

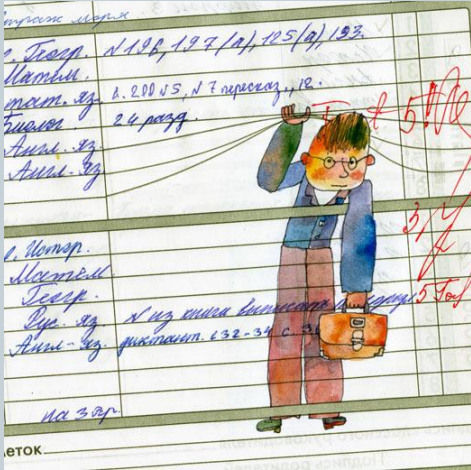
Комбинаторные задачи. Комбинаторика.



расположение



перестановки
 $n!$



выбор
 $n!$

При создании этой презентации были использованы следующие материалы:



- А. Г. Мордкович, П. В. Семёнов. Алгебра 9. Учебник. Часть 1. Изд. Мнемозина. Москва 2010.
- Материалы презентации «Российская академия образования. Институт педагогических исследований одарённости детей (ИПИО). Программно-методический комплекс "Элементы теории множеств и комбинаторики" для среднего и дополнительного образования. Ю.В. Михеев, А.А. Никитин, Г.А. Сапрыкина, Л.С. Шум»: слайды №23. (<http://www.openclass.ru/dig-resource/150925> Ю.В. Михеев, А.А. Никитин, Г.А. Сапрыкина, Л.С. Шум»: слайды №23. (<http://www.openclass.ru/dig-resource/150925>).
- Картинки и изображения с сайта <http://images.yandex.ru/> Картинки и изображения с

Комбинаторика.



*Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы **выбора** или **расположения** элементов множества в соответствии с заданными **правилами**.*

*Комбинаторика рассматривает **конечные** множества.*

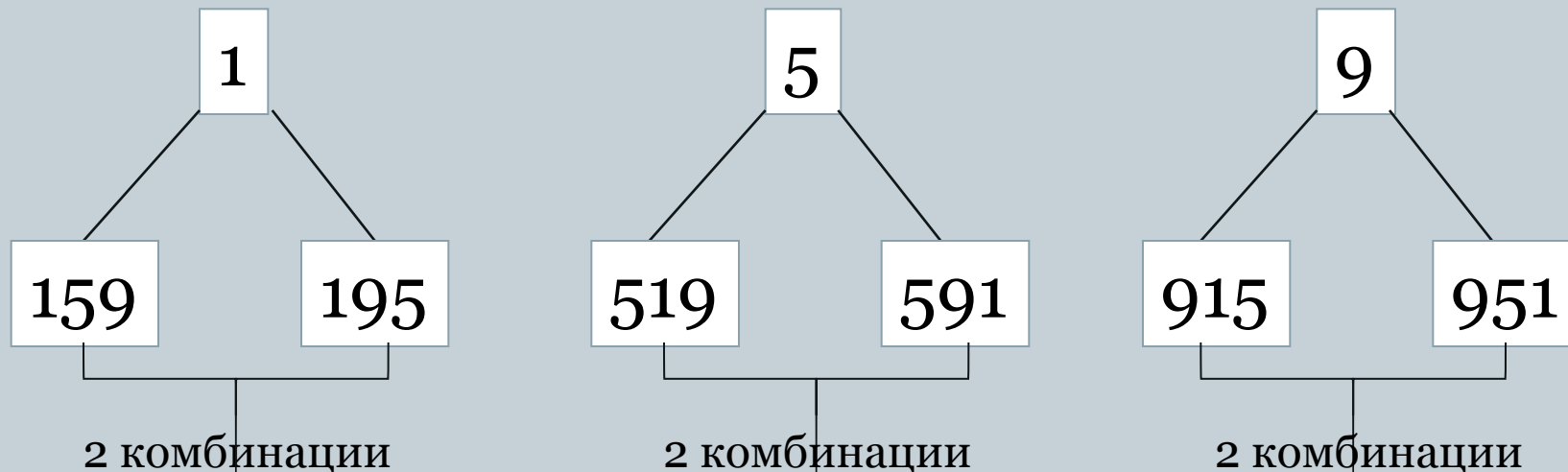
1. Метод перебора вариантов.



