

Комбінаторні задачі

5 клас

математика



1. Скількома способами можна обрати у нашому класі старосту та його заступника?

2. Під час зустрічі 9 хлопчиків нашого класу потиснули один одному руки. Скільки рукостискань було здійснено?

3. Скількома способами четверо друзів можуть стати один за одним у черзі до буфету?



Нерідко в повсякденному житті ми стикаємось із задачами, розв'язання яких потребує розгляду та підрахунку всіх можливих випадків, або, як ще прийнято говорити, усіх можливих комбінацій. Тому такі задачі називають комбінаторними.



Розділ математики, який
досліджує можливі способи
утворення різних підмножин з
елементів деякої множини за
певних умов, називається
комбінаторикою.



Задачі, в яких потрібно знайти
кількість можливих способів
утворення таких підмножин,
називаються
комбінаторними.



Підґрунтям для розв'язування
більшості комбінаторних задач
є два правила:

правило додавання і

правило множення.



Правила суми і добутку можна застосовувати при виборі довільної скінченної кількості елементів.

Правило суми: якщо доводиться вибирати **або** перший елемент, **або** другий, **або** третій і т. д. елемент, кількості способів вибору кожного елемента **додають**.

Правило добутку: коли доводиться вибирати набір у який входить **і** один, **і** другий, **і** третій, і т. д. елемент, кількості способів вибору **перемножують**.



Правило суми

Якщо елемент A можна
обрати

m способами, а елемент

B – n способами, то

або елемент A або

елемент B можна

обрати $m + n$

способами.

Правило добутку

Якщо елемент A можна
обрати

m способами, а після

кожного такого вибору інший

елемент B можна обрати

(незалежно від вибору

елемента A)

n способами, то пару

елементів A і B можна

обрати $m \cdot n$ способами.



Задача.

Туриста зацікавили 5 маршрутів по Херсонщині та 7 маршрутів по Карпатах. Скількома способами він може організувати свою відпустку, маючи час лише на один маршрут?

Тут застосовуємо правило суми, оскільки турист може вибрати або Херсонщину, або Карпати.

Тому $5 + 7 = 12$ різних маршрутів.

Відповідь: 12 способів.



Задача.

Умова попередньої задачі, але турист має час на два маршрути, та хоче побувати спочатку на Херсонщині, а потім у Карпатах.

Тут застосовуємо правило добутку, оскільки турист може вибрати і Херсонщину, і Карпати.

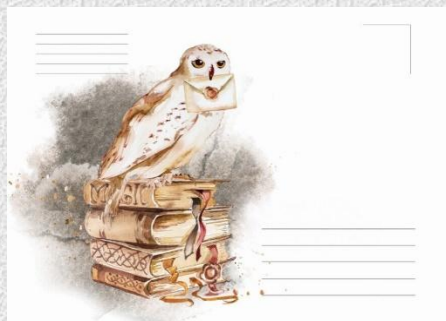
Тому $5 \cdot 7 = 35$ різних маршрутів.

Відповідь: 35 способів.



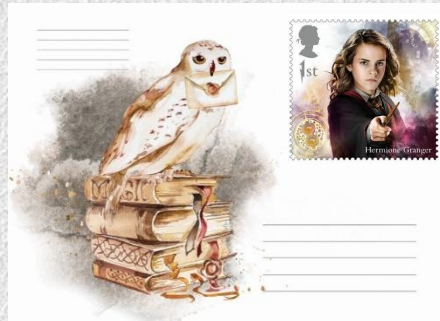
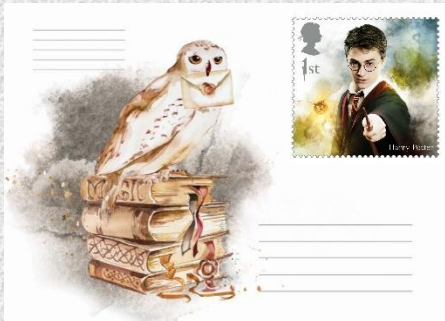
ПРАВИЛО ДОБУТКУ

Задача . На пошті у продажу є п'ять різних конвертів і три різні марки. Скількома способами можна купити конверт з маркою?



