Макроэкономика

Потребление и Инвестиции

Лекция 3

Межвременные бюджетные ограничения

Факты о потреблении

- Потребление домашних хозяйств
  - Расходы на товары и услуги
  - Расходы на товары длительного пользования
- Расходы на потребление домашних хозяйств
  - Составляют 2/3 от совокупных расходов в экономики
  - Положительно связаны с выпуском
  - Обладают меньшей волатильностью, чем выпуск

Краеугольные камни современной теории потребления

- Решение об уровне потребления является межвременным: учитывается и текущее и будущее состояние экономики
- Индивиды формируют ***рациональные ожидания*** относительно будущего
- Потребление является ***вперед-смотрящее переменной.***

Задача выбора уровня потребления – динамическая задача

- Межвременная функция полезности
- ***Межвременное бюджетное ограничение***.

Динамическое бюджетное ограничение домохозяйств

- Y_t – доход в периоде t
- C_t – потребление в периоде t
- T_t – (чистые) налоги в периоде t
- $S_t = Y_t - C_t - T_t$ – сбережения в периоде t
- A_t – активы (богатство или долг)
- r – ставка процента

$$(3.1) \quad A_{t+1} = \left(A_t + Y_t - T_t - C_t\right)\left(1 + r\right)$$
$$= \left(A_t + S_t\right)\left(1 + r\right)$$

$$(3.1) \quad A_{t+1} = \left(A_t + S_t\right)\left(1+r\right)$$

$$A_t = \frac{A_{t+1}}{\left(1+r\right)} - S_t, \qquad A_{t+1} = \frac{A_{t+2}}{\left(1+r\right)} - S_{t+1}$$

$$A_t = -S_t - \frac{S_{t+1}}{\left(1+r\right)} + \frac{A_{t+2}}{\left(1+r\right)^2} =$$

$$= -S_t - \frac{S_{t+1}}{\left(1+r\right)} - \frac{S_{t+2}}{\left(1+r\right)^2} + \frac{A_{t+3}}{\left(1+r\right)^3} = \boxtimes$$

$$A_t = -\sum_{\tau=0}^{N-1} \frac{S_{t+\tau}}{\left(1+r\right)^{\tau}} + \frac{A_{t+N}}{\left(1+r\right)^N}$$

Условие отсутствия игр Понзи (NPG) (конечный временной горизонт)

- Приведенная стоимость богатства агента в последнем периоде жизни (t_{END}) равна 0

$$(3.2) \quad \frac{A_{t_{END}}}{(1+r)^{t_{END}-t}} = 0$$

- Рациональный агент не должен оставлять богатство после смерти (в отсутствии мотива оставления наследства и прочих соображений)
- Рациональный инвестор не должен давать в долг агенту, если тот не расплатиться по долгам до смерти

Межвременное бюджетное ограничение домохозяйства

$$A_t > 0 \qquad \sum_{\tau=0}^{t_{END}-t-1} \frac{S_{t+\tau}}{(1+r)^{\tau}} < 0$$

- Если в текущем периоде домохозяйство имеет положительное богатство, оно может позволить себе отрицательную приведенную стоимость сбережений в будущем

$$A_t < 0 \qquad \sum_{\tau=0}^{t_{END}-t-1} \frac{S_{t+\tau}}{(1+r)^{\tau}} > 0$$

- Если в текущем периоде домохозяйство является должником, обеспечением его долга должна выступать положительная приведенная стоимость будущих сбережений

Межвременное бюджетное ограничение домохозяйства

$$(3.3) \quad A_t = -\sum_{\tau=0}^{t_{END}-t-1} \frac{S_{t+\tau}}{(1+r)^{\tau}}$$

$$(3.4) \quad \sum_{\tau=0}^{t_{END}-t-1} \frac{C_{t+\tau}}{(1+r)^{\tau}} = A_t + \sum_{\tau=0}^{t_{END}-t-1} \frac{(Y_{t+\tau} - T_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}$$

- В каждый момент времени приведенная стоимость расходов на потребление должна быть равна приведенный стоимости будущих доходов (с учетом выплаты налогов и текущего богатства)

Условие отсутствия игр Понзи (NPG) (бесконечный временной горизонт)

$$(3.5) \quad \lim_{N \to \infty} \frac{A_{t+N}}{(1+r)^N} = 0$$

- Приведенная стоимость богатства (долга) домохозяйства должна стремиться к нулю на бесконечном временном горизонте
- Богатство не должно расти «слишком быстро»: темп роста богатства (долга) не должен систематически превышать ставку процента

Межвременное бюджетное ограничение домохозяйства

(3.1) $$A_{t+1} = \left(A_t + S_t\right)\left(1 + r\right)$$

(3.5) $$\lim_{N \to \infty} \frac{A_{t+N}}{\left(1 + r\right)^N} = 0$$

(3.6) $$A_t = -\sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{S_{t+\tau}}{\left(1 + r\right)^{\tau}}$$

(3.7) $$\sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{C_{t+\tau}}{\left(1 + r\right)^{\tau}} = A_t + \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{\left(Y_{t+\tau} - T_{t+\tau}\right)}{\left(1 + r\right)^{\tau}}$$

Задача динамической оптимизации

- Рассмотрим поведение репрезентативного агента, рожденного в момент времени t=0 и живущего T лет
- В каждый момент времени агент получает некоторый трудовой доход
- Первоначально агент не имеет богатства и не оставляет наследства
- Задача динамической оптимизации имеет вид:

$$(4.7)\quad \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{u(c_\tau)}{(1+\rho)^\tau} \to \max_{c_\tau} \quad s.t.$$

$$(4.8)\quad \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{c_\tau}{(1+r)^\tau} = \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{y_\tau}{(1+r)^\tau}$$

$$(4.7)\quad \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{u(c_\tau)}{(1+\rho)^\tau} \to \max_{c_\tau} \quad s.t.$$

$$(4.8)\quad \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{c_\tau}{(1+r)^\tau} = \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{y_\tau}{(1+r)^\tau}$$

$$(4.9)\quad \Lambda = \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{u(c_\tau)}{(1+\rho)^\tau} + \lambda\left(\sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{y_\tau}{(1+r)^\tau} - \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{c_\tau}{(1+r)^\tau}\right)$$