Пример 2

Из чисел 1, 5, 9 составить трёхзначное число без повторяющихся цифр.

Дерево возможных вариантов!



Всего $2 \cdot 3 = 6$ комбинаций.

Методы перебора (дерево возможных вариантов).

Пример 3

Из цифр 2, 4, 7 составить трёхзначное число, в котором ни одна цифра не может повторяться более двух раз.

а) Сколько таких чисел начинается с 2?

б) Сколько всего таких чисел можно составить?

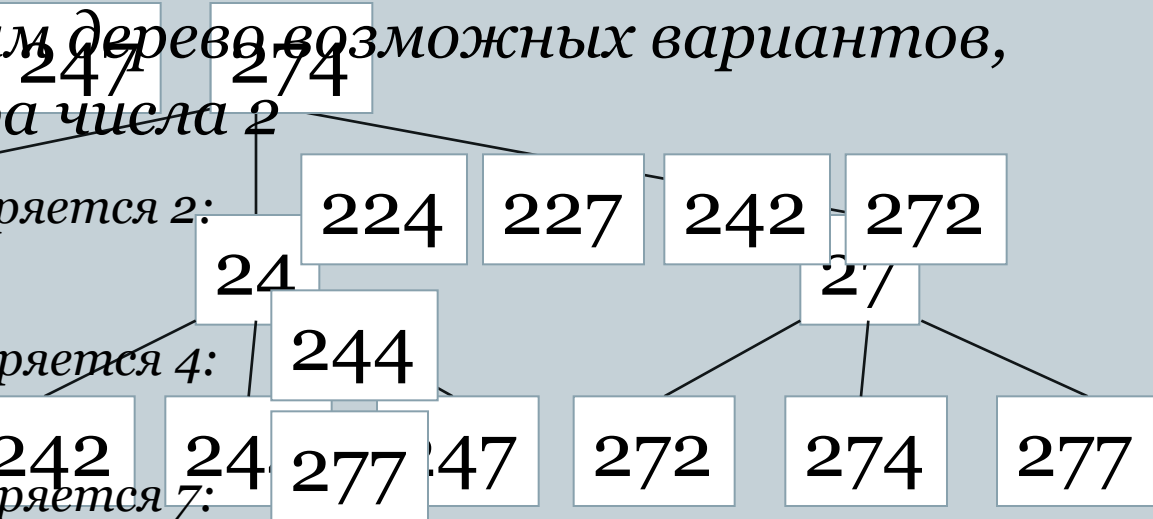
2 способ:

1) Числа без повторения: *способ: построим дерево возможных вариантов, если первая цифра числа 2*

2) Числа, в которых повторяется 2:

3) Число, в котором повторяется 4:

4) Число, в котором повторяется 7:



