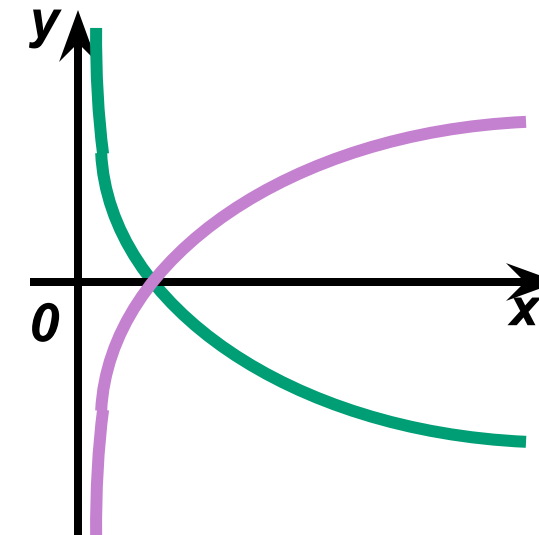
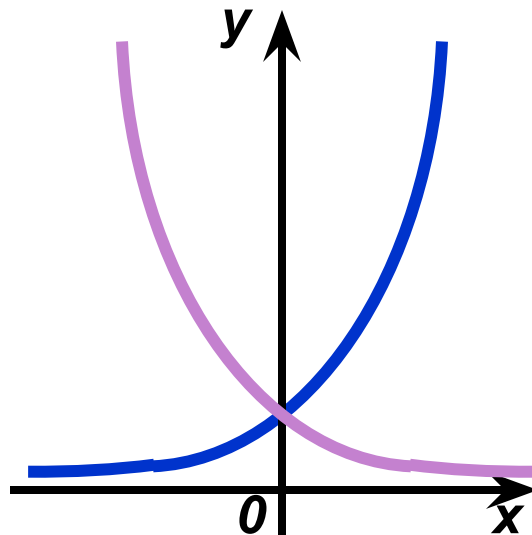
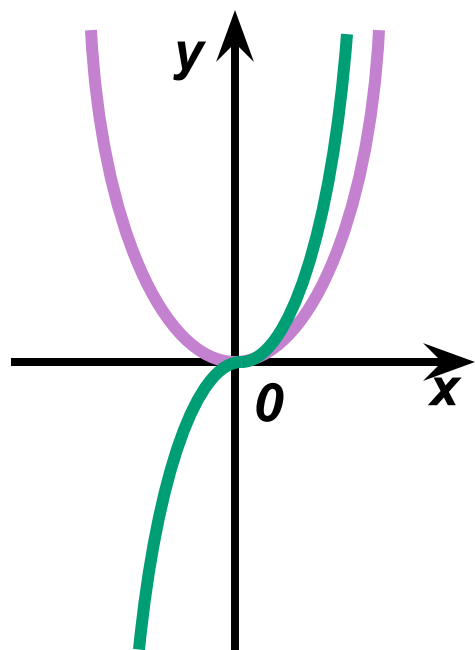


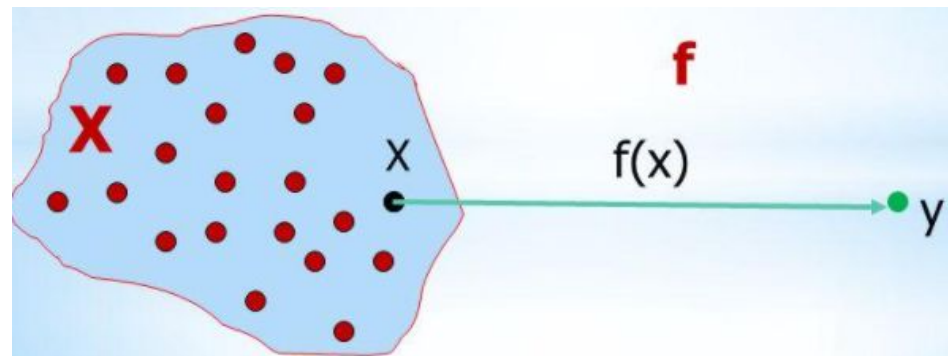
Функции, их свойства и графики



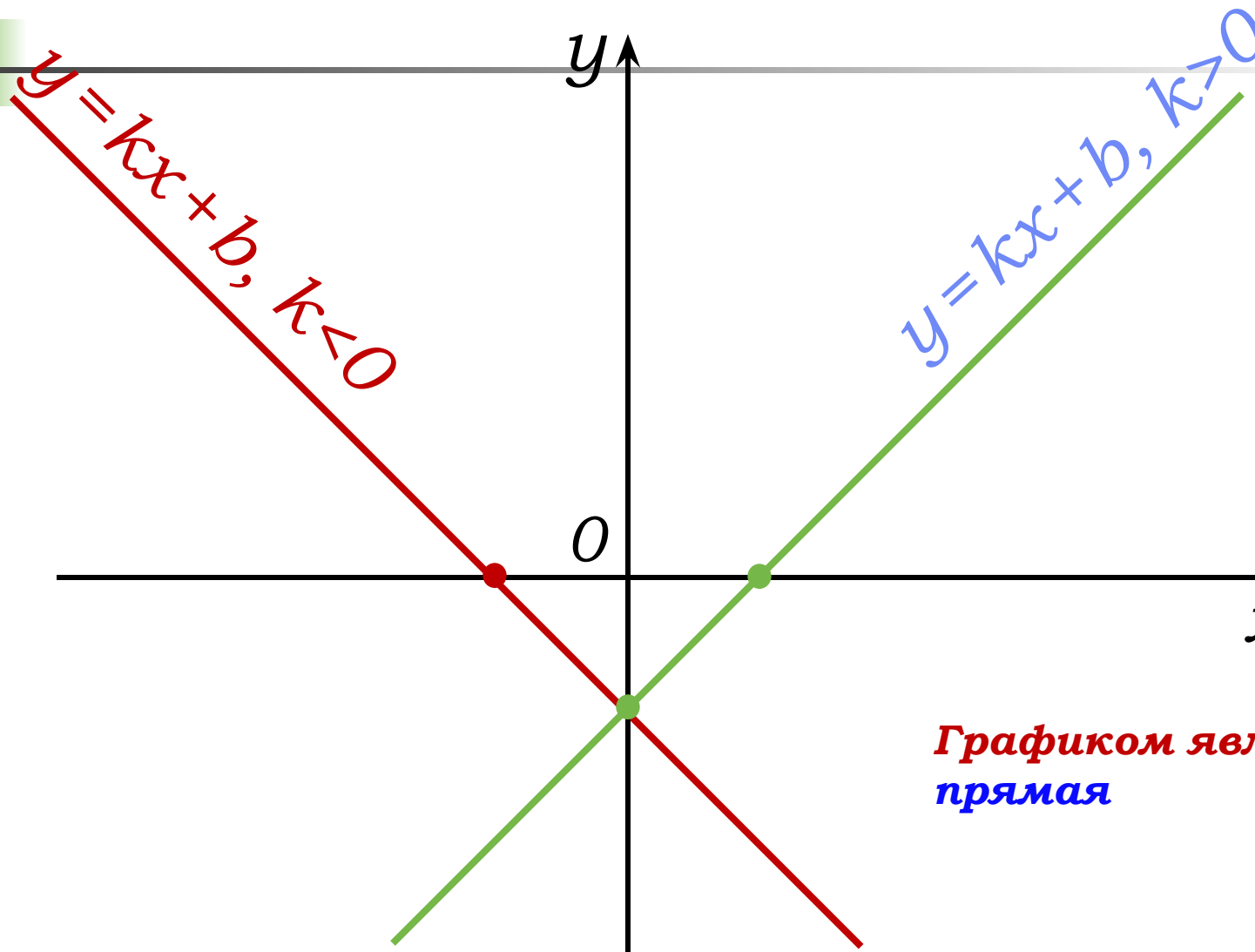
Понятие функции

- Если каждому значению x из некоторого множества чисел поставлено в соответствие число y , то говорят, что на этом множестве задана **функция $y(x)$** .
- x – **независимая переменная** или **аргумент**
- y – **зависимая переменная** или **функция**

