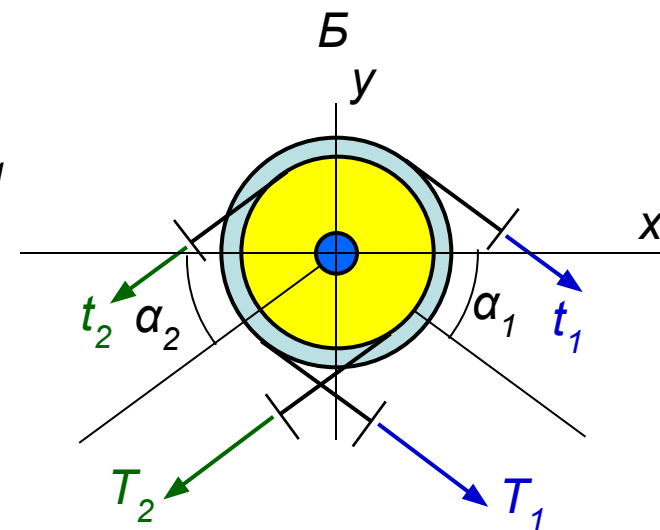
Величина расчетного момента определяется по одной из формул гипотез прочности

$$M_p = \begin{cases} \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + T_k^2} & - \text{ по третьей гипотезе прочности;} \\ \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + 0,75T_k^2} & - \text{ по четвертой гипотезе прочности;} \\ \frac{1-k}{2}M_{\text{изг}} + \frac{1+k}{2}\sqrt{M_{\text{изг}}^2 + T_k^2} & - \text{ по гипотезе прочности Мора.} \end{cases} \quad (87)$$

Третья и четвертая гипотеза – только для пластичных материалов,
Гипотеза Мора – универсальна для любого материала



$$P_2 = P_3 = P/2 = 20 \text{ кВт}$$



Шкив **1** – ведущий $D_1 = 0,8 \text{ м}$
 $P_1 = 40 \text{ кВт}$ $\alpha_1 = 60^\circ$

Шкивы **2 и 3** – ведомые
 одинаковые $D_2 = D_3 = 0,5 \text{ м}$
 $P_2 = P_3 = 20 \text{ кВт}$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 30^\circ$

Угловая скорость вращения
 вала $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$

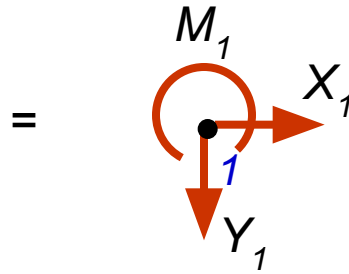
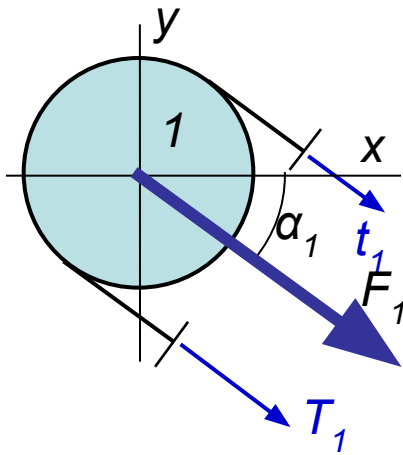
$$[\sigma]_{\text{изг}} = 70 \text{ МПа}$$

Определить диаметр вала

1. Определяем усилия, действующие на вал через шкивы

T – усилие в ведущей ветви;
 t – усилие в ведомой ветви

1.1 Шкив ведущий **1**. $D_1=0,8$ м $P_1=40$ кВт $\alpha_1=60^\circ$ $\omega=100$ с⁻¹



$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{40}{100} = 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

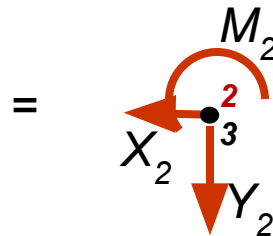
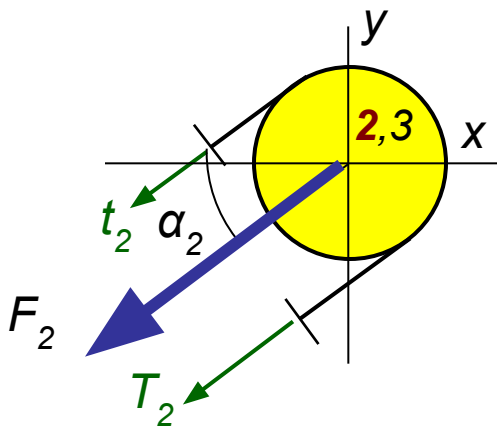
$$T \cong 2t$$

$$M_1 = T_1 \frac{D_1}{2} - t_1 \frac{D_1}{2} = t_1 \frac{D_1}{2}$$

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 0,4}{0,8} = 1 \text{ кН} \quad T_1 = 2t_1 = 2 \text{ кН}$$

$$F_1 = T_1 + t_1 = 3 \text{ кН} \quad X_1 = F_1 \cos 60^\circ = 3 \cdot 0,5 = 1,5 \text{ кН} \quad Y_1 = F_1 \sin 60^\circ = 3 \cdot 0,866 = 2,6 \text{ кН}$$