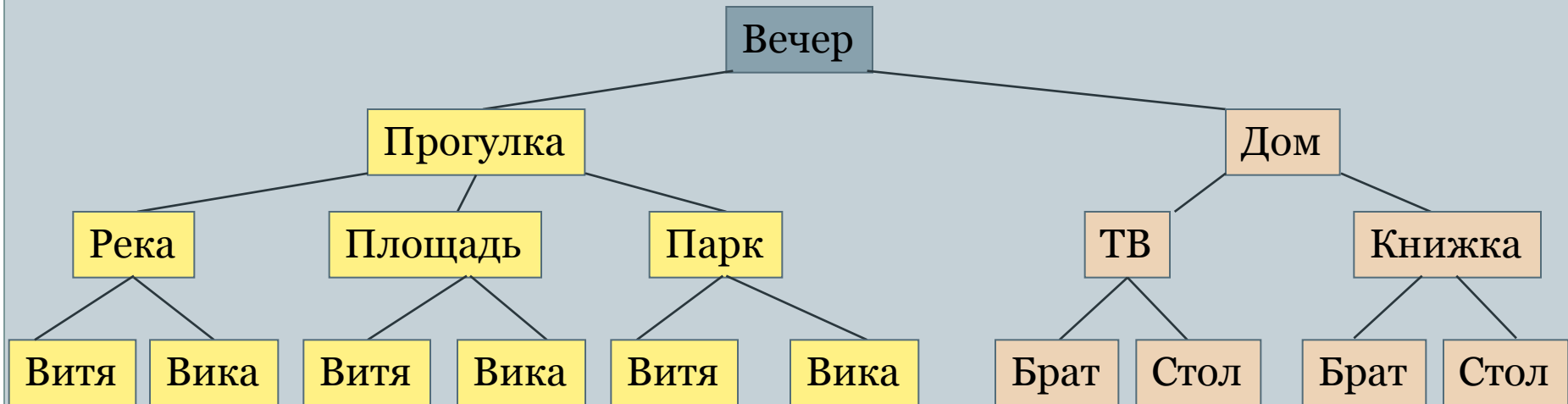
а) Ответ: 8 чисел.

б) Ответ: 24 числа.

Дерево возможных вариантов.

Пример 4.

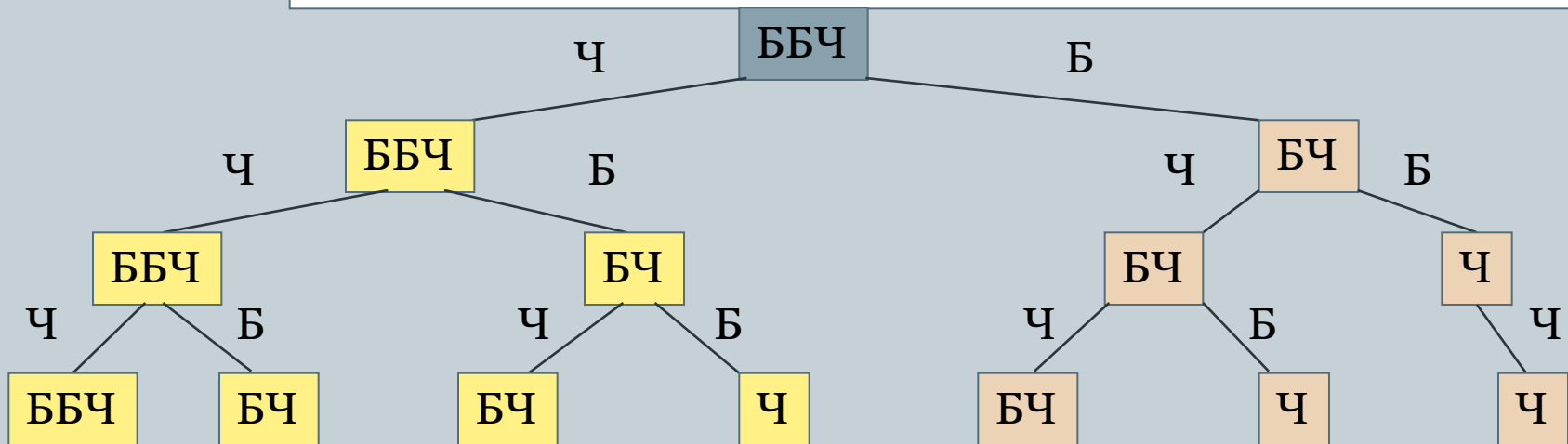
«Этот вечер свободный можно так провести...» (А. Кушнер):
пойти прогуляться к реке, на площадь или в парк и потом пойти в гости к Вите или к Вике. А можно остаться дома, сначала посмотреть телевизор или почитать книжку, потом поиграть с братом или разобраться наконец у себя на столе. Нарисовать дерево возможных вариантов.



Применение дерева возможных вариантов.

Пример 4.

В закрытом ящике три неразличимых на ощупь шара: два белых и один чёрный. При вытаскивании чёрного шара, его возвращают обратно, а вытасканный белый шар откладывают в сторону. Такую операцию производят 3 раза подряд. а) Нарисовать дерево возможных вариантов. б) В скольких случаях будут вытаскиваться шары одного цвета? в) В скольких случаях среди вытасканных шаров белых будет больше?