$$y = f(x)$$



Линейная функция $y=kx+b$



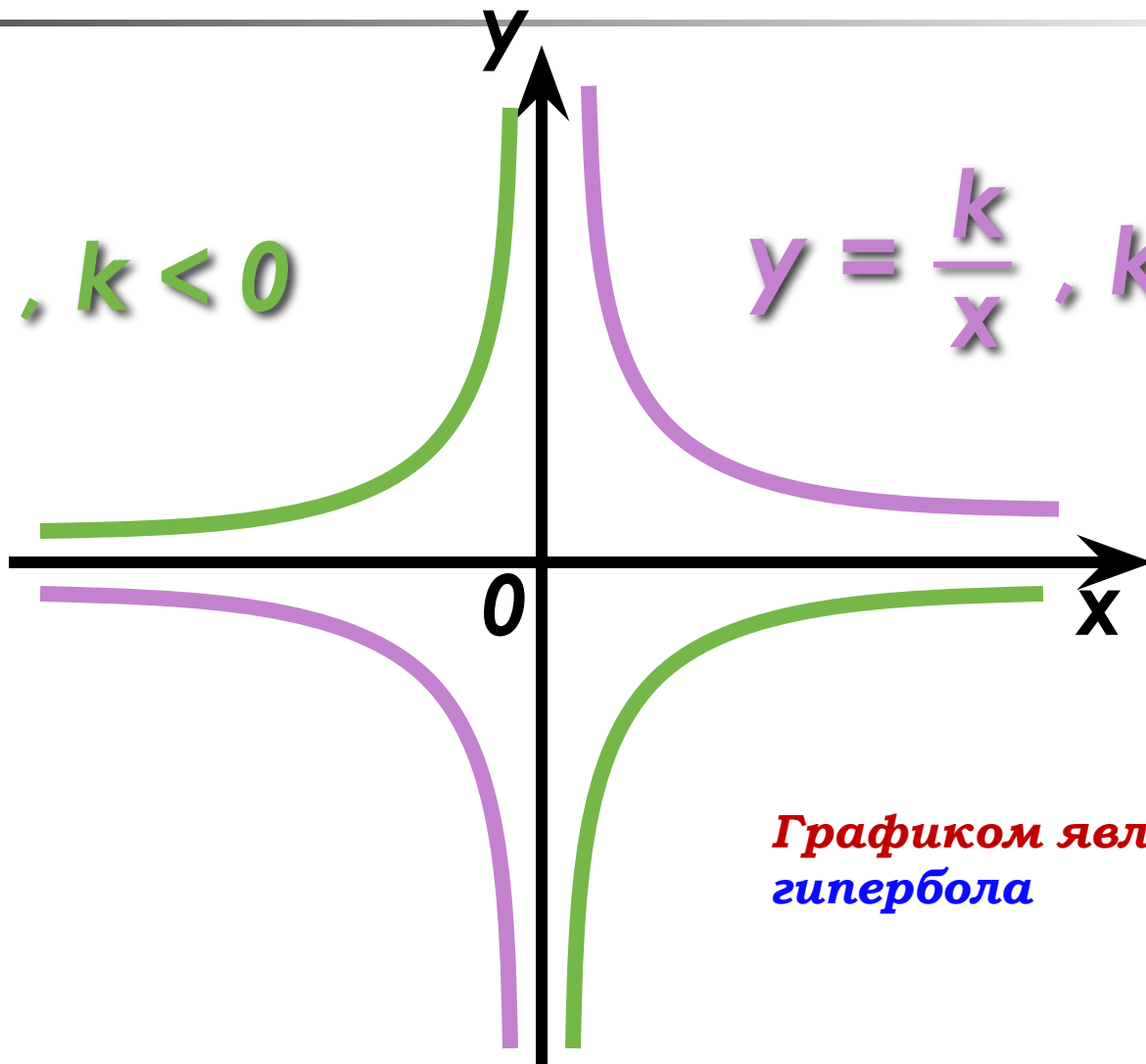
*Графиком является
прямая*

Обратная

пропорциональность $y = \frac{k}{x}$

$$y = \frac{k}{x}, k < 0$$

$$y = \frac{k}{x}, k > 0$$



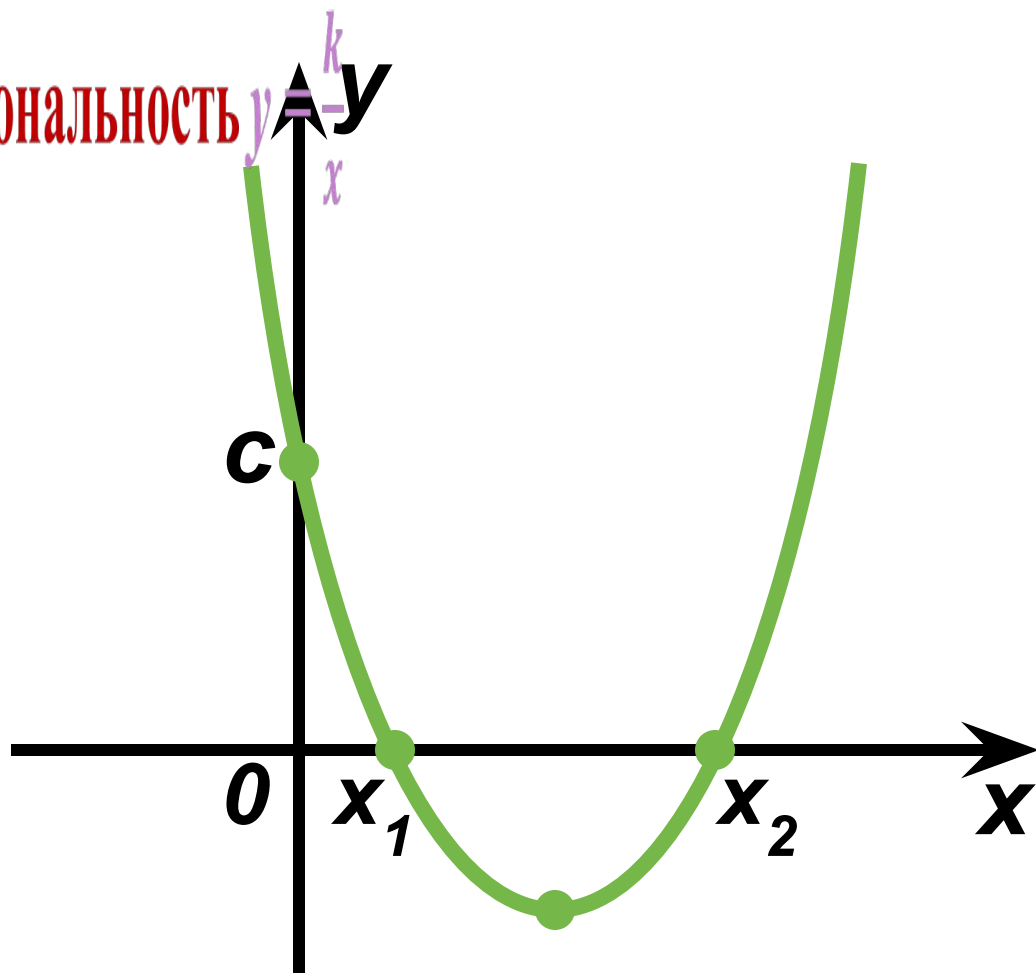
*Графиком является
гипербола*

Квадратичная функция

Обратная

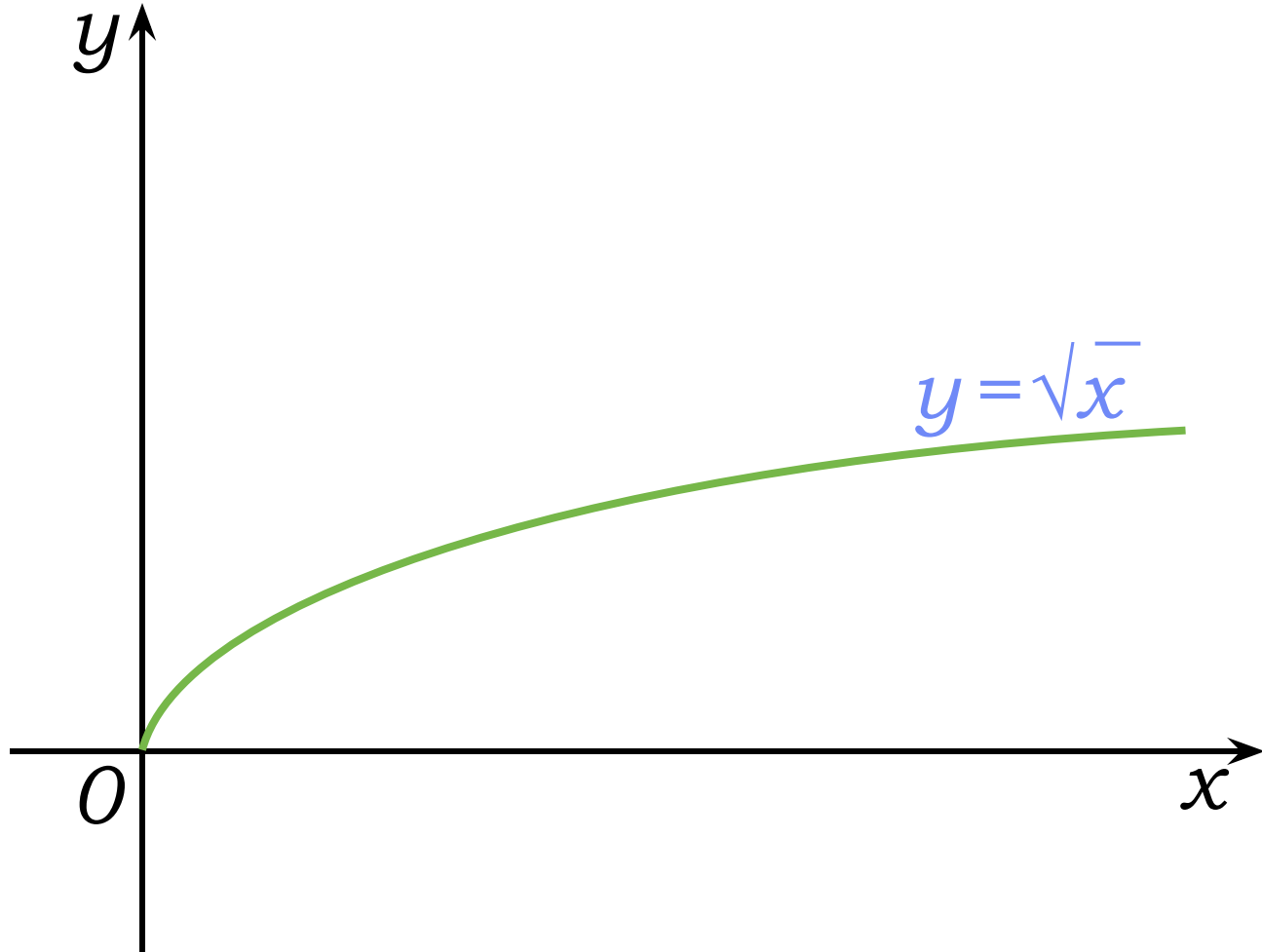
пропорциональность $y = \frac{k}{x}$

Графиком является
парабола



Обратная

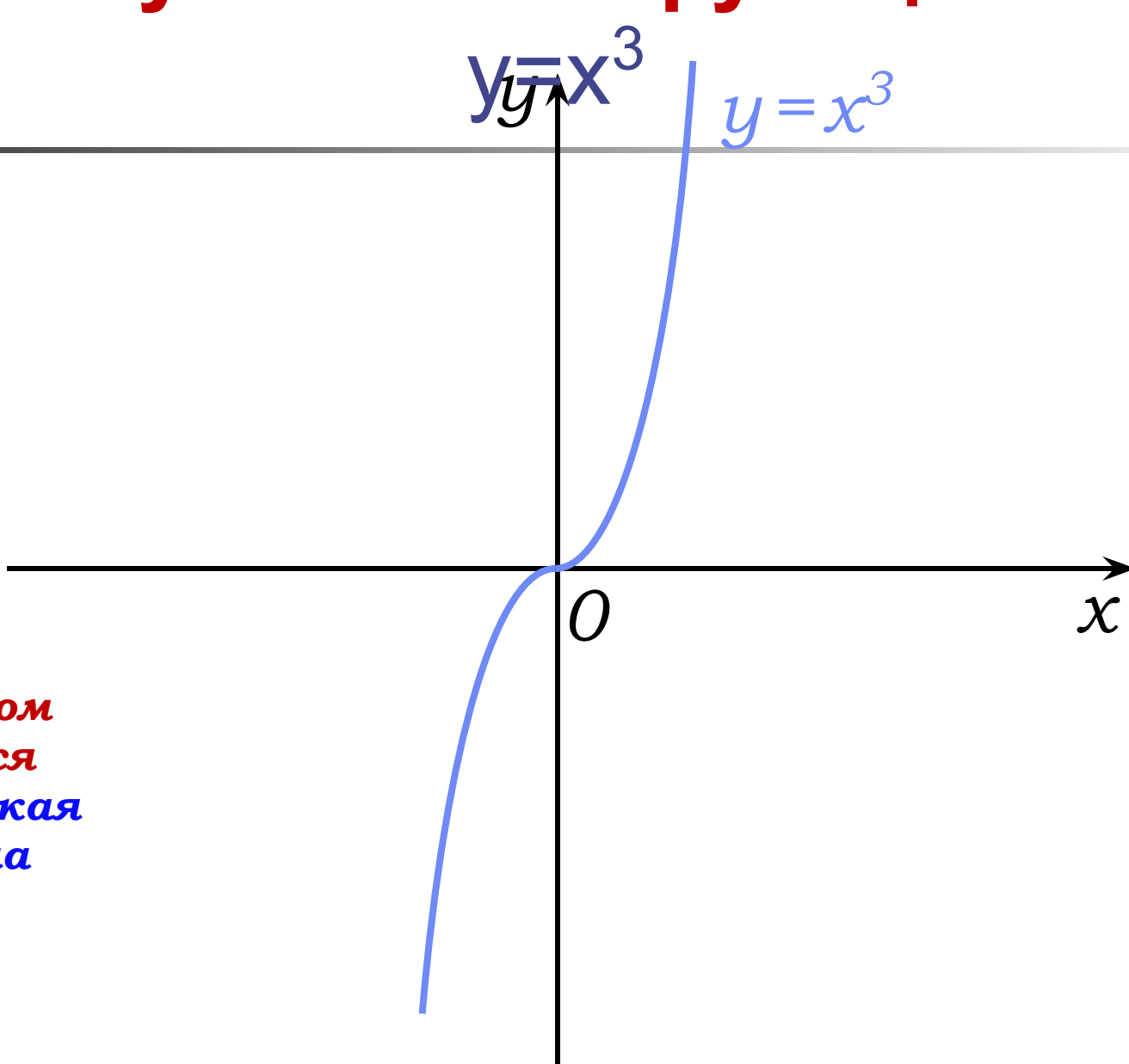
пропорциональность $v = \frac{k}{x}$



Графиком
Является
ветвь
параболы

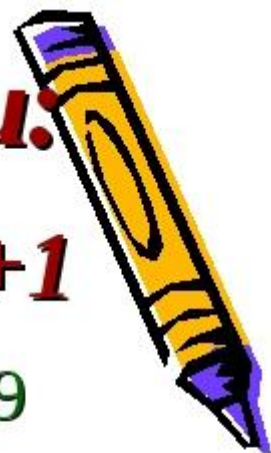
Кубическая функция

$$y = x^3$$



*Графиком