1.1 Шкивы ведомые **2 и 3**. $D_2=0,5$ м $P_2=20$ кВт $\alpha_2=30^\circ$ $\omega=100$ с⁻¹



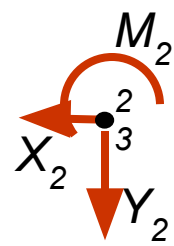
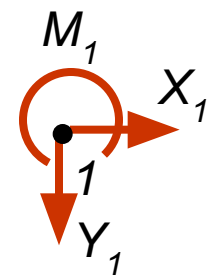
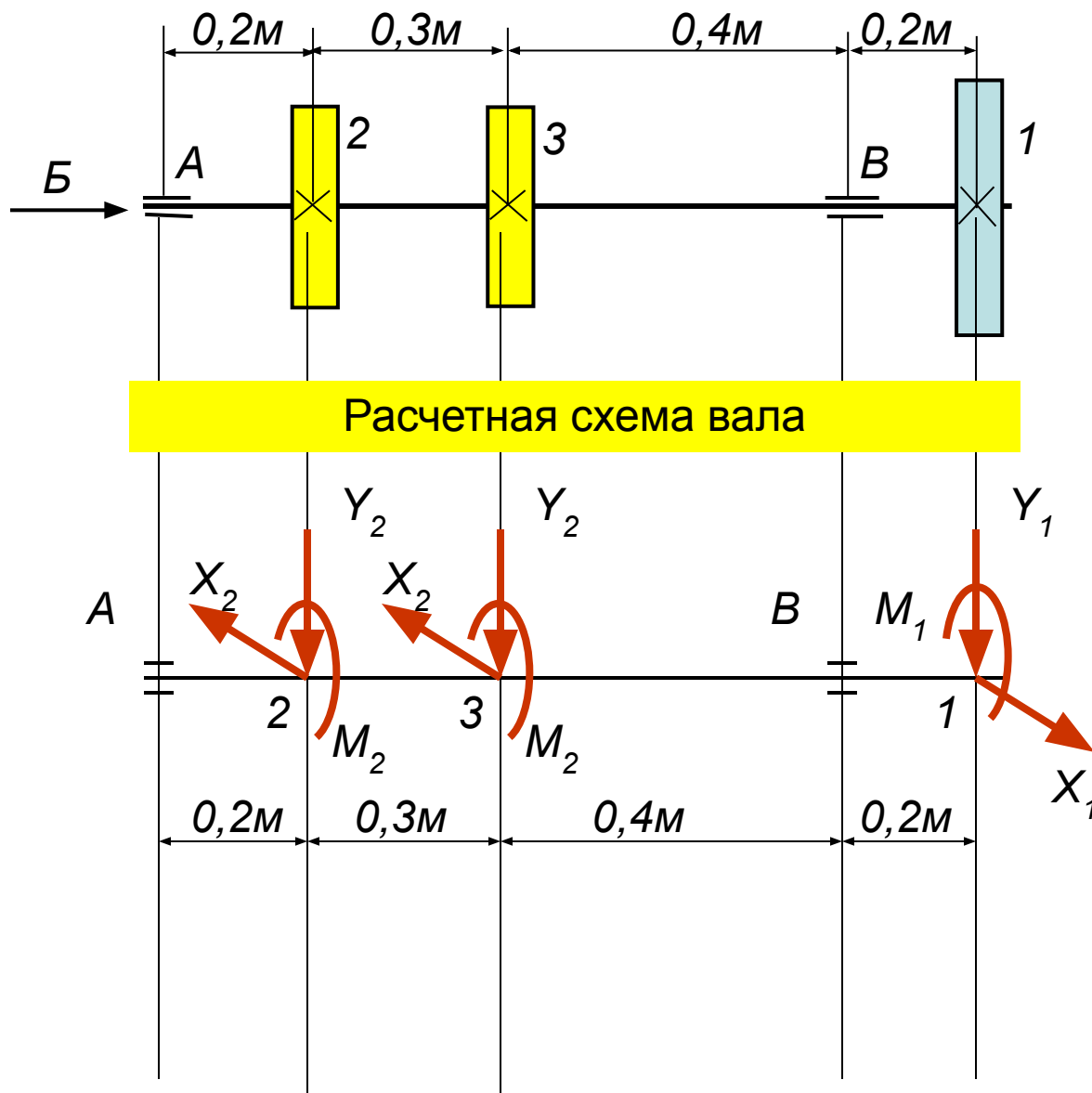
$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,2}{0,5} = 0,8 \text{ кН} \quad T_2 = 2t_2 = 1,6 \text{ кН}$$