$$(4.10)\quad \frac{\partial \Lambda}{\partial c_\tau} = \frac{u'(c_\tau)}{(1+\rho)^\tau} - \lambda \frac{1}{(1+r)^\tau} = 0 \quad \forall \tau$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial c_{\tau+1}} = \frac{u'(c_{\tau+1})}{(1+\rho)^{\tau+1}} - \lambda \frac{1}{(1+r)^{\tau+1}} = 0$$

$$(4.11)\quad \frac{u'(c_\tau)}{u'(c_{\tau+1})} = \frac{1+r}{1+\rho}$$

FOC в многопериодной модели

$$(4.11) \quad \frac{u'(c_\tau)}{u'(c_{\tau+1})} = \frac{1+r}{1+\rho}$$

- Если $r > \rho$, потребление репрезентативного агента будет возрастать на протяжении жизненного цикла
- Если $r < \rho$, потребление будет снижаться на протяжении жизни
- Если $r = \rho$, оптимальное поведение репрезентативного агента характеризуется выбором *постоянного уровня потребления* на протяжении всей жизни
- Существенно, что данные выводы никак не связаны с траекторией трудового дохода

Упражнение

- Рассмотрите FOC и определите темп роста потребления для следующих функций мгновенной полезности:

$$u(c) = \ln c,$$

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} \quad (CRRA),$$

$$u(c) = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha c} \quad (CARA)$$

- CRRA – Constant Relative Risk Aversion
- CARA – Constant Absolute Risk Aversion

Гипотеза перманентного дохода

Гипотеза перманентного дохода (PIH)

- Friedman M. (1957) *A Theory of the Consumption Function*. Princeton University Press: Princeton.
- Hall R. E. (1978) “Stochastic Implications of the Life Cycle - Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence”.

  Journal of Political Economy, 86(6), pp. 971-87.

PIH

- Рассмотрим репрезентативного агента, максимизирующего интегральную полезность при соответствующем бюджетном ограничении на бесконечном временном горизонте:

$$(6.1) \quad \sum_{t=0}^{\infty} \frac{u(C_t)}{(1+\rho)^t} \to \max_{C_t}$$

$$(6.2) \quad \sum_{t=0}^{\infty} \frac{C_t}{(1+r)^t} = A_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

PIH

- FOC имеет стандартный вид:

$$(6.3) \qquad \frac{u'(C_t)}{u'(C_{t+1})} = \frac{1+r}{1+\rho}$$

- Предположим для простоты, что $r = \rho$
- Тогда, независимо от динамики трудового дохода репрезентативный агент выбирает постоянный уровень потребления:

$$C_t = C_{t+1} = C \quad \Rightarrow \quad C\sum_{t=0}^{\infty}\frac{1}{(1+r)^t} = A_0 + \sum_{t=0}^{\infty}\frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

PIH

- Выбираемый постоянный уровень потребления определяется *перманентным доходом* - приведенной стоимостью будущих доходов (с поправкой на первоначальное богатство) в расчете на один период

$$(6.4) \quad C = Y^P \overset{def}{\equiv} \frac{r}{1+r}\left[A_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right]$$

- <u>Замечание:</u> приведенная стоимость будущих трудовых доходов часто называется *человеческим богатством* (*human wealth*). Таким образом, *перманентный доход* – это сумма финансового и человеческого богатства в расчете на один период

PIH

- Разница между текущим и перманентным доходом, т.н. *временный доход* (*transitory income*), определяет (положительные или отрицательные) сбережения , которые позволяют агенту *сглаживать* потребление:

$$(6.5) \quad S_t = Y_t^T \overset{def}{\equiv} Y_t - Y^P =$$

$$= Y_t - \frac{r}{1+r}\left[A_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right]$$

Выводы

- Оптимальный уровень потребления должен определяться не текущим (как это предполагает стандартная кейнсианская функция потребления), а перманентным доходом
- Независимо от того, является ли потребление постоянным или переменным во времени, из PIH следует, что при определении оптимального уровня текущего потребления в каждый момент времени рациональный индивид должен брать в расчет не только, и не столько текущий доход, а доходы на протяжении всей оставшейся жизни (человеческое богатство) и накопленное финансовое богатство

Упражнение

- Выведите уровень перманентного дохода в случае, когда репрезентативный агент живет T лет
- Является ли это важным для PIH?

Вопрос для обсуждения

- Предположим, Вы выиграли в лотерее 1,000,000 рублей
- Неужели Вы поделите эту сумму на 50 лет жизни, и будете дополнительно каждый год тратить 20,000 рублей?

НЕТ!!! ВСЕ СЕЙЧАС!!!

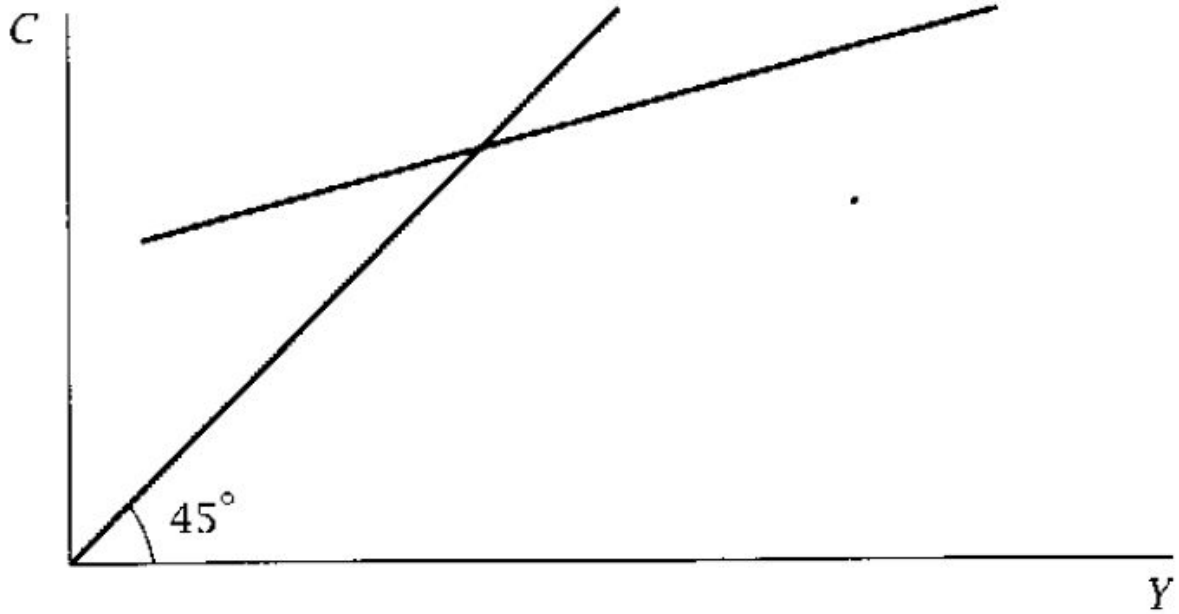
- Противоречит ли Ваше поведение PIH?
- Может Вы не homo economicus?
- Или Милтон Фридман был не прав?