является
кубическая
парабола*

Способы задания функции:



1. Формулой: $s=70t$, $S=a^2$, $y=2x$, $y=3x+1$

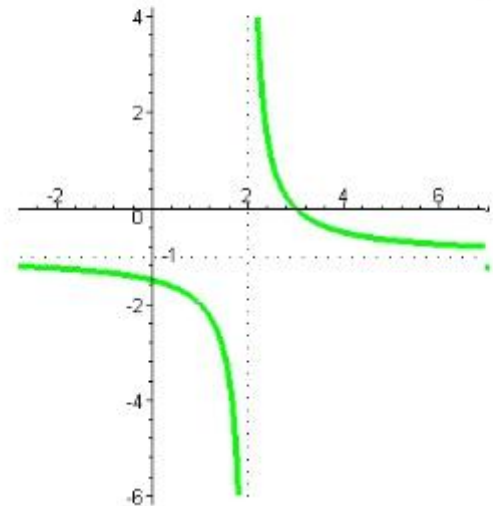
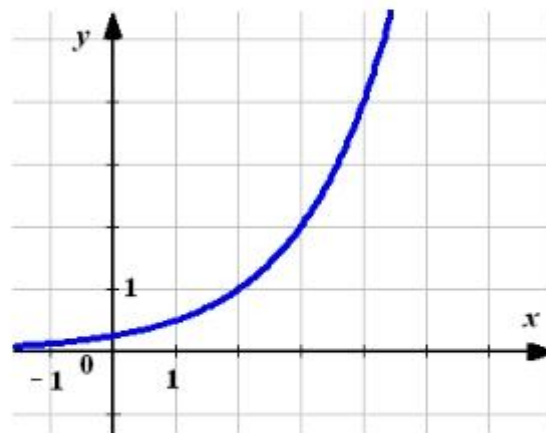
2. Таблицей:

| | | | | | | |
|-----|---|---|----|----|----|-----|
| x | 1 | 5 | 10 | 19 | 48 | 99 |
| y | 3 | 7 | 12 | 21 | 50 | 101 |

$y(x)=x+2$ – соответствующая формула

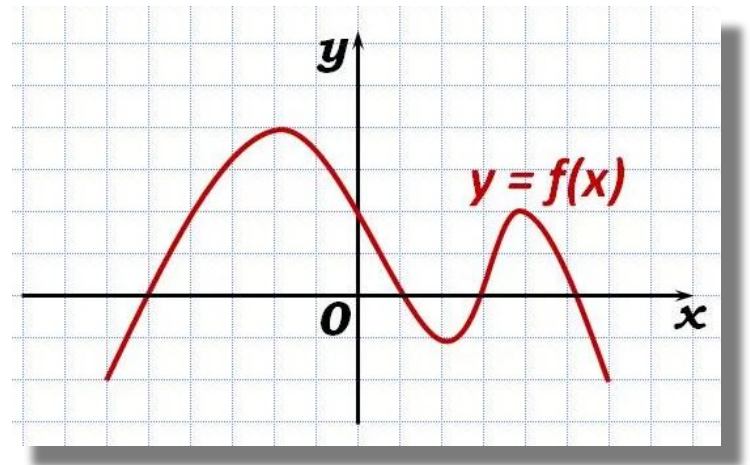
3. Словесно: «Каждому натуральному числу x ставится в соответствие удвоенное его значение.»

4. Графиком:





Свойства функций





Общая схема исследования функции

1. *Область определения функции* – все x , при которых функция имеет смысл.