$$F_2 = T_2 + t_2 = 2,4 \text{ кН}$$

$$X_2 = F_2 \cos 30^\circ = 2,4 \cdot 0,866 = 2,08 \text{ кН}$$

$$Y_2 = F_2 \sin 30^\circ = 2,4 \cdot 0,5 = 1,2 \text{ кН}$$



Вал работает на
 пространственный изгиб
 и кручение

2. Строим эпюру изгибающего момента в вертикальной плоскости M_x

Уравнения равновесия:

$$\sum m_A = -Y_2 \cdot 0,2 - Y_2 \cdot 0,5 + Y_B \cdot 0,9 - Y_1 \cdot 1,1 = 0$$

$$\sum m_B = -Y_A \cdot 0,9 + Y_2 \cdot 0,7 + Y_2 \cdot 0,4 - Y_1 \cdot 0,2 = 0$$

Отсюда реакции в подшипниках:

$$Y_B = 4,11 \text{ кН} \quad Y_A = 0,89 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum Y = Y_A + Y_B - Y_1 - Y_2 - Y_3 = 0$$

Эпюра M_x – ломаная прямая без разрывов

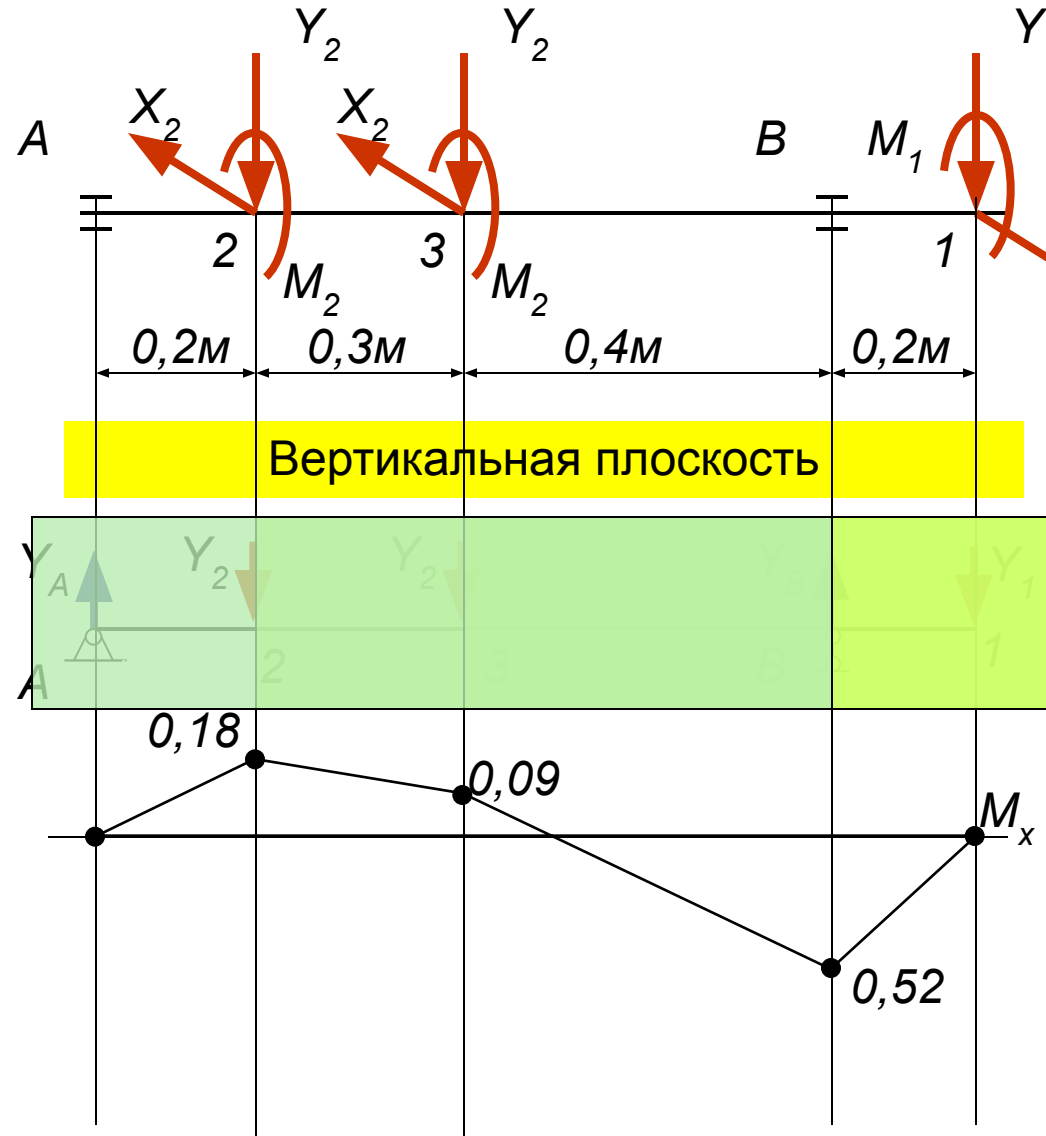
Значения момента M_x на границах участков