Зачем люди сберегают?

- Из LCH-PIH следует, что сбережения – это отложенное потребление
- Сбережения непосредственно не доставляют полезность
- Следовательно, решение о распределении дохода между потреблением и сбережениями должно определяться предпочтениями относительно текущего и будущего потребления и информацией о будущем

PIH и функция потребления

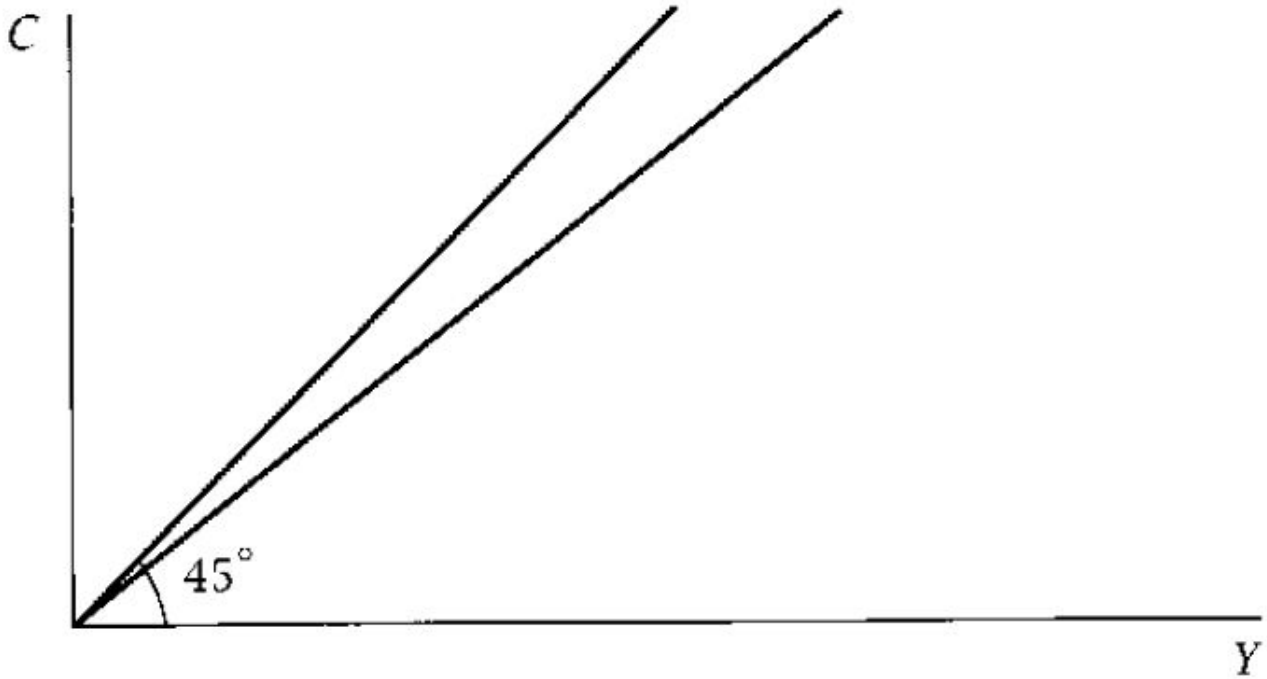
- Кейнс предполагал зависимость подобного вида:



- Оценка функции потребления среди домохозяйств в один и тот же момент времени дает действительно такой результат

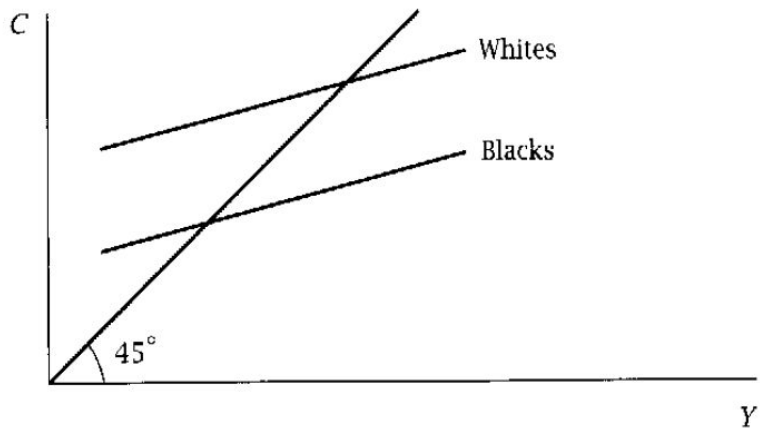
PIH и функция потребления

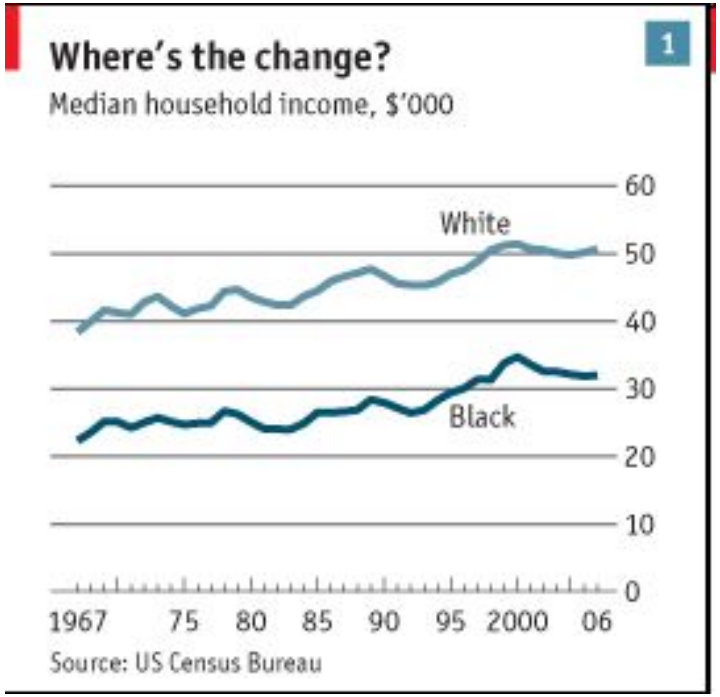
- Однако, для временных рядов агрегированных данных, потребление пропорционально доходу (т.н. *загадка Кузнеца*)