2. *Исследование функции на четность*,
 $f(-x)=f(x)$ - четная; $f(-x)=-f(x)$ -нечетная.

3. *Нули функции* –это точки пересечения с осью Ox : при этом $y=0$.

4. *Определение промежутков
знакопостоянства.*

5. *Исследование функции на монотонность*
(промежутки возрастания и убывания $f(x)$).

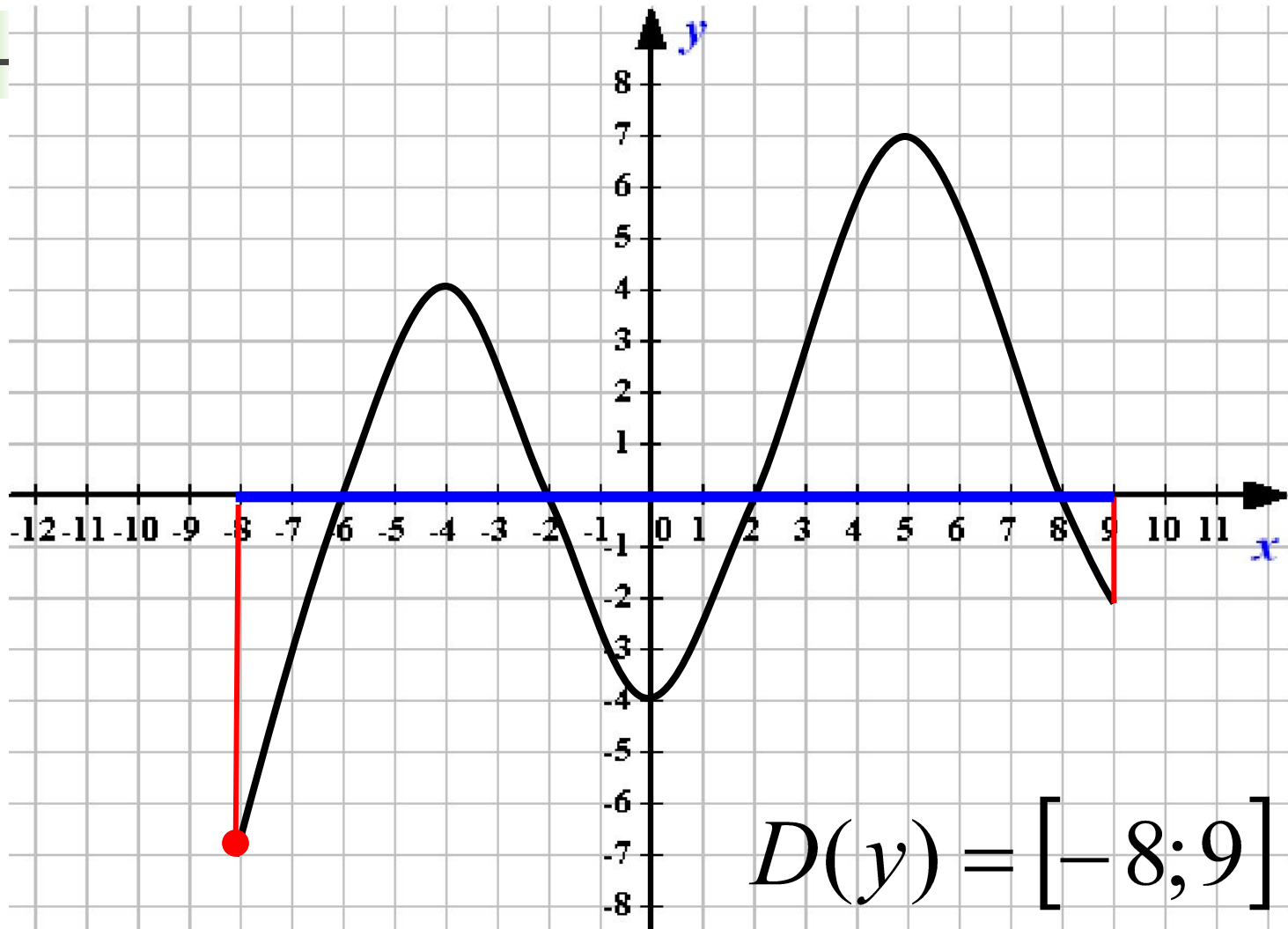
6. *Исследование функции на экстремум.*

x_{max} ; x_{min} – точки экстремумов(точки максимума и минимума),

y_{max} ; y_{min} – экстремумы

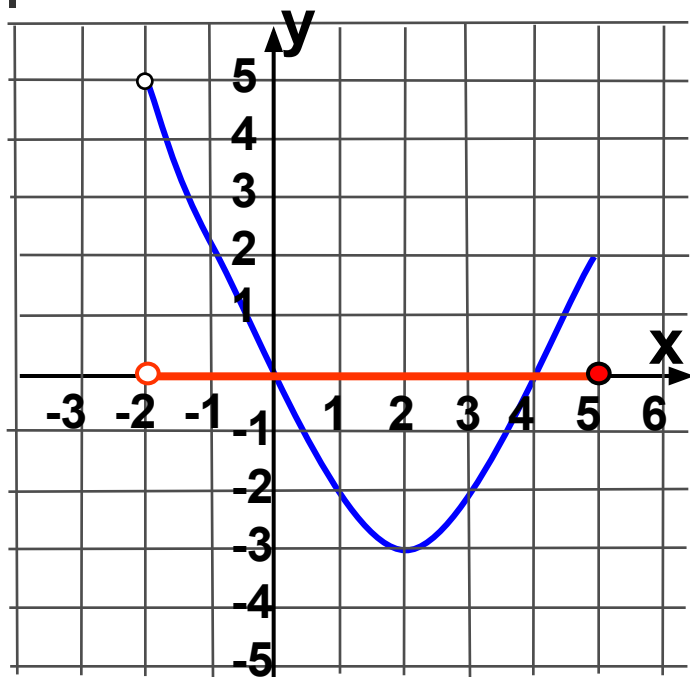
Область определения функции

Все значения независимой
переменной x .



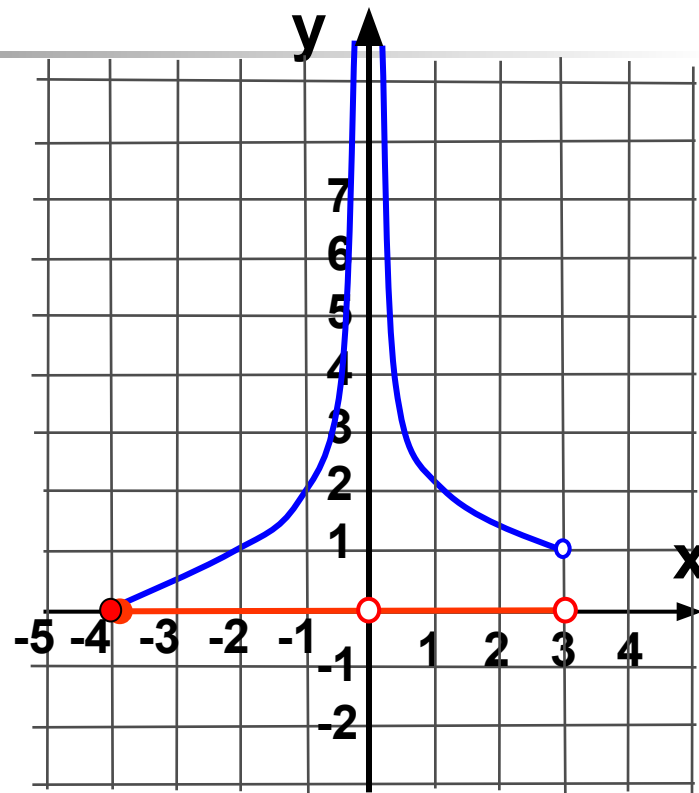
Найти область определения функции

Проверить



$D(y): x \in (-2; 5]$

Проверить



$D(y): x \in [-4; 0) \cup (0; 3)$



Практическая часть

Найти область определения функции

Проверить

1. $y = 3x - 4$

Это линейная функция

$$D(y): x \in \mathbb{R}$$

1. $y = 6 - 4x^2$

Это квадратичная функция

$$D(y): x \in \mathbb{R}$$

Найти область определения функции

$$y = \frac{3}{x - 11}$$

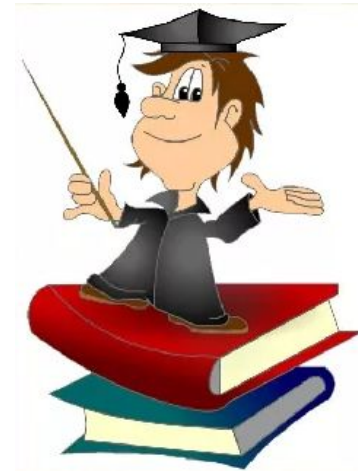
Решение

На ноль делить нельзя. Значит по смыслу знаменатель не должен быть равен нулю.

$$x - 11 \neq 0 \Rightarrow x \neq 11$$

Ответ: область определения – все числа, кроме числа 11 .