$$(M_x)_A = 0 = (M_x)_1$$

$$(M_x)_2 = Y_A \cdot 0,2 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$(M_x)_3 = Y_A \cdot 0,5 - Y_2 \cdot 0,3 = 0,09 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$(M_x)_B = -Y_1 \cdot 0,2 = -0,52 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



Вертикальная плоскость

0,18

0,09

0,52

M_x

3. Строим эпюру изгибающего момента в горизонтальной плоскости M_y



Уравнения равновесия:

$$\sum m_A = X_2 \cdot 0,2 + X_2 \cdot 0,5 + X_B \cdot 0,9 -$$

$$X_1 \cdot 1,1 = 0$$

$$\sum m_B = -X_A \cdot 0,9 - X_2 \cdot 0,7 - X_2 \cdot 0,4 -$$

$$X_1 \cdot 0,2 = 0$$

Реакции в подшипниках:

$$X_B = 2,2 \text{ кН} \quad X_A = -2,88 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum X = X_A + X_B - X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

Эпюра M_y – ломаная прямая без разрывов

Значения момента M_y на границах участков

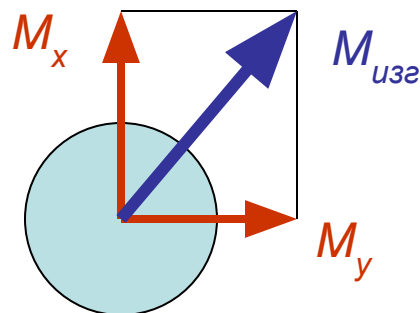
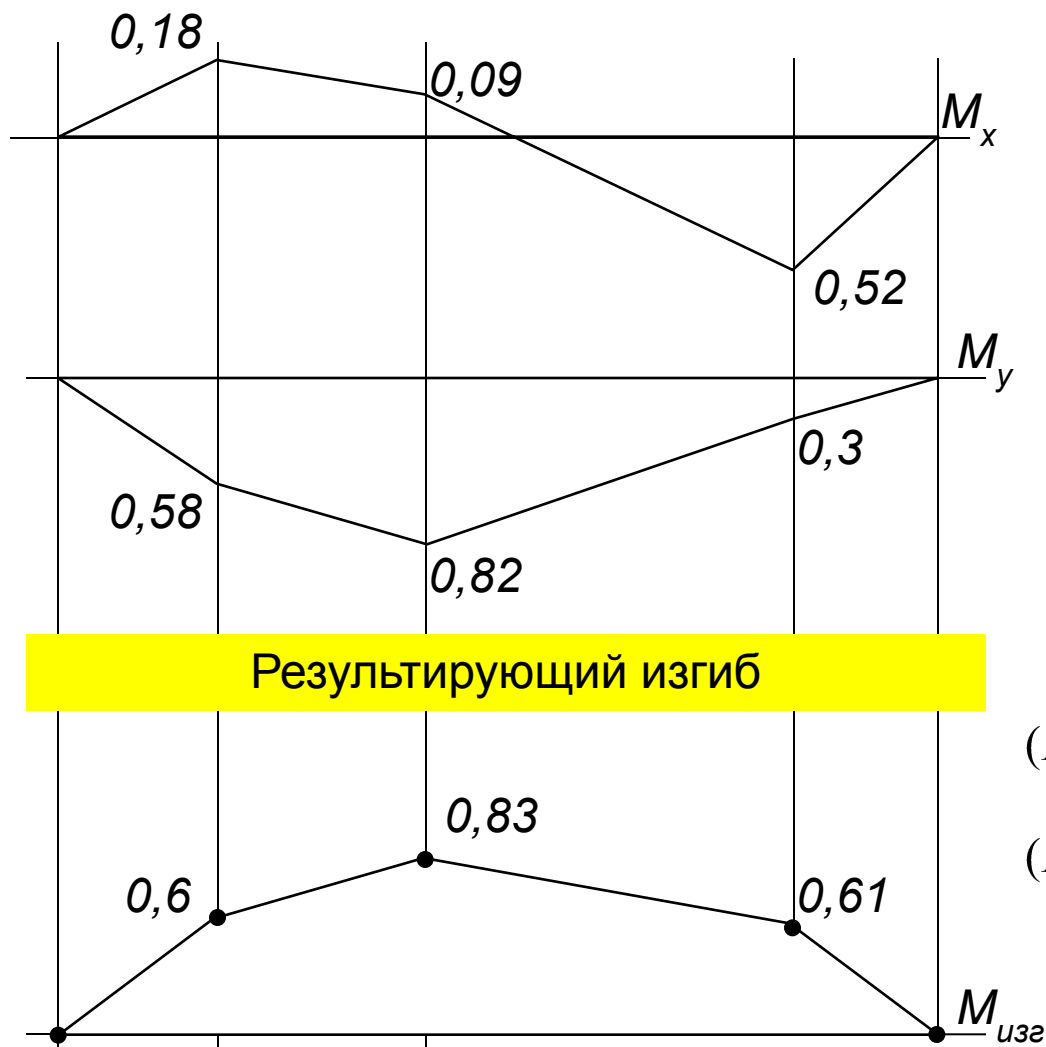
$$(M_y)_A = 0 = (M_y)_1$$