PIH и функция потребления

- Оцененная функция потребления может сильно различаться по группам населения

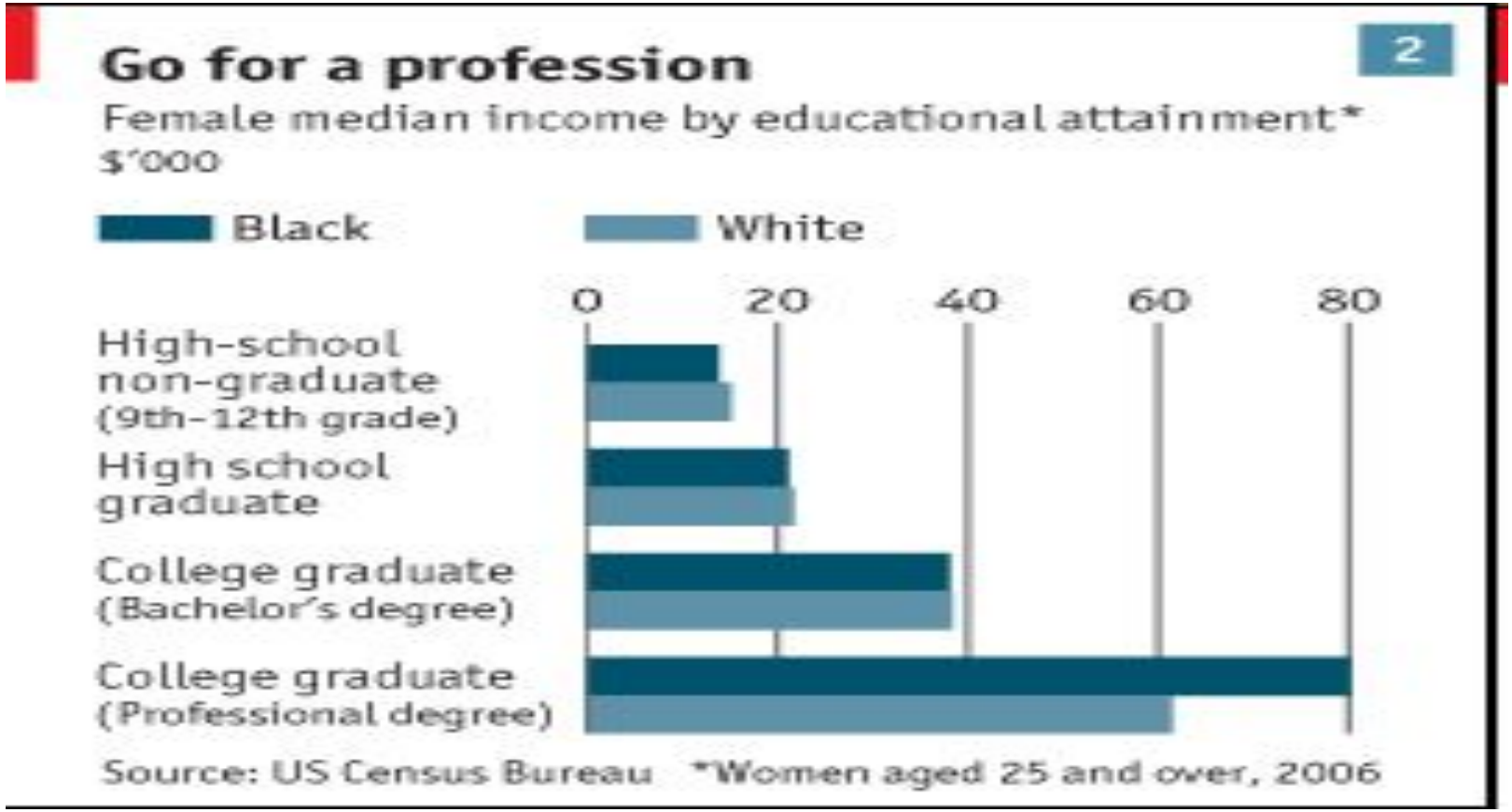




Упражнение: Объясните различие в функциях потребления

The Economist May 10th 2008 Black America

Различия в доходах в зависимости от уровня образования



The Economist May 10th 2008 Black America

Лекция 7

Теория инвестиций:
базовые концепции

Базовые концепции

- Jorgenson D. W. (1963) “Capital Theory and Investment Behaviour”. *American Economic Review*, 53(2), pp. 247-59.
- Hall R. E., Jorgenson D. W. (1967) “Tax Policy and Investment Behaviour”. *American Economic Review*, 57(3), pp. 391-414.
- Tobin J. (1969) “A General Equilibrium Approach to Monetary Policy”. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1, pp. 15-29.
- Modigliani F., Miller M. H. (1958) “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment”. *American Economic Review*, 48(June), pp. 261-97.
- Poterba J.M. (1984) “Tax Subsides to Owner-Occupied Housing: An Asset-Market Approach”. *Quarterly Journal of Economics*, 99(4), pp. 729-52.