На завтрак можно выбрать булочку, кекс, пряники или печенье.
2. Правило умножения.
Сколько вариантов завтрака есть?

х/б
изд.

булочка



кекс



пряники



печенье



Для того, чтобы найти число всех возможных исходов (вариантов) независимого проведения двух испытаний А и В, надо перемножить число всех исходов испытания А на число всех исходов испытания В

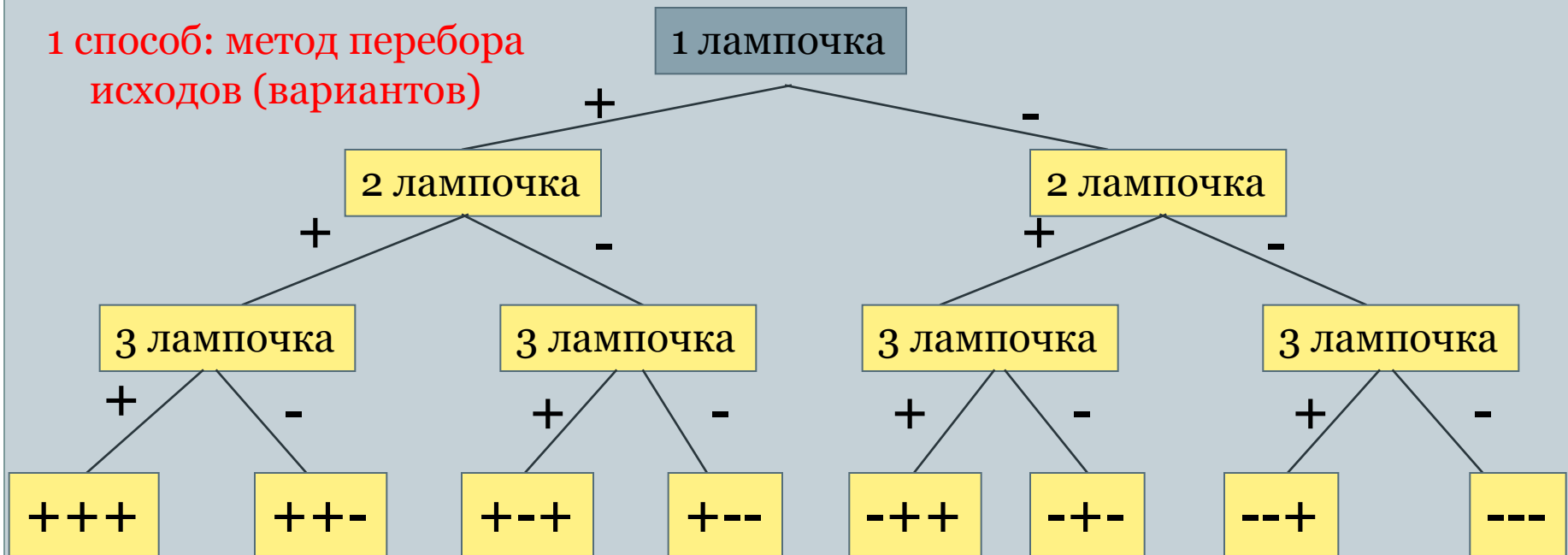


Испытание А имеет 3 варианта (исхода), а испытание В-4, всего вариантов независимых испытаний А и В $3 \cdot 4 = 12$.

Решим задачу:

В комнате 3 лампочки. Сколько имеется различных вариантов освещения комнаты, включая случай, когда все лампочки не горят.

1 способ: метод перебора исходов (вариантов)



2 способ: правило умножения.

Испытание А- действие 1 лампочки, испытание В-действие 2 лампочки, испытание С-действие 3 лампочки.