Розв'язання

Оберемо конверт. У комплект до нього можна вибрати будь-яку з трьох марок.

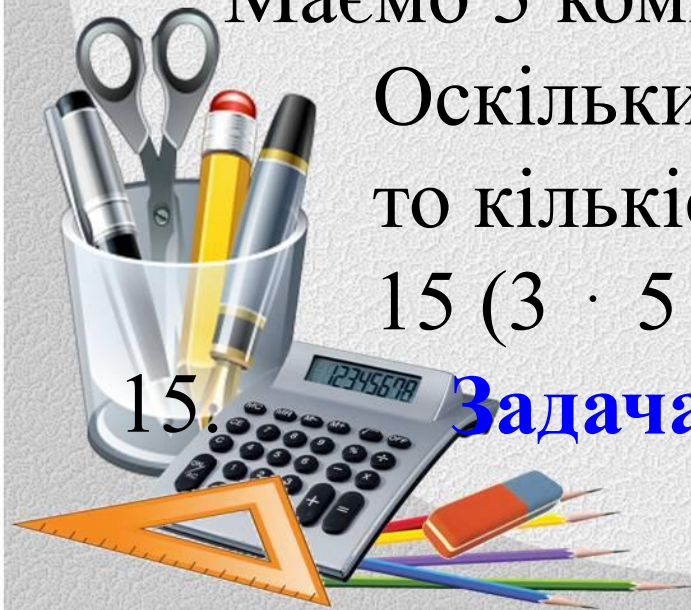


Маємо 3 комплекти з обраним конвертом.

Оскільки конвертів у 5 разів більше, то кількість різних способів становить 15 ($3 \cdot 5 = 15$). Відповідь.

15.

Задача . Скільки трицифрових чисел можна утворити з цифр 3, 4, 6?



СПОСІБ ПЕРЕБОРУ

Задача. Скільки існує прямокутників, периметри яких дорівнюють 24 см, а довжини сторін є натуральними числами, які виражені в сантиметрах.