Желательный капитал

- Простейший взгляд на инвестиции дает стандартный микроэкономический анализ спроса фирмы на факторы производства. Оптимальный, или *желательный запас капитала*, K^*, определяется равенством предельного продукта капитала в денежном выражении *рентной стоимости капитала*, r_K:

$$(7.1) \quad MRP_K(K^*, X_1, ..., X_n) = r_K$$

где $X_1, ..., X_n$ - другие ресурсы

- При стандартных предположениях имеем: $\dfrac{\partial K^*}{\partial r_K} < 0$

Издержки использования капитала

- Если фирма использует собственный капитал, то она несет соответствующие альтернативные издержки:

$$(7.2) \quad r_K(t) = \left[r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_K(t)}{p_K(t)} \right] \left(1 - \tau_{ITC}\right) p_K(t)$$

- r - рыночная ставка процента,
- δ - норма выбытия капитала,
- p_K - рыночная стоимость капитала,
- $\dot{p}_K / p_K$ - капитальный доход связанный с приращением рыночной стоимости капитала
- τ_{ITC} - ставка инвестиционной субсидии

Замечание

- Уравнение (7.2) можно представить в виде условия отсутствия арбитража:

$$(7.3) \qquad \frac{\dot{p}_K(t) + \dfrac{r_K(t)}{\left(1-\tau_{ITC}\right)}}{p_K(t)} - \delta = r(t)$$

- <u>Упражнение:</u> запишите и проинтерпретируйте вперед-смотрящее решение для рыночной стоимости капитала p_K

Жесткий акселератор

- Пусть $Y = AK^{\alpha}, \qquad \delta = \tau_{ITC} = 0, \qquad \dfrac{p_K}{p} = 1$

тогда $r_K = rp_K,$

$$MRP_K = p\alpha AK^{\alpha-1} = \frac{p\alpha Y}{K} = rp_K,$$

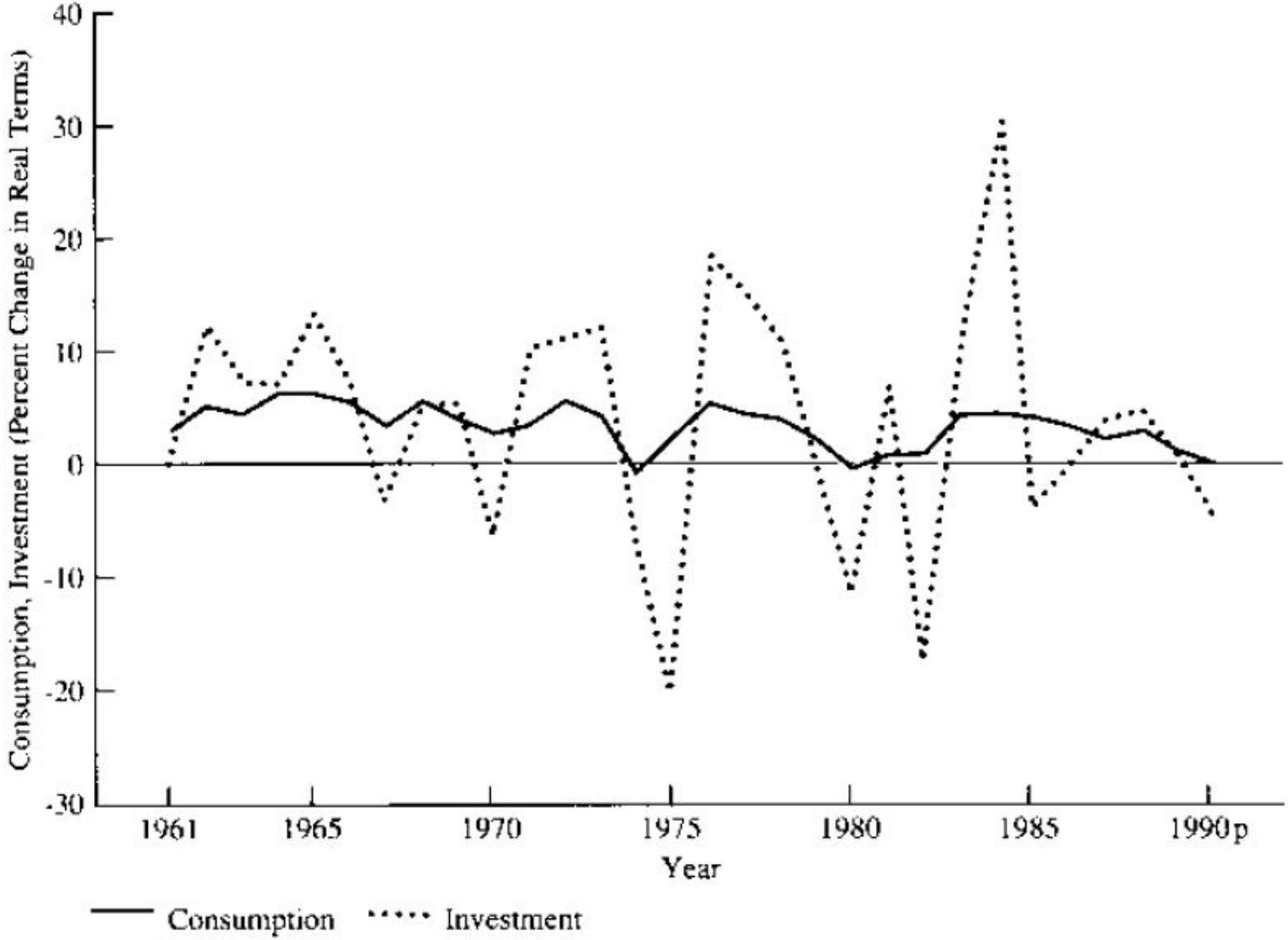
$$(7.4) \quad K^* = \frac{\alpha Y}{r},$$

