

