Розв'язання

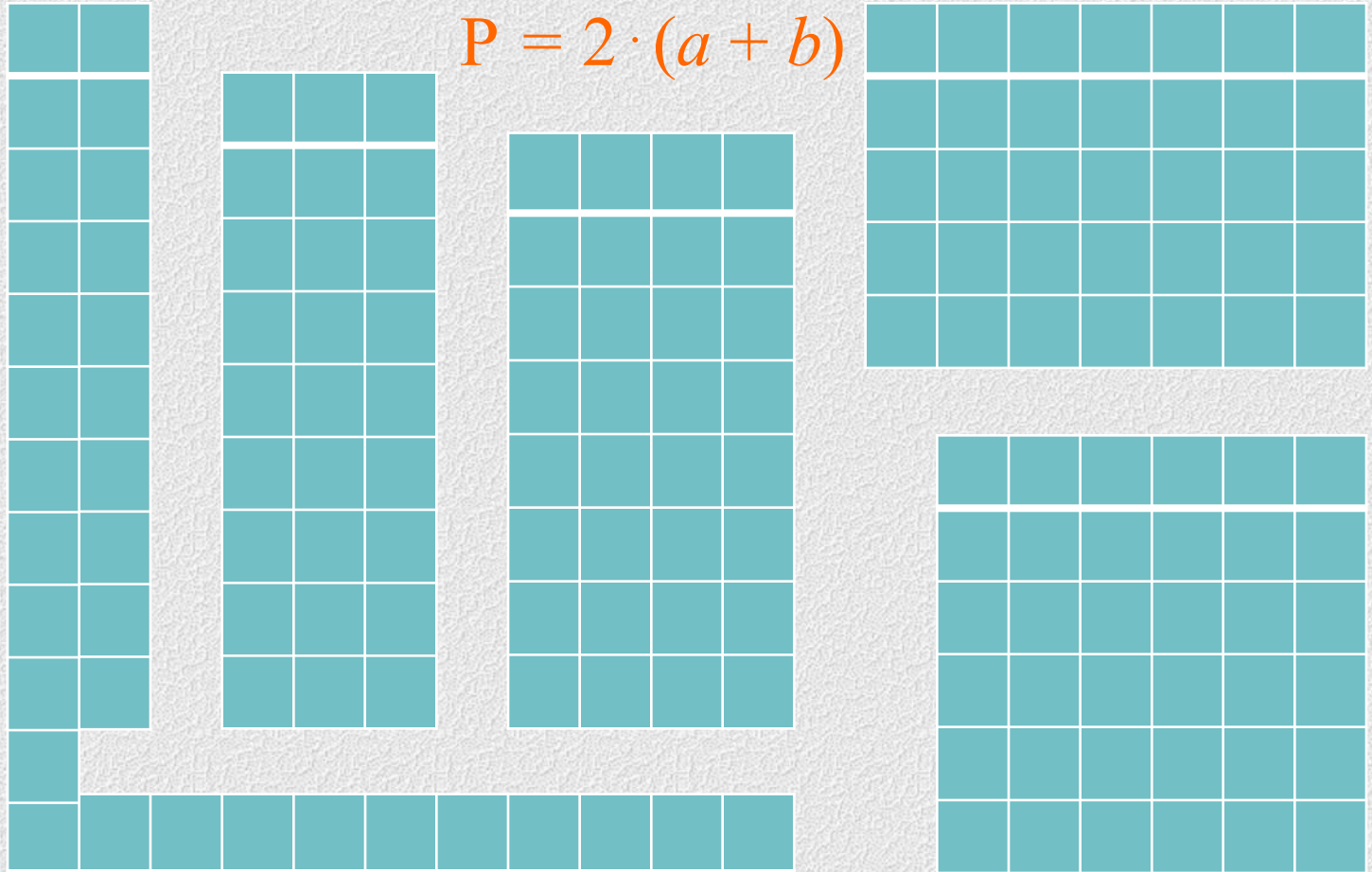
Периметр прямокутника знайдемо за формулою: $P = 2 \cdot (a + b)$, де a і b – його сторони. $P = 24$ см за умовою, $a + b = 12$. Запишемо у таблицю всі можливі комбінації довжин сторін прямокутника:



a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Розв'язання

$$P = 2 \cdot (a + b)$$



Відповідь. 6 прямокутників.

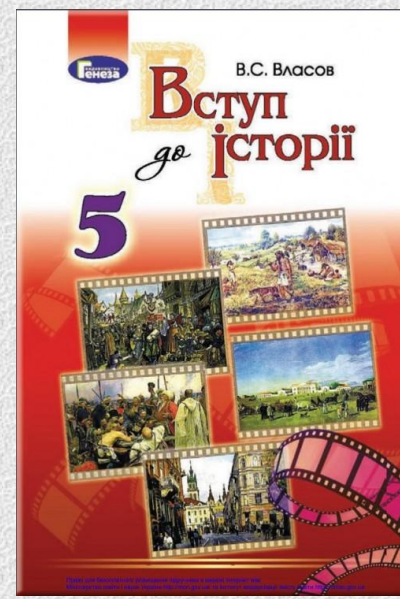
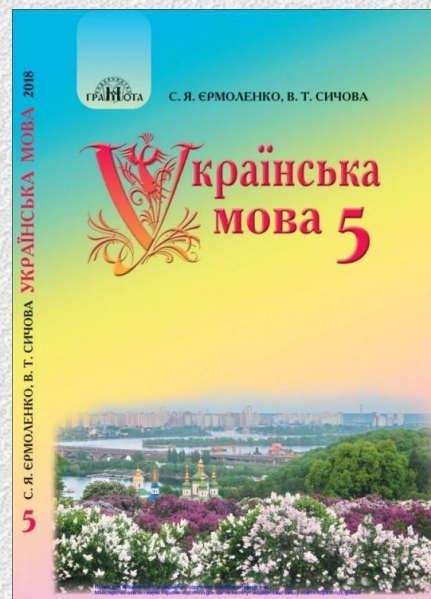
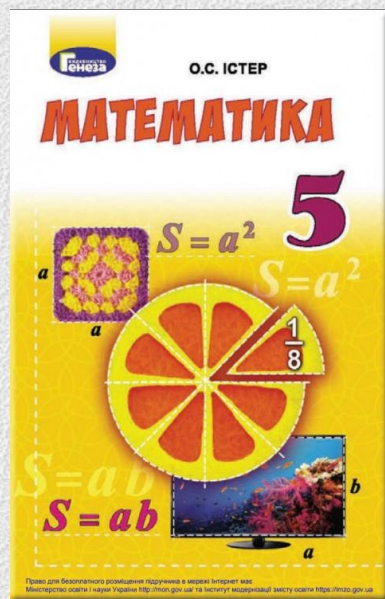