У каждого испытания 2 исхода: «горит» и «не горит»

Всего исходов: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

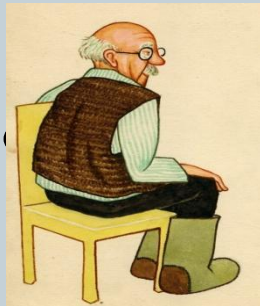
Семейный ужин.

Пример 1.

В семье 6 человек, а за столом в кухне 6 стульев. Было решено каждый вечер перед ужином рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?



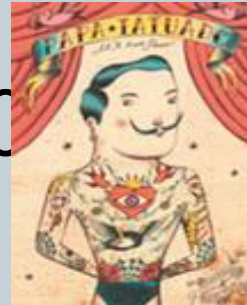
6



5



4



3



2



1

6

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

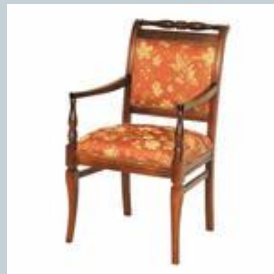
очти 2 года



№1



№2



№3



№4



№5



№6

3. «Эн факториал»-n!.



$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 72$$

Определение.

Произведение подряд идущих первых n натуральных чисел обозначают $n!$ и называют «эн факториал»: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.



$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$



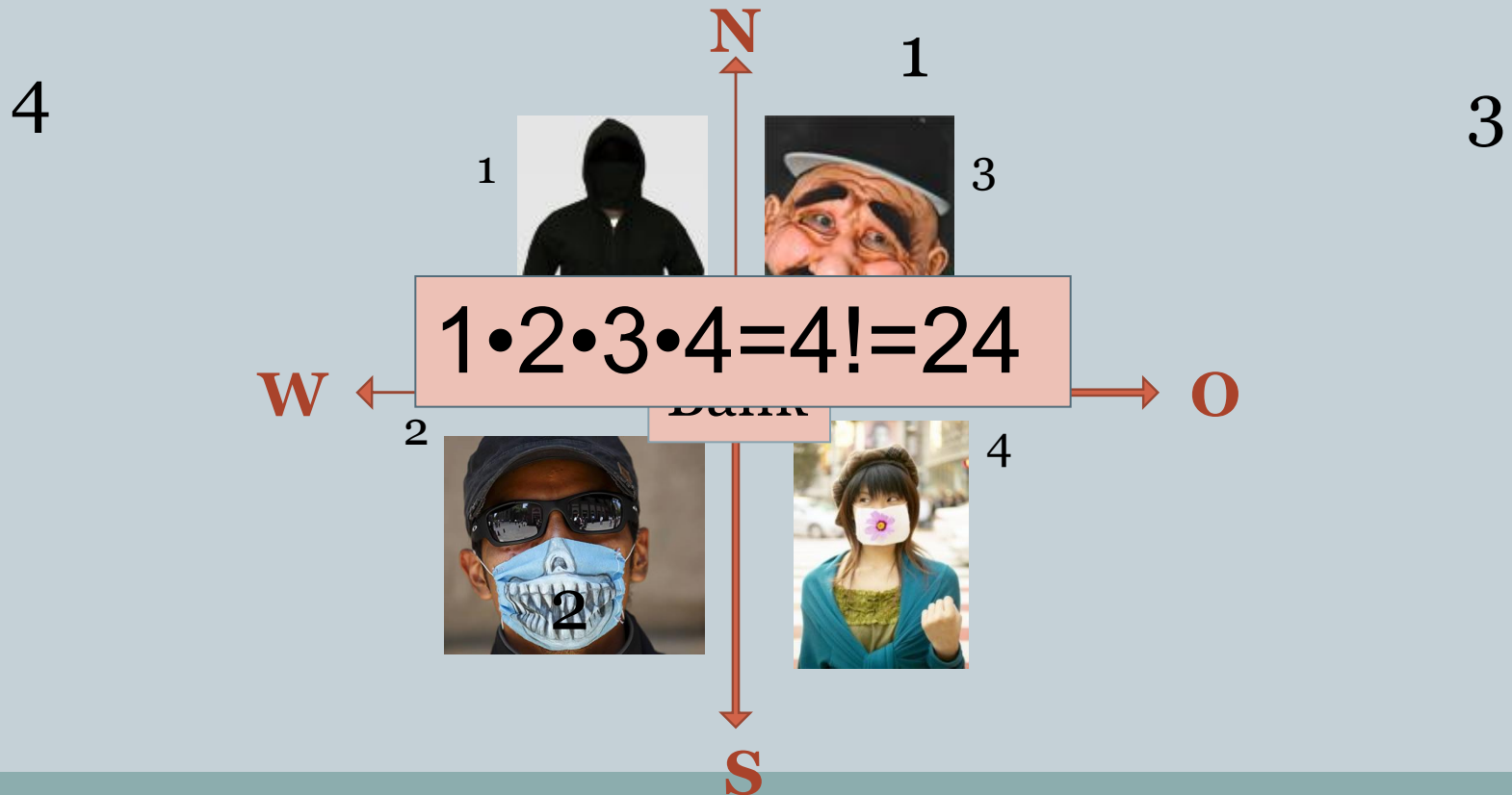
Удобная формула!!!