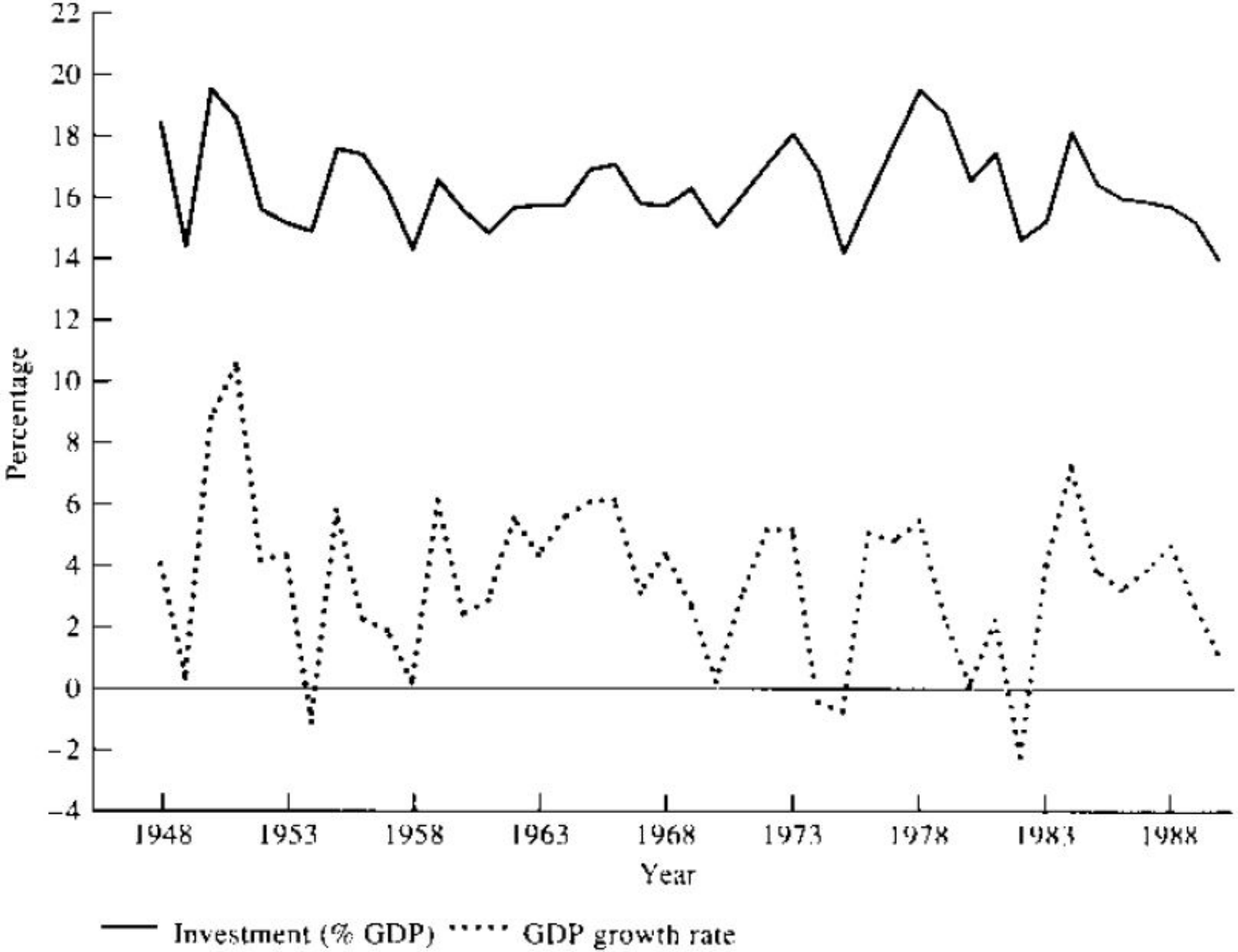
$$(7.5) \quad I(t) = \dot{K}(t) = \frac{\alpha \dot{Y}(t)}{r}$$

Жесткий акселератор

$$(7.5) \quad I(t) = \frac{\alpha \dot{Y}(t)}{r}$$

- Теория жесткого акселератора объясняет важную макроэкономическую взаимосвязь – зависимость инвестиций от изменений выпуска
- Например, для $r = 0.1$ и $\alpha = 0.3$, инвестиции изменяются *втрое* сильнее выпуска – это вполне соответствует стилизованным фактам о колебаниях деловой активности


Consumption, Investment (Percent Change in Real Terms)
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
1961
1965
1970
1975
1980
1985
1990p
Year
Consumption
Investment


22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−2
−4
Percentage
1948
1953
1958
1963
1968
1973
1978
1983
1988
Year
Investment (% GDP)
GDP growth rate

Несостоятельность базовых концепций

- Микроэкономическая концепция желательного капитала и теория жесткого акселератора не могут рассматриваться как состоятельные теории инвестиций
- Первая проблема состоит в том, что желательный капитал определяется как функция от ряда переменных. Но фактический капитал является плавно подстраивающейся переменной (sluggish variable). Поэтому фирма вряд ли может в каждый момент времени иметь желательный капитал
- Одно из возможных решений данной проблемы предлагает *модель гибкого акселератора*

Гибкий акселератор

- Предположим, что фактический капитал подстраивается к желательному не мгновенно, а с какой-то конечной скоростью:

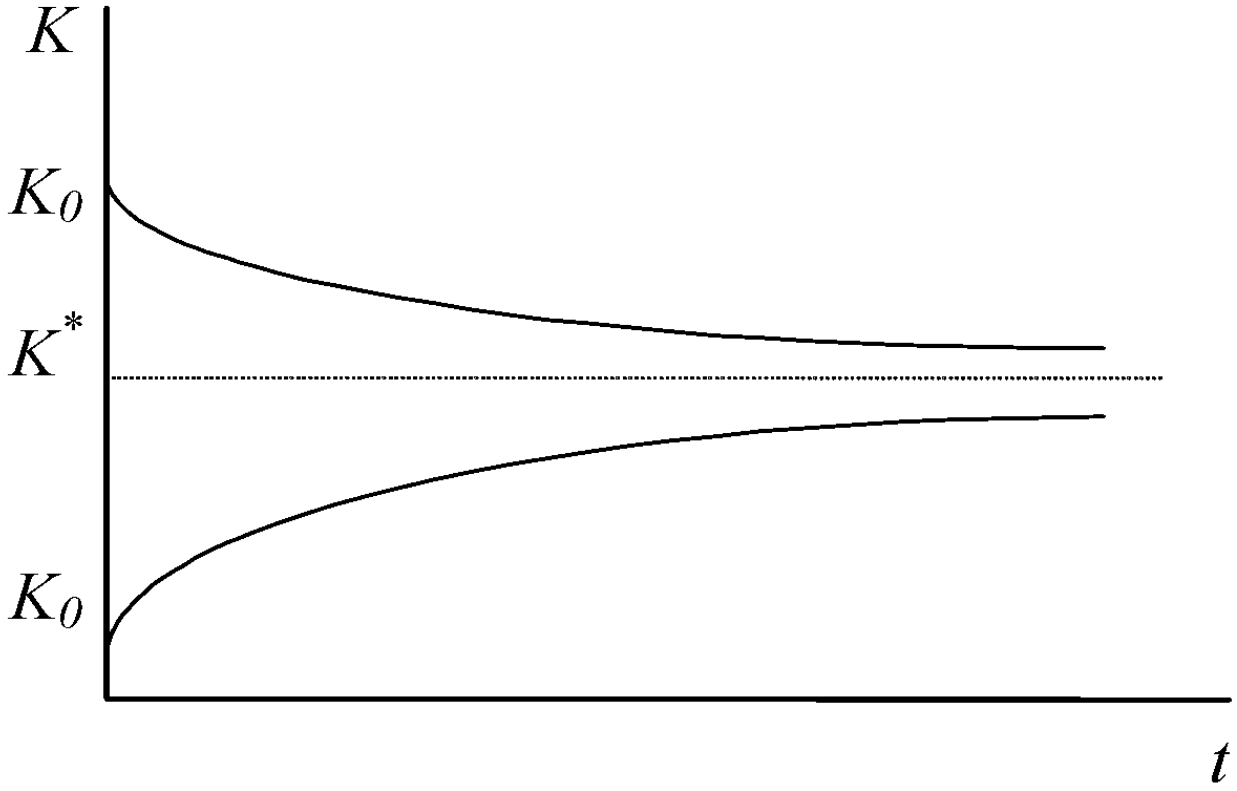
$$(7.12) \quad I(t) = \dot{K}(t) = \lambda\left(K^*(t) - K(t)\right), \quad \lambda > 0$$