$$(M_y)_2 = X_A \cdot 0,2 = -0,58 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$(M_y)_3 = X_A \cdot 0,5 + X_2 \cdot 0,3 = -0,82$$

$$(M_y)_B = -X_1 \cdot 0,2 = -0,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Строим эпюру результирующего изгибающего момента $M_{изг}$



$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

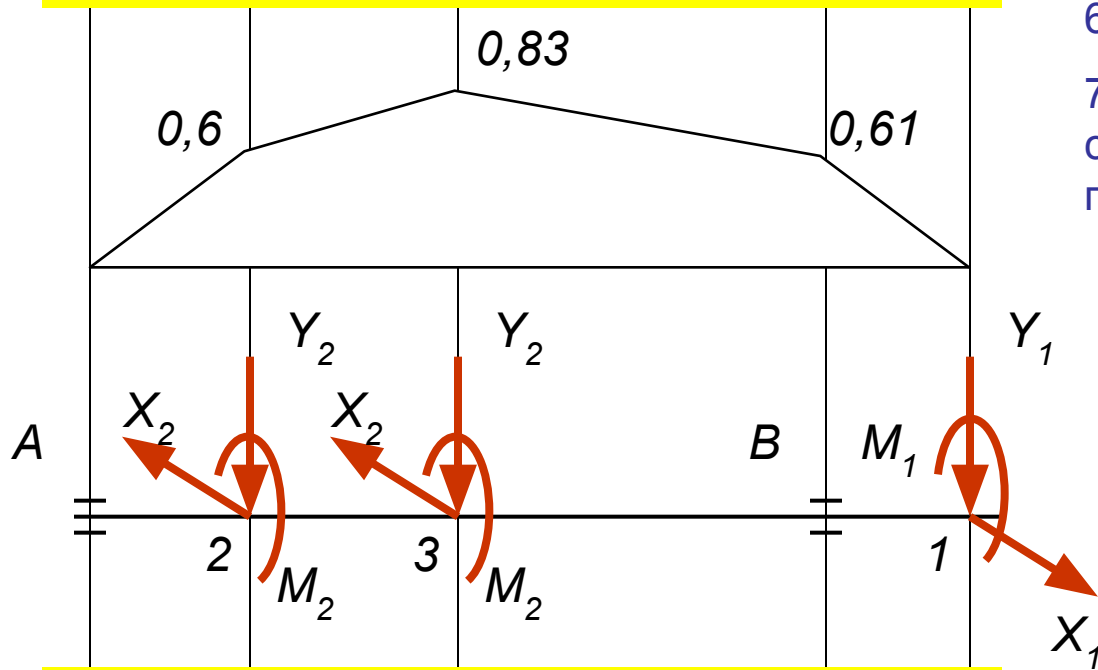
$$(M_{изг})_A = (M_{изг})_B = 0$$

$$(M_{изг})_2 = \sqrt{(0,18)^2 + (-0,58)^2} = 0,60 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

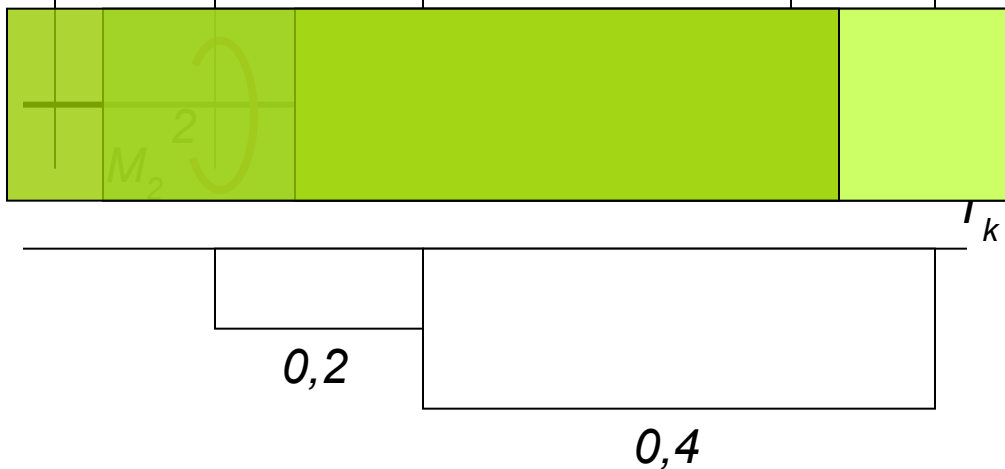
$$(M_{изг})_3 = \sqrt{(0,09)^2 + (-0,82)^2} = 0,83 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$(M_{изг})_B = \sqrt{(0,52)^2 + (-0,3)^2} = 0,61 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Результирующий изгиб