Комбінаторика, це окремий розділ математики, який займається перестановками, комбінаціями і розміщеннями.



СПОСІБ ПЕРЕБОРУ

Задача. Скількома способами можна скласти розклад трьох перших уроків у 5 класі з предметів: математика, українська мова, історія?



Розв'язання

Введемо позначення: математика - М,
українська мова - У, історія - І. Бачимо, що вже
утворилась перша комбінація. Запишемо її в
один ряд і обведемо кожну літеру квадратиком

М

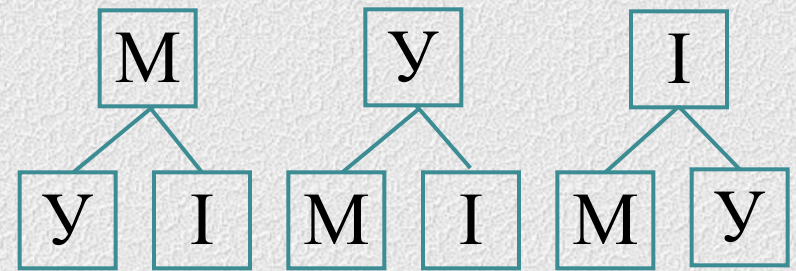
У

І



Розв'язання

Від кожного квадратики проведемо 2 гілки, які показують, що перебирати залишилось із 2 літер. На кінцях гілок розмістимо квадратики, в які впишемо позначення цих літер.



Розв'язання

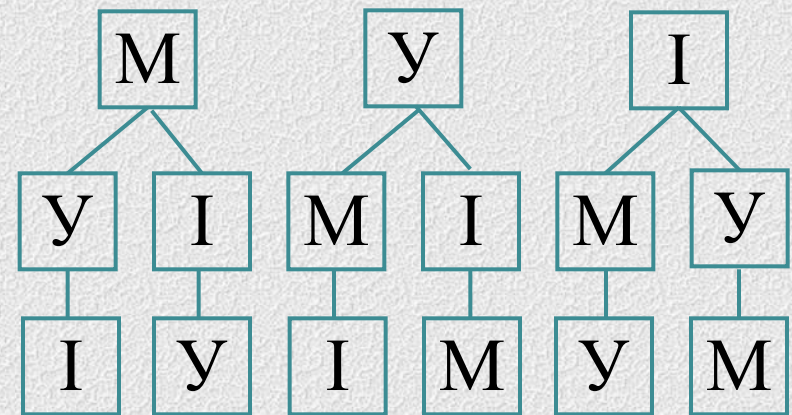
Залишилось перебрати по одній літері.
Від кожного квадрата другого рівня
проводимо по 1 гілці з квадратиком і
вписуємо в них відповідну літеру.

Тепер порахуємо
кількість квадратиків
у третьому рівні.

Їх виявилось 6.

Отже, розклад
можна скласти 6 способами.