$$D(y) = x \in (-\infty; 11) \cup (11; +\infty)$$



Найти область определения функции

$$y = \sqrt{14 - 7x}$$

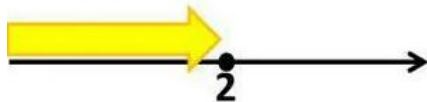
Решение:

$$14 - 7x \geq 0$$

$$-7x \geq -14$$

$$x \leq -14 : (-7)$$

$$x \leq 2$$



$$(-\infty; 2]$$

$$y = \frac{5}{\sqrt{17 - 2x}}$$

Решение:

$$17 - 2x > 0$$

$$-2x > -17$$

$$x < -17 : (-2)$$

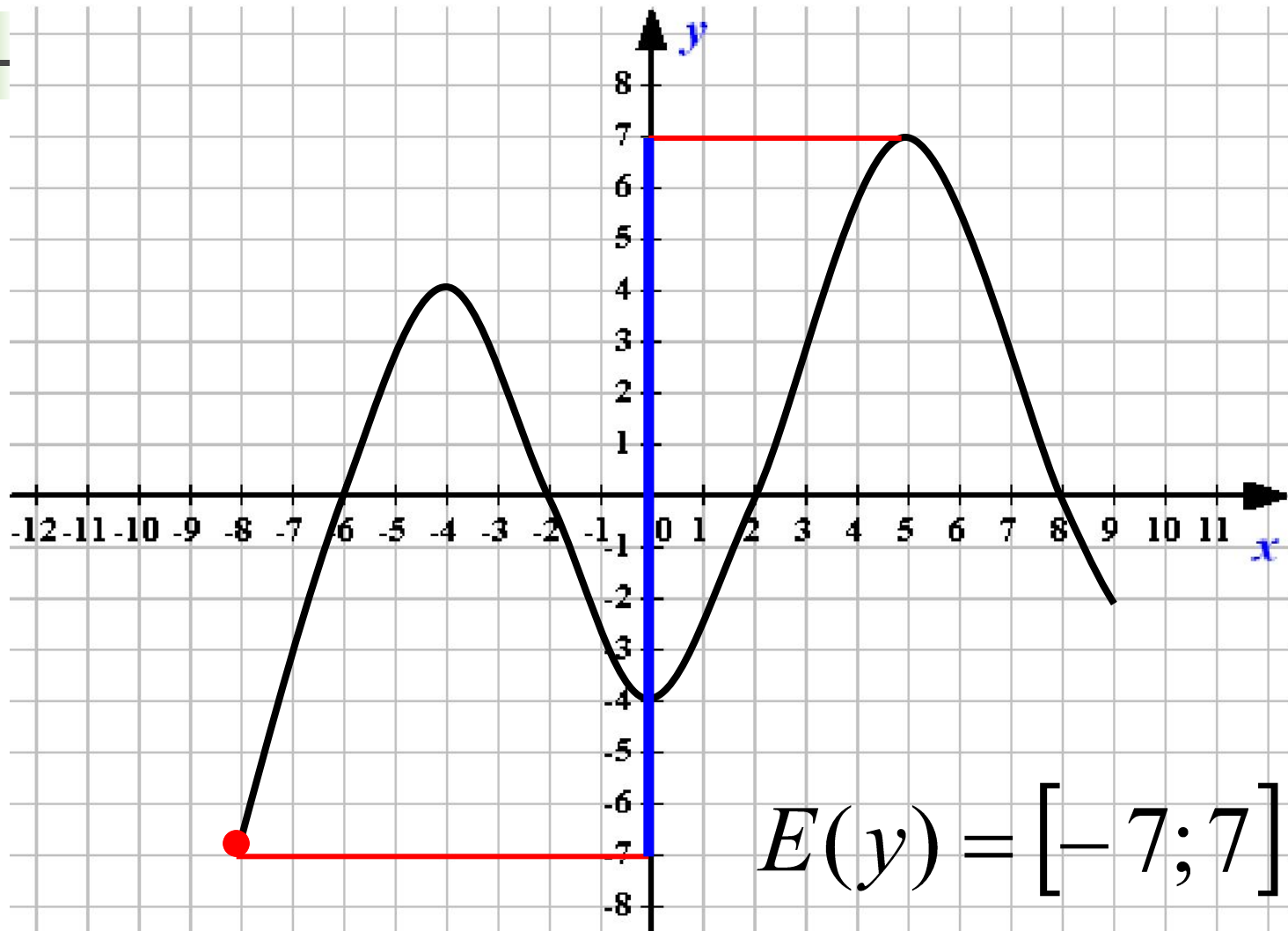
$$x < 8,5$$



$$(-\infty; 8,5)$$

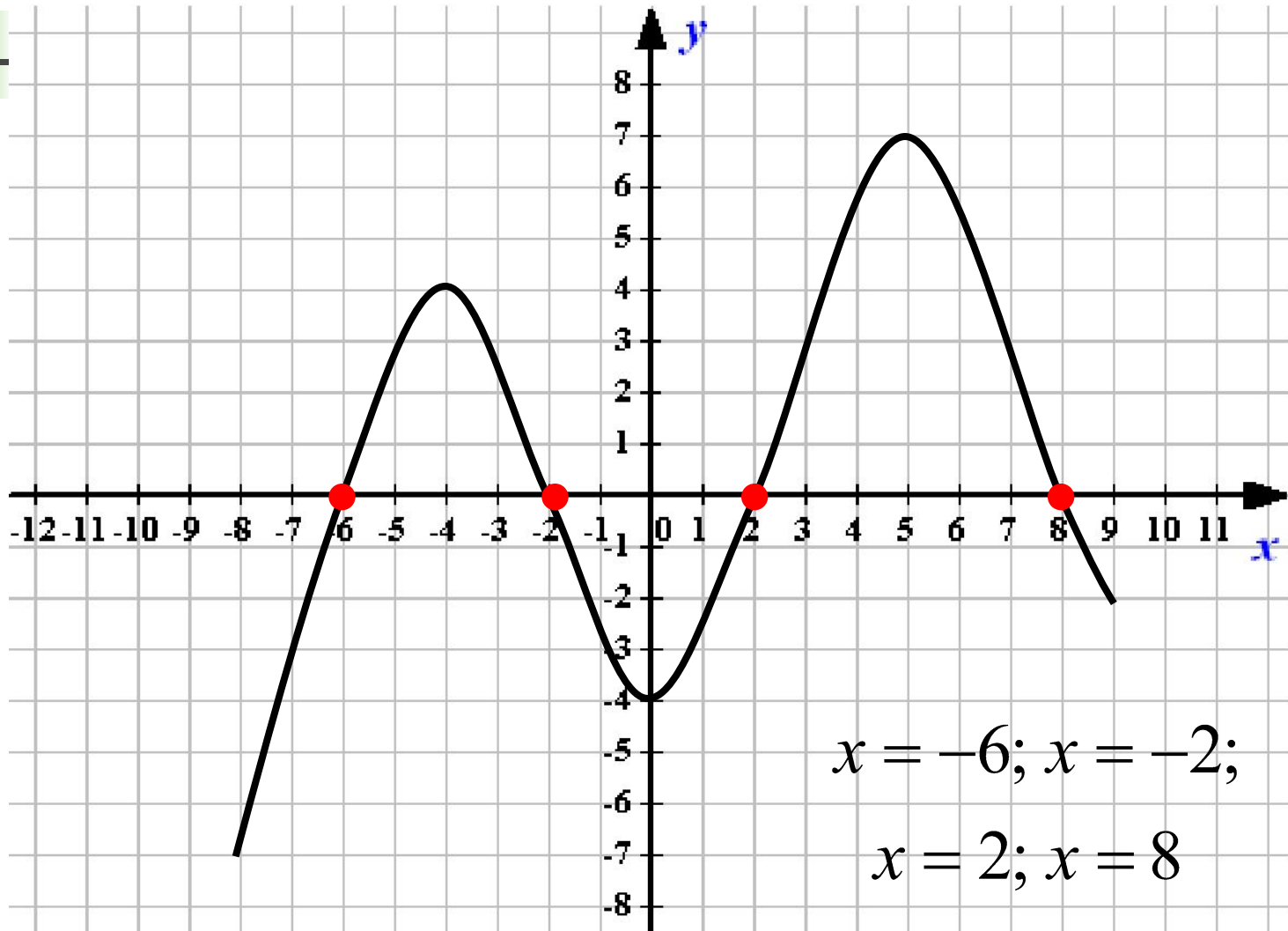
Область значений функции


Все значения зависимой переменной
 y .



Нули функции

Это точки пересечения графика с осью абсцисс(x)





Найдите нули функции: $y = 2x^2 - x - 6$

Решение: $y = 0$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

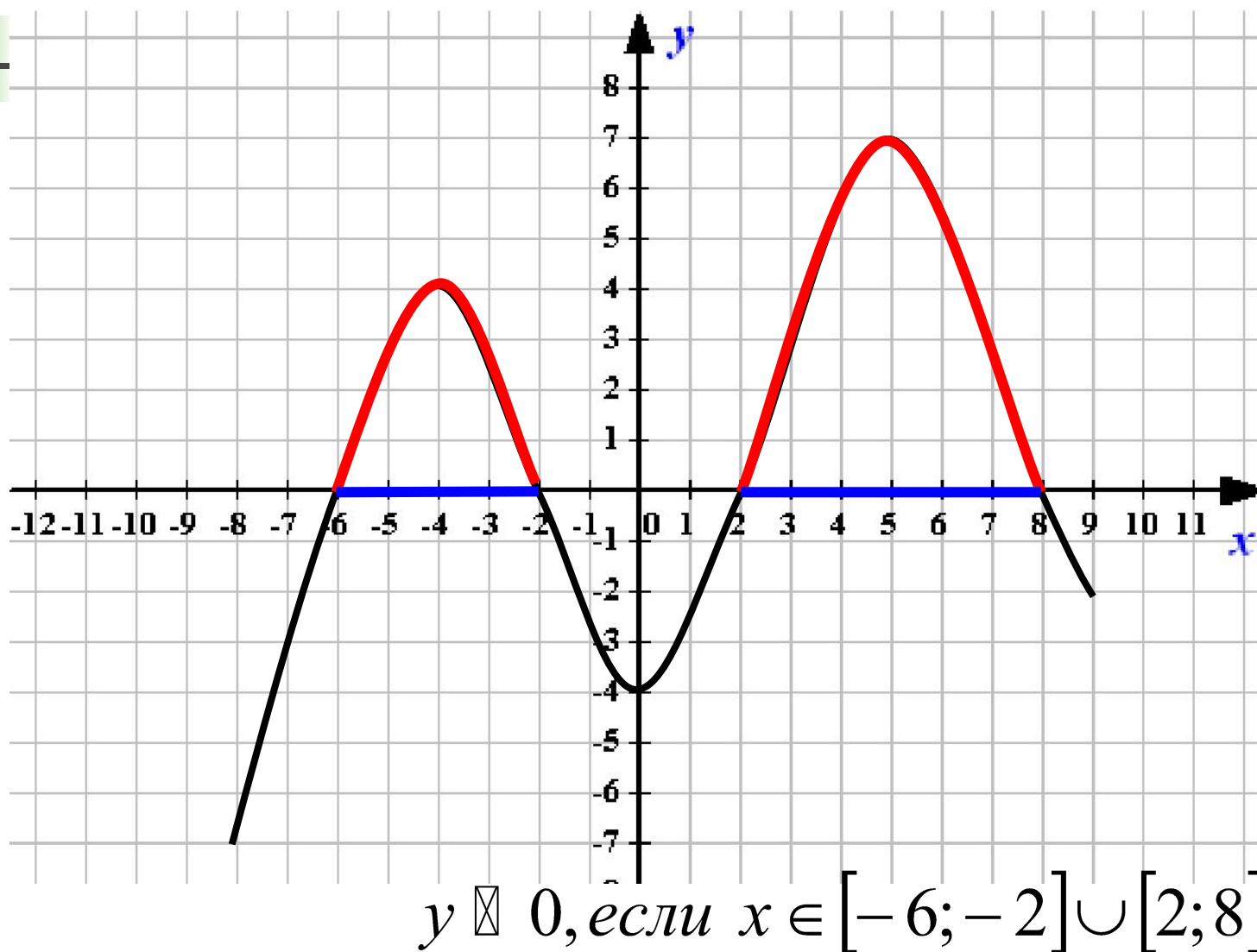
$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49$$

$$x_1 = \frac{1 + 7}{4} = 2, \quad x_2 = \frac{1 - 7}{4} = -1,5$$

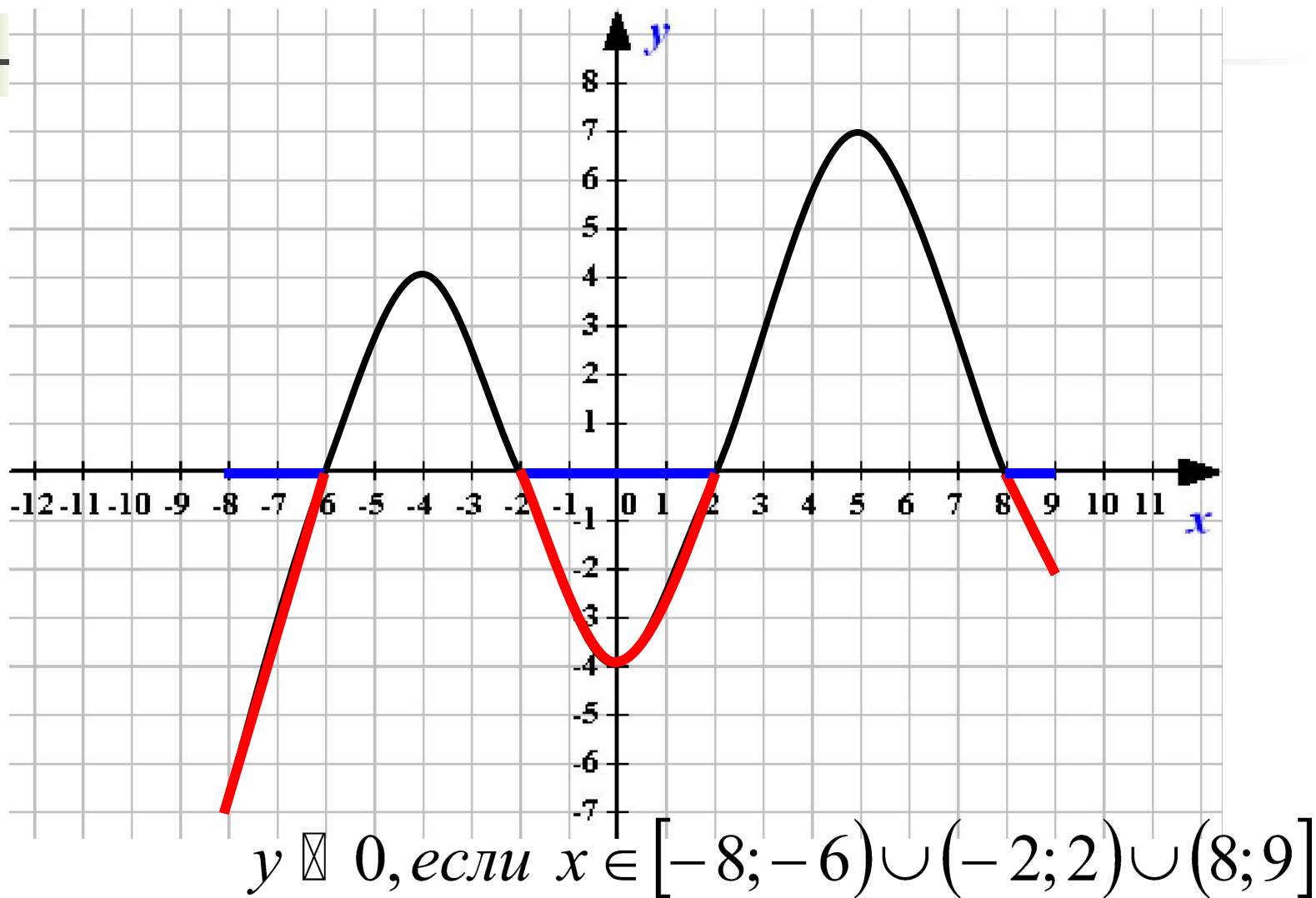
Ответ: 2; -1,5

Интервалы знакопостоянства функции

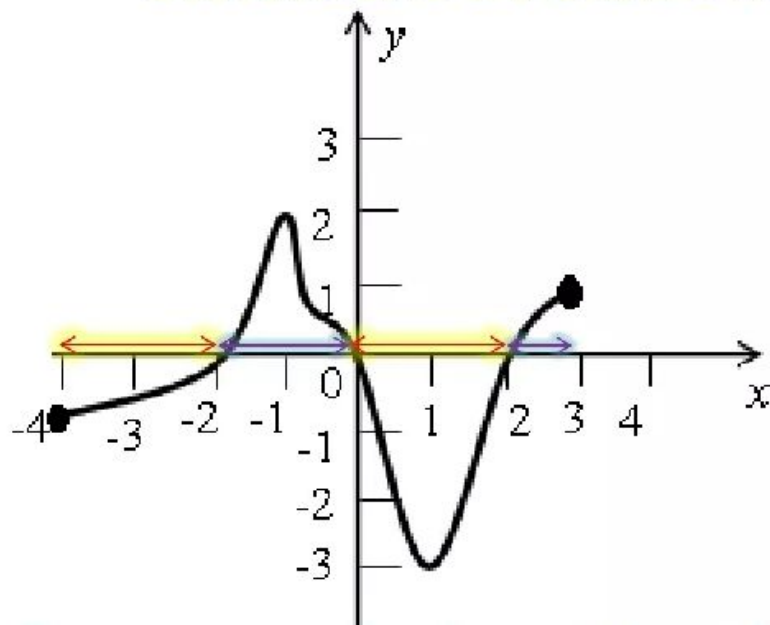
Это промежутки, на которых функция $y(x)$ принимает положительные (отрицательные) значения.