- Если желательный капитал не меняется во времени, тогда

$$(7.13) \quad K(t) = K^* + (K_0 - K^*)e^{-\lambda t}$$

Гибкий акселератор

$$(7.12)\quad I(t) = \dot{K}(t) = \lambda\left(K^*(t) - K(t)\right), \quad \lambda > 0$$



Упражнение: издержки регулирования и акселератор

- Предположим, что выбирая объем капитала, фирма стремится минимизировать издержки:

$$\min_{K_{t+1}} Cost = c_1\left(K_{t+1} - K_{t+1}^{*}\right)^2 + c_2\left(K_{t+1} - K_t\right)^2$$

- Объясните смысл данной функции издержек (двух ее слагаемых)
- Покажите, что оптимальный выбор капитала дает результат, соответствующий принципу гибкого акселератора

Несостоятельность базовых концепций

- Вторая проблема базового подхода, которую не решает модель гибкого акселератора, состоит в следующем: рациональное поведение инвесторов вряд ли может определяться лишь текущих параметров экономики
- В значительной степени принятие инвестиционного решения должно определяться ожиданиями относительно будущего состояния экономики
- В принципе, уравнение акселератора содержит *приращение* выпуска. Однако, данный результат во-первых получен «механистически», а не из анализа поведения инвесторов, а во-вторых, он затрагивает лишь «один период» (предельно малое приращение во времени)

Несостоятельность базовых концепций

- Третья проблема – это логика определения желательного капитала
- Определение желательного уровня капитала (7.1) не может описывать рациональное, вперед-смотрящее поведение инвесторов просто потому, что это статическое условие оптимизации текущей прибыли
- Рациональное поведение инвесторов должно строиться не на максимизации текущей прибыли, а на максимизации приведенного потока будущих прибылей

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

- Ожидаемая приведенная стоимость потока будущих прибылей фирмы, π, определяет *стоимость фирмы*
- Таким образом, рациональное поведение состоит в максимизации стоимости фирмы, V:

$$(7.14) \quad V(t) = E_t \int_t^{\infty} \pi(\tau, K(\tau), I(\tau)) e^{-r(\tau - t)} d\tau$$

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

- Прибыль в каждый момент времени определяется текущим капиталом и инвестиционными расходами
- Помимо этого, прибыль, как и в условии (7.1), зависит и от других факторов производства и издержек на них
- Однако сейчас нас интересует спрос фирмы лишь на капитал. Так что зафиксируем все, что связано с рынками остальных ресурсов. Это позволит нам оперировать лишь с условиями первого порядка для оптимальных инвестиций

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

- В свою очередь, подлежащая максимизации в каждый момент времени стоимость фирмы будет зависеть не только от текущего капитала и инвестиций, но и от инвестиций во все будущие моменты времени
- Рациональное поведение фирмы соответствует выбору в каждый момент времени оптимальной траектории инвестиций, максимизирующей стоимость фирмы
- В общем случае, будущие значения прибыли не известны достоверно, так что фирма максимизирует ожидаемый поток прибылей (ожидаемую стоимость)

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

- Определение стоимости фирмы (7.14) – это рыночная оценка стоимости капитала фирмы (например, рыночная оценка стоимости ее акций, приносящих доход)
- В то же время сама по себе величина K может рассматриваться как бухгалтерская (восстановительная) стоимость капитала
- Сравнение двух этих величин определяет привлекательность фирмы для инвесторов

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

- Если выполняется условие $V > K$, то фирма стоит больше, чем вложенные средства. Следовательно, инвестиции оправданы
- Это простое соображение лежит в основе теории q-Тобина:

$$(7.15) \quad q(t) = \frac{V(t)}{K(t)} = \frac{E_t \int_t^{\infty} \pi(\tau, K(\tau), I(\tau)) e^{-r(\tau - t)} d\tau}{K(t)}$$

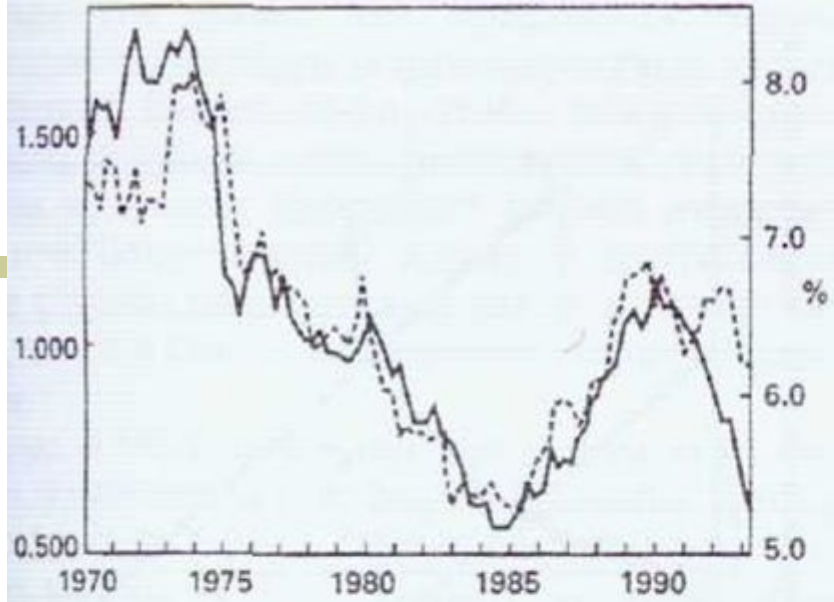
- q-Тобина учитывает такие важные детерминанты инвестиций как ставка процента, производительность капитала, ожидания инвесторов относительно будущего