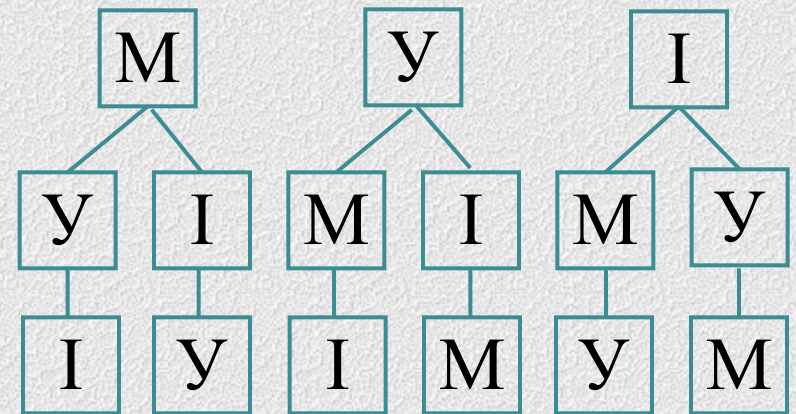
Відповідь. 6.



Зверніть увагу:

У дереві можливих варіантів:

- 1) стільки рівнів, скільки задано елементів;
- 2) на кожному рівні проводять стільки гілок, скільки елементів залишилось перебрати.



Задача. Скільки трицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, за умови, що кожна цифру можна використати лише один раз?



Задача . Скількома способами можна поставити на шахову дошку білу й чорну тури, щоб вони не били одна одну?

Розв'язання

Модуль 11. Комбінаторика та ймовірність. Заняття 1: Комбінаторні задачі.
13.14 - 15.58. <https://www.youtube.com/watch?v=vozVBkEsPsI>



Проявіть компетентність

669. З Києва до Одеси можна дістатися літаком, потягом, автобусом або автомобілем. Скількома способами можна дістатися з Києва до Одеси й повернутися назад, якщо для подорожі:

- 1) можна скористатися різними видами транспорту;
- 2) види транспорту можуть бути однаковими?



Правило суми

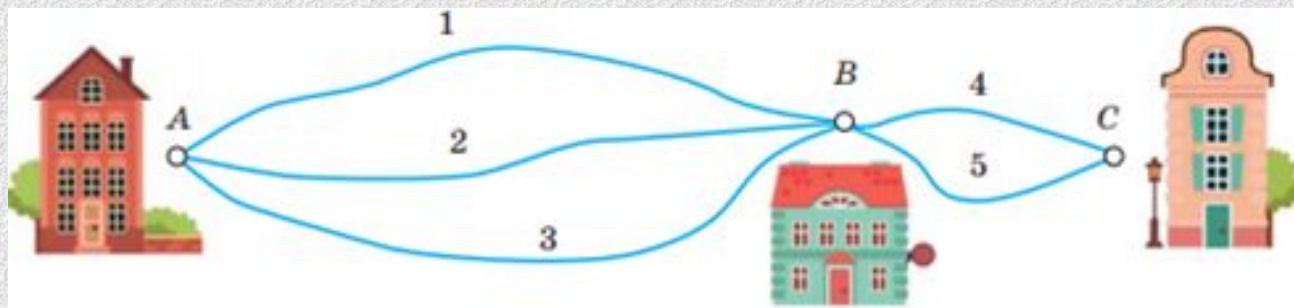
Якщо елемент A можна обрати m способами, а елемент B – n способами, то **або** елемент A **або** елемент B можна обрати $m + n$ способами.

Приклад.

Від селища A до селища B можна доїхати трьома дорогами, а від B до C – двома. Скільки існує маршрутів, щоб виїхати із селища B ? Скільки існує маршрутів, щоб дістатися від селища A до селища C ?

Правило добутку

Якщо елемент A можна обрати m способами, а після кожного такого вибору інший елемент B можна обрати (незалежно від вибору елемента A) n способами, то **пару** елементів A і B можна обрати $m \cdot n$ способами.



Знайди відповіді на три запитання, що на слайді 2. Щастя тобі!