Интервалы знакопостоянства



Укажите промежутки знакопостоянства функции



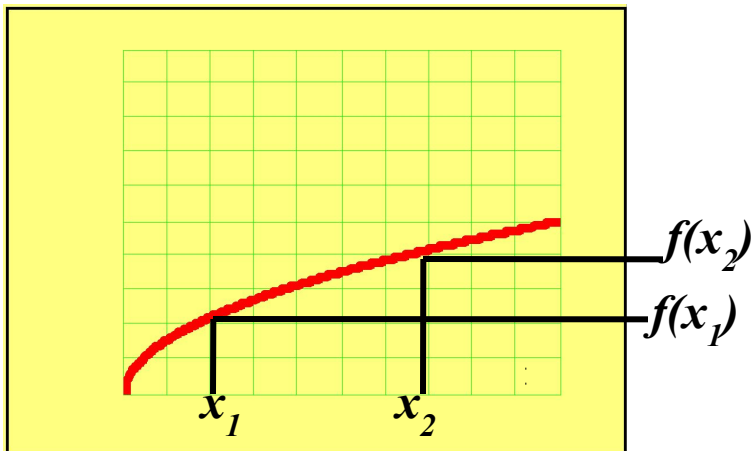
Ответ: $(-4; -2) \cup (0; 2) \quad y < 0$
 $(-2; 0) \cup (2; 3) \quad y > 0$