Кручение



5. Строим эпюру крутящего момента T_k

6. Опасное сечение вала **3**

7. Расчетный момент в опасном сечении по четвертой гипотезе прочности

$$M_p^{IY} = \sqrt{M_{изг}^2 + 0,75T_k^2} =$$

$$= \sqrt{(0,83)^2 + 0,75(0,4)^2} = 0,89 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

8. Из условия прочности при изгибе с кручением находим диаметр вала

$$\sigma_{экв} = \frac{M_p}{W} \leq [\sigma]_{изг} \quad W = \frac{\pi d^3}{32}$$

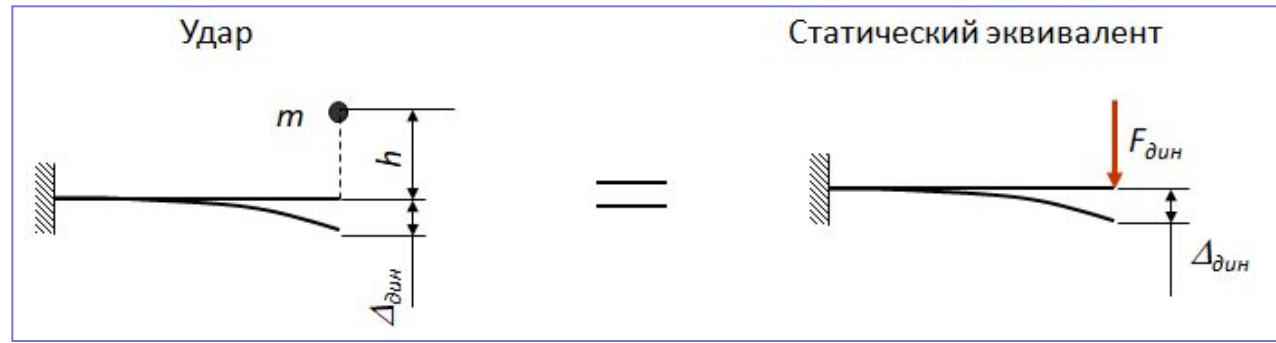
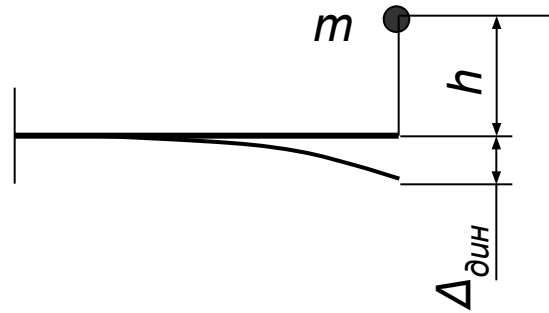
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_p}{\pi[\sigma]_{изг}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,89 \cdot 10^3}{\pi \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0,051 \text{ м}$$

Окончательно

$$d = 55 \text{ мм}$$

9.2 Ударная нагрузка

Удар



Динамический коэффициент

$$k_D = F_{дин} / F_{ст} = \sigma_{дин} / \sigma_{ст} = \Delta_{дин} / \Delta_{ст} > 1$$

Без учета массы конструкции

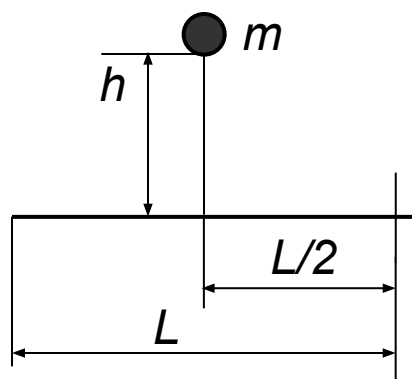
$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \Delta_{ст}}} \quad (68)$$

С учетом массы конструкции

$$M_{прив} = \alpha \cdot M$$

$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h}{\Delta_{ст} \cdot (1 + M_{прив} / m)}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \Delta_{ст} \cdot (1 + M_{прив} / m)}} \quad (69)$$