Стоимость фирмы и инвестиции: теория q-Тобина

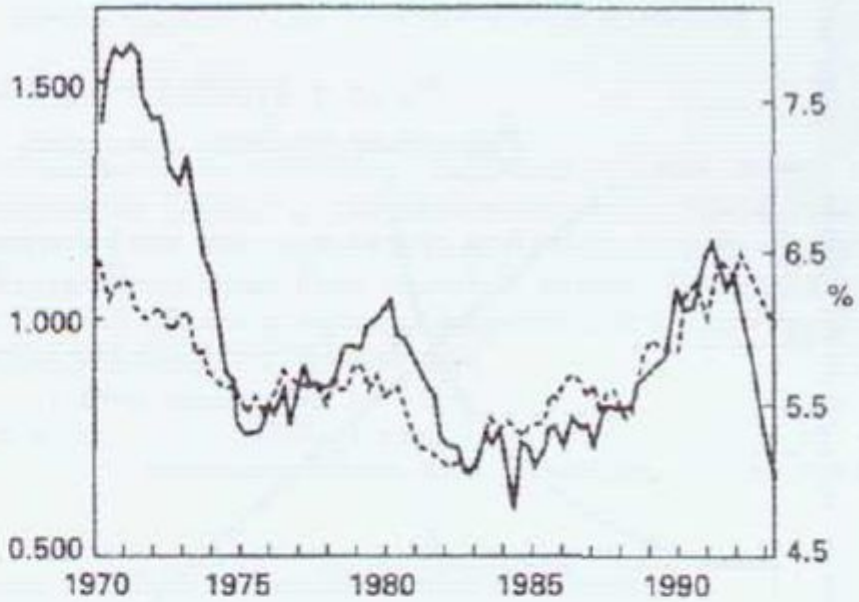
- Инвестиции можно рассматривать как возрастающую функцию q-Тобина:

$$(7.16) \quad I(t) = I(q(t) - 1)$$

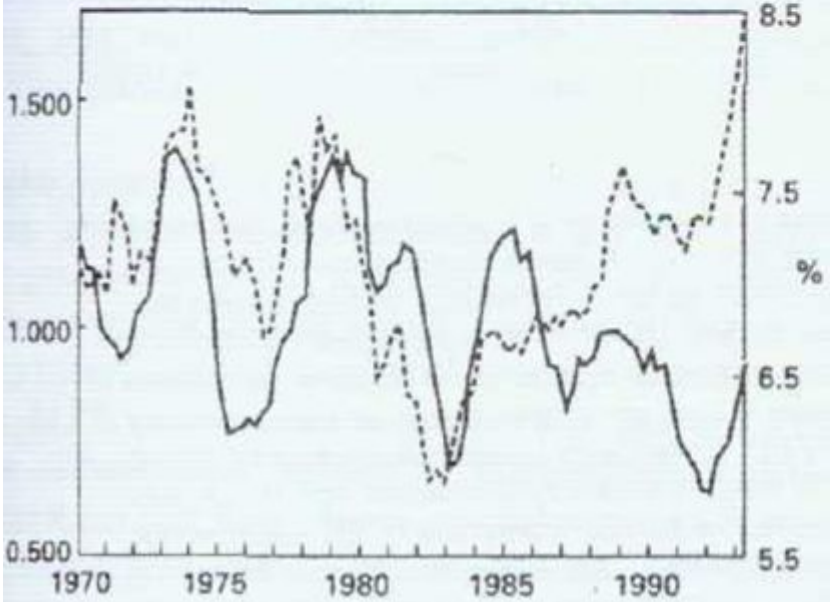
- Инвестиции положительны для $q > 1$
- В равновесии, $q = 1$, инвесторы не находят активы фирмы привлекательными по сравнению с другими возможностями
- Если $q < 1$, то имеет смысл уводить капитал из данной фирмы



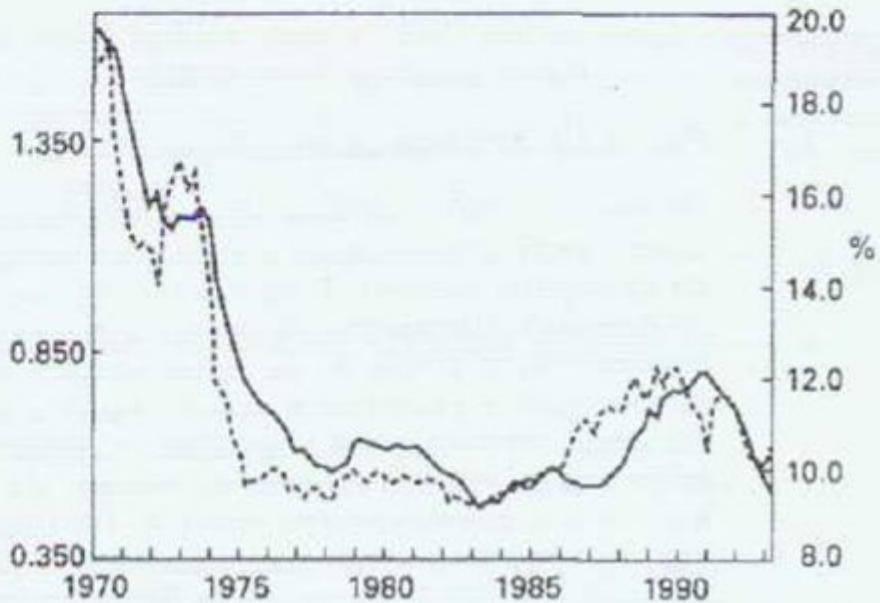
Франция



Западная Германия



США



Япония

——— Коэффициент Тобина q

— — — Инвестиции/капитал