Монотонность функции

Возрастающая

Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

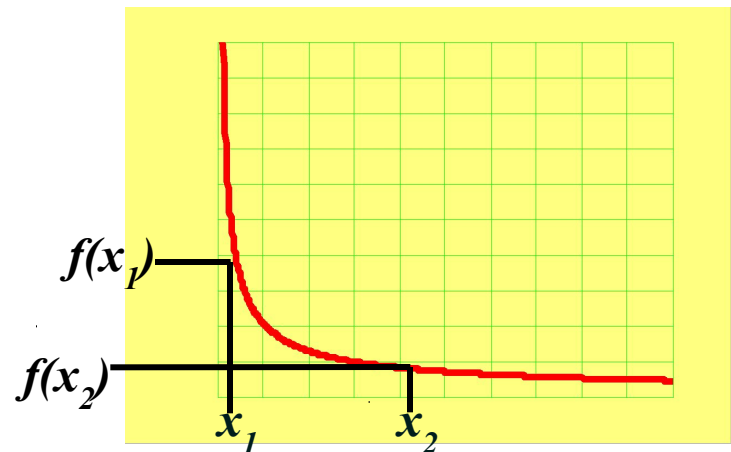
$$f(x_1) < f(x_2).$$



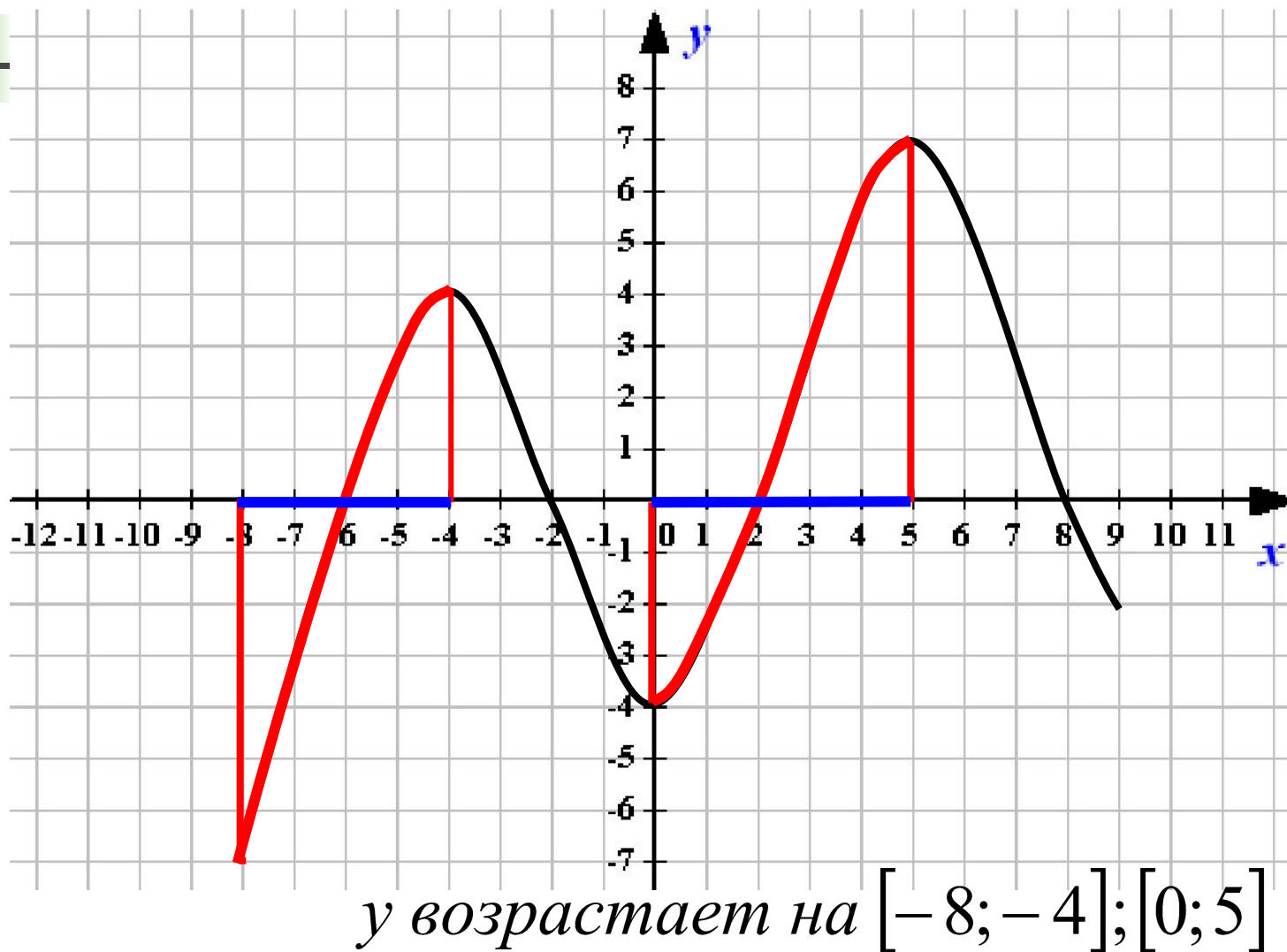
Убывающая

Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

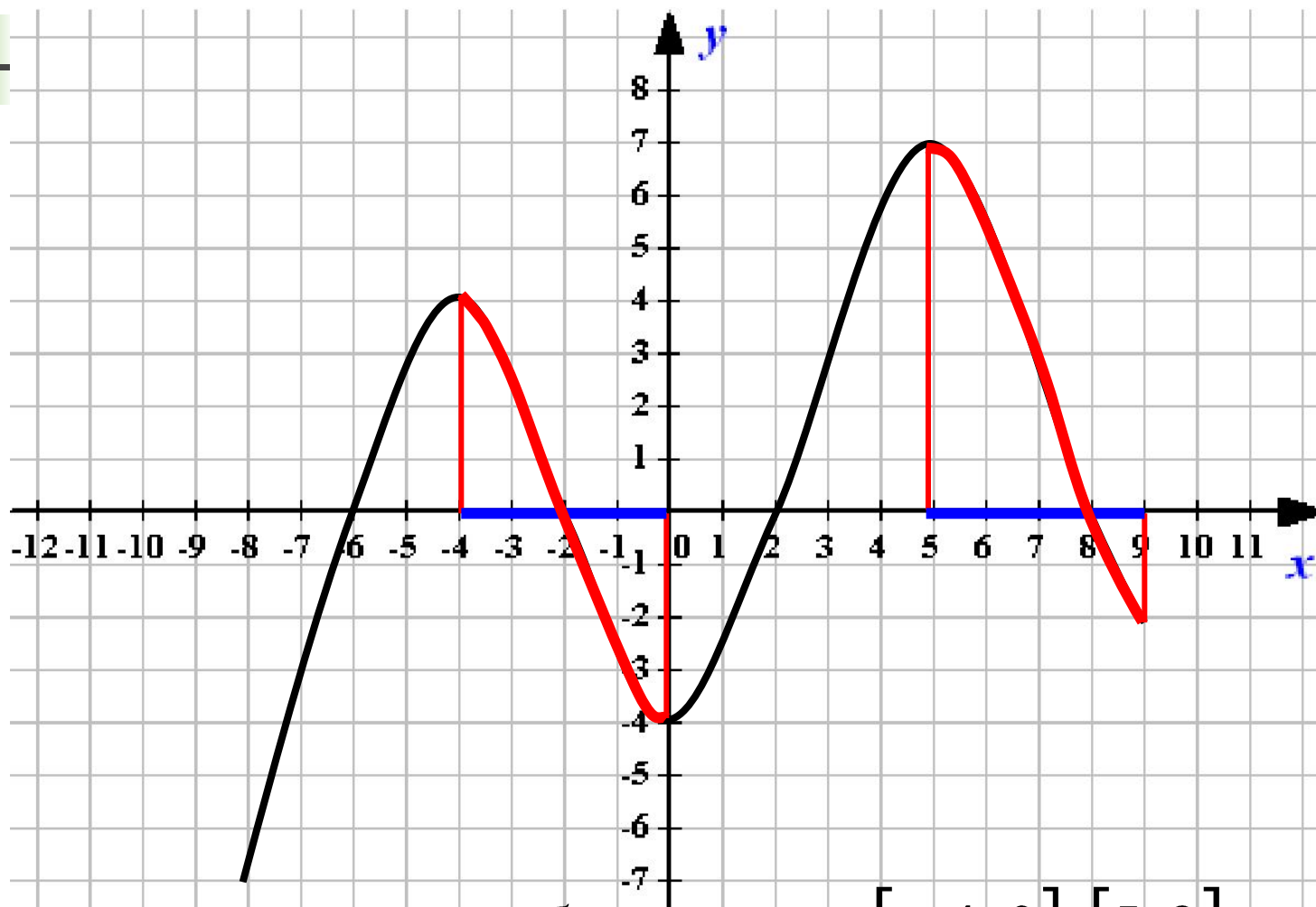
$$f(x_1) > f(x_2).$$



Монотонность функции



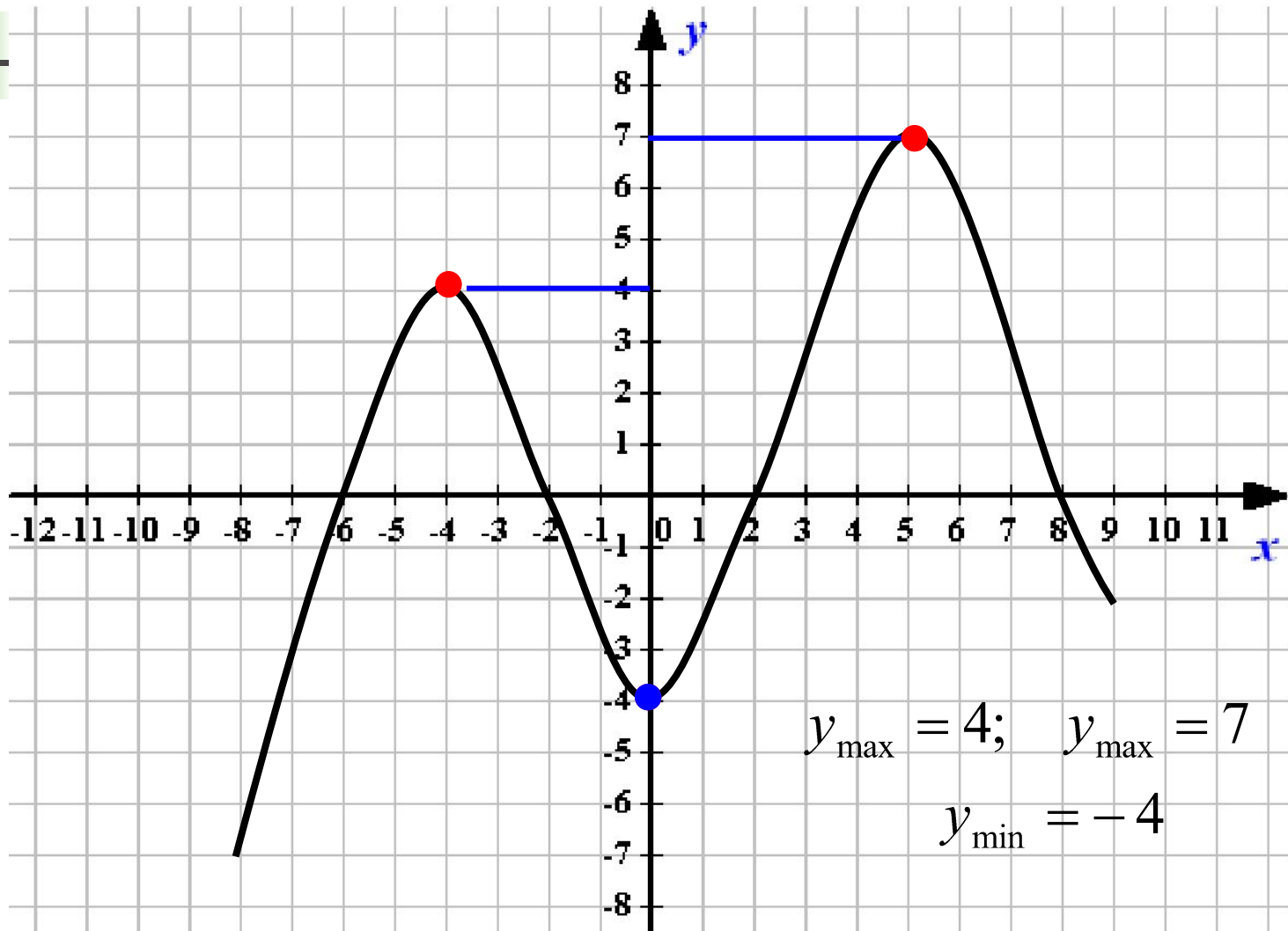
Монотонность функции



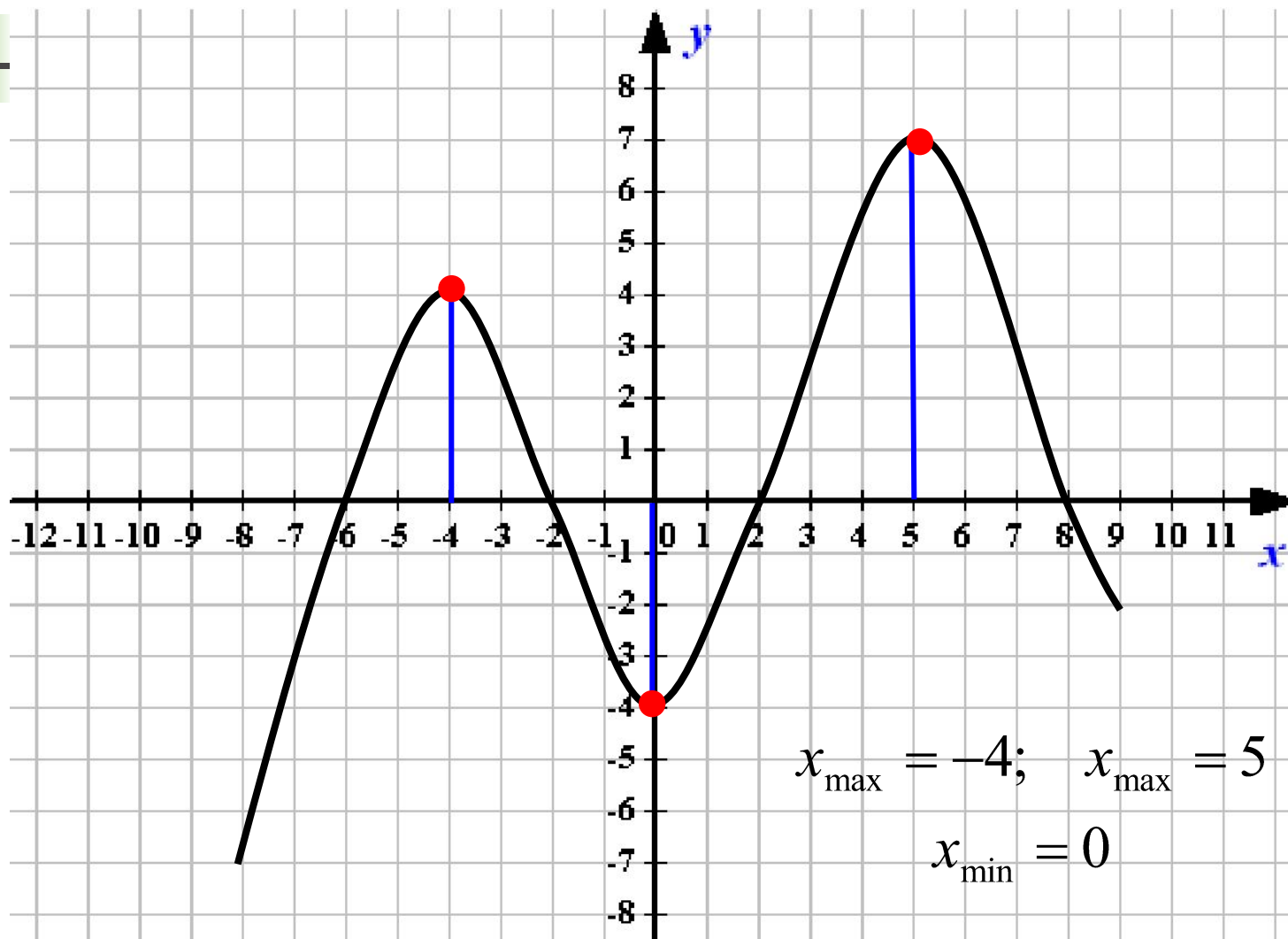
у убывает на $[-4; 0]; [5; 9]$

Экстремумы функции

Это минимумы и максимумы функции



Точки экстремума функции



Наибольшее и наименьшее значения функции