Пример определения напряжений при ударе. Задание №7



$$m=10\text{кг}$$

$$h=0,5\text{м}$$

$$L=2\text{м}$$

Двутавр №10

Сталь Ст3

Найти напряжения в момент удара

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}} \cdot k_{\text{д}}$$

1. Решаем вспомогательную статическую задачу

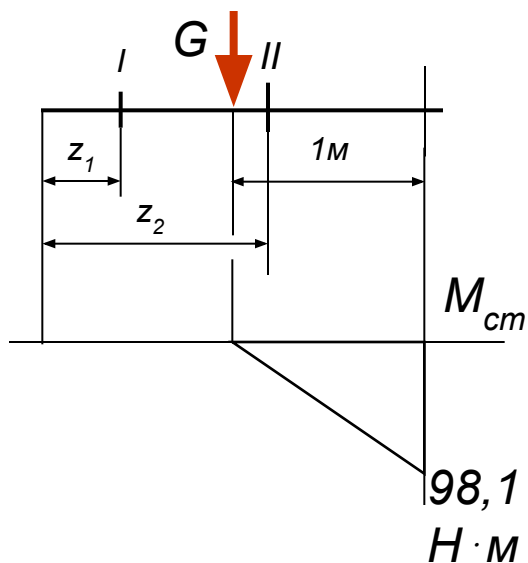
$$G = m \cdot g = 98,1\text{Н}$$

$$\sigma_{\text{ст}} = |M_{\text{ст}}|_{\text{max}} / W_x = 98,1 / (39,7 \cdot 10^{-6}) = 2,47 \text{ МПа}$$

$$W_x = 39,7 \text{ см}^3$$

$$y_{\text{ст}} = G \cdot (0,5L)^3 / (3 \cdot EI_x) = (98,1 \cdot 1) / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 198 \cdot 10^{-8}) = 8,26 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$I_x = 198 \text{ см}^4$$



2. Динамический коэффициент без учета массы балки

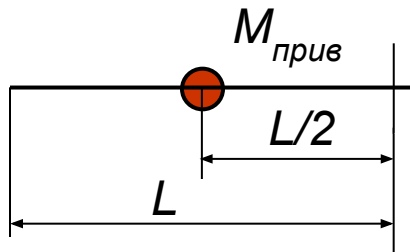
$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h}{y_{cm}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,5}{8,26 \cdot 10^{-5}}} = 111$$

3. Динамические напряжения без учета массы балки

$$\sigma_{дин} = \sigma_{cm} \cdot k_D = 2,47 \cdot 111 = 274,2 \text{ МПа}$$

$$\sigma_T = 240 \text{ МПа}$$

4. Уточненный расчет с учетом массы балки



$$M_{прив} = \alpha \cdot M_{б} \quad M_{б} = m_{б} \cdot L = 9,46 \cdot 2 = 18,92 \text{ кг}$$

$$m_{б} = 9,46 \text{ кг/м}$$

$$\alpha = \frac{105 - 105c + 35c^2 - 2c^3}{140c^2} = 1,74$$

$$c = 0,5$$

$$M_{прив} = \alpha \cdot M_{б} = 1,74 \cdot 18,92 = 32,97 \text{ кг}$$

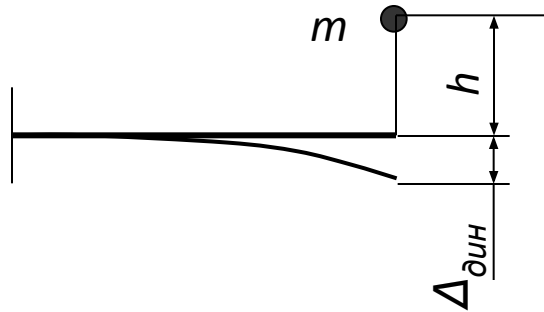
$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h}{y_{cm} \cdot (1 + M_{прив} / m)}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,5}{8,26 \cdot 10^{-5} \cdot (1 + 32,97 / 10)}} = 54$$

$$\sigma_{дин} = \sigma_{cm} \cdot k_D = 2,47 \cdot 54 = 133,4 \text{ МПа}$$

Ударная нагрузка

$$k_D = F_{\text{дин}} / F_{\text{ст}} = \sigma_{\text{дин}} / \sigma_{\text{ст}} = \Delta_{\text{дин}} / \Delta_{\text{ст}} > 1$$

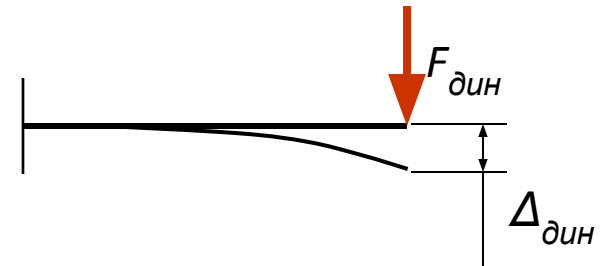
Удар



Энергия удара

$$U = \Pi = mg(h + \Delta_{\text{дин}}) = F_{\text{ст}}(h + \Delta_{\text{ст}} \cdot k_D)$$