$$n! = (n-1)! \cdot n$$

Их разыскивает полиция...

Пример 2.

Сколькими способами 4 вора могут по одному разбежаться на все 4 стороны.



Расписание уроков.

Пример 3.

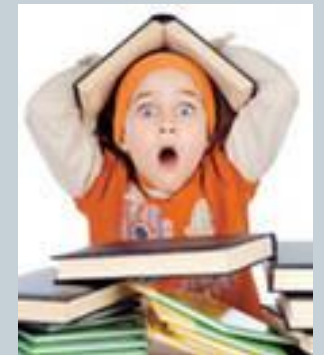
В 9 классе в среду 7 уроков: алгебра, геометрия, литература, русский язык, английский язык, биология и физкультура. Сколько вариантов расписания можно составить?

Расставляем предметы по порядку

Предмет	Число вариантов
Алгебра	7
Геометрия	6
Литература	5
Русский язык	4
Английский язык	3
Биология	2
Физкультура	1

Всего вариантов расписания

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 7! = 5040$$



Перестановки и их число.



Определение.

Перестановкой называется множество из n элементов, записанных в определённом порядке.

Теорема о перестановках элементов конечного множества.



n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно $n!$ способами.

$$P_n = n!$$



Задача:

Антон, Борис и Виктор
купили

3 билета на футбол на 1-е, 2-е,
3-е места первого ряда
стадиона. Сколькими

способами мальчики могут
занять эти места?





Решение задачи:

Может быть такая последовательность:

А Б В

А В Б

Может быть и так:

Б В А

Б А В

А может быть и так:

В А Б

В Б А

Заметим, что $3! = 6$

Ответ: 6 вариантов



Определени

Запомните!!!

Перестановкой называется множество из n элементов, записанных в определённом порядке.

Теорема о перестановках
элементов конечного множества:

n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно $n!$ способами.

$$P_n = n!$$

Вычислите и сверьте



ответ :

5!

7! + 8! - 6!

2! · 3!

31 · 6!

10

2



Вычислите :



5!

2! · 3!

10

7! + 8! - 6!

31 · 6!

2



Вычислите :



$$\frac{P_8}{P_6}$$

$$P_6$$

56

$$\frac{P_5 + P_4}{P_3}$$

$$P_3$$

24

Вычислите :



$$\frac{P_6 - P_4}{P_3}$$

$$P_3$$

116

$$\frac{P_8 - P_7}{7 \cdot P_7}$$

$$7 \cdot P_7$$

1



Решите уравнение :



$$\frac{P_x}{3} = 8$$





Вычислите :



$$\frac{P_8}{P_6}$$

$$P_6$$

56

$$\frac{P_5 + P_4}{P_3}$$

$$P_3$$

24

Вычислите :



$$\frac{P_6 - P_4}{P_3}$$

$$P_3$$

116

$$\frac{P_8 - P_7}{7 \cdot P_7}$$

$$7 \cdot P_7$$

1



Решите уравнение :



$$\frac{P_x}{3} = 8$$