Статический эквивалент



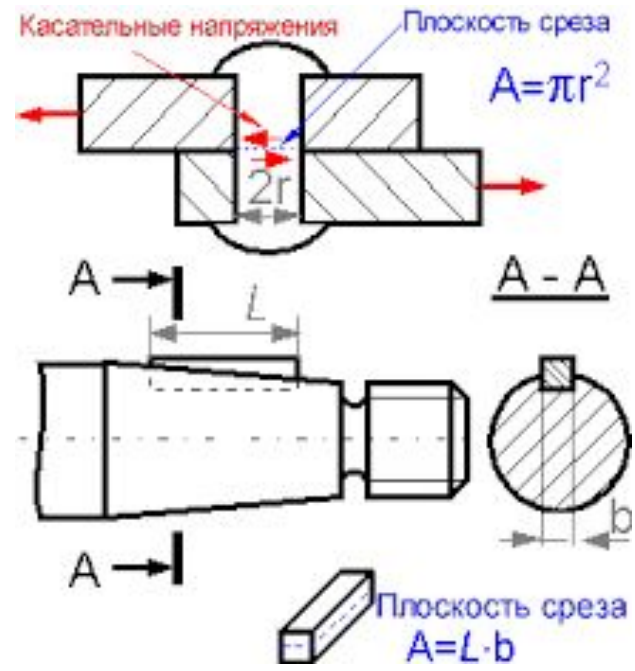
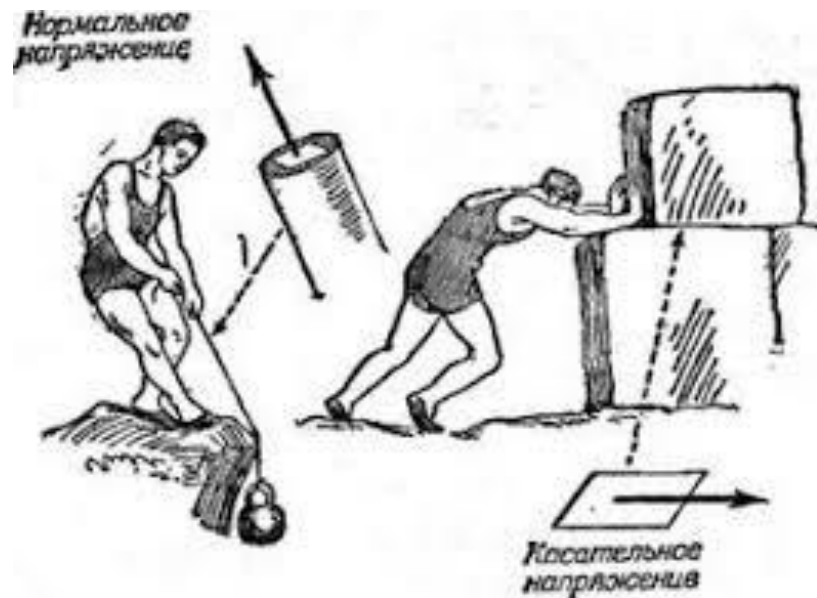
Энергия деформации

$$U = (1/2) F_{\text{дин}} \cdot \Delta_{\text{дин}} = (1/2) F_{\text{ст}} \cdot \Delta_{\text{ст}} \cdot k_D^2$$

$$k_D^2 + 2k_D - 2h/\Delta_{\text{ст}} = 0$$

$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \Delta_{\text{ст}}}}$$





$$\tau = \frac{Q}{A_{cp}}$$

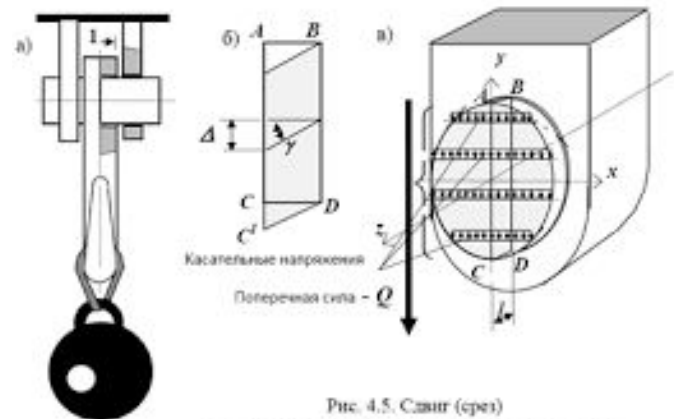


Рис. 4.5. Сдвиг (срез)
 а - схема среза и узла подъемного устройства крана,
 б - деформация сдвига элемента ABCD,
 в - напряжения и усилия в сечении 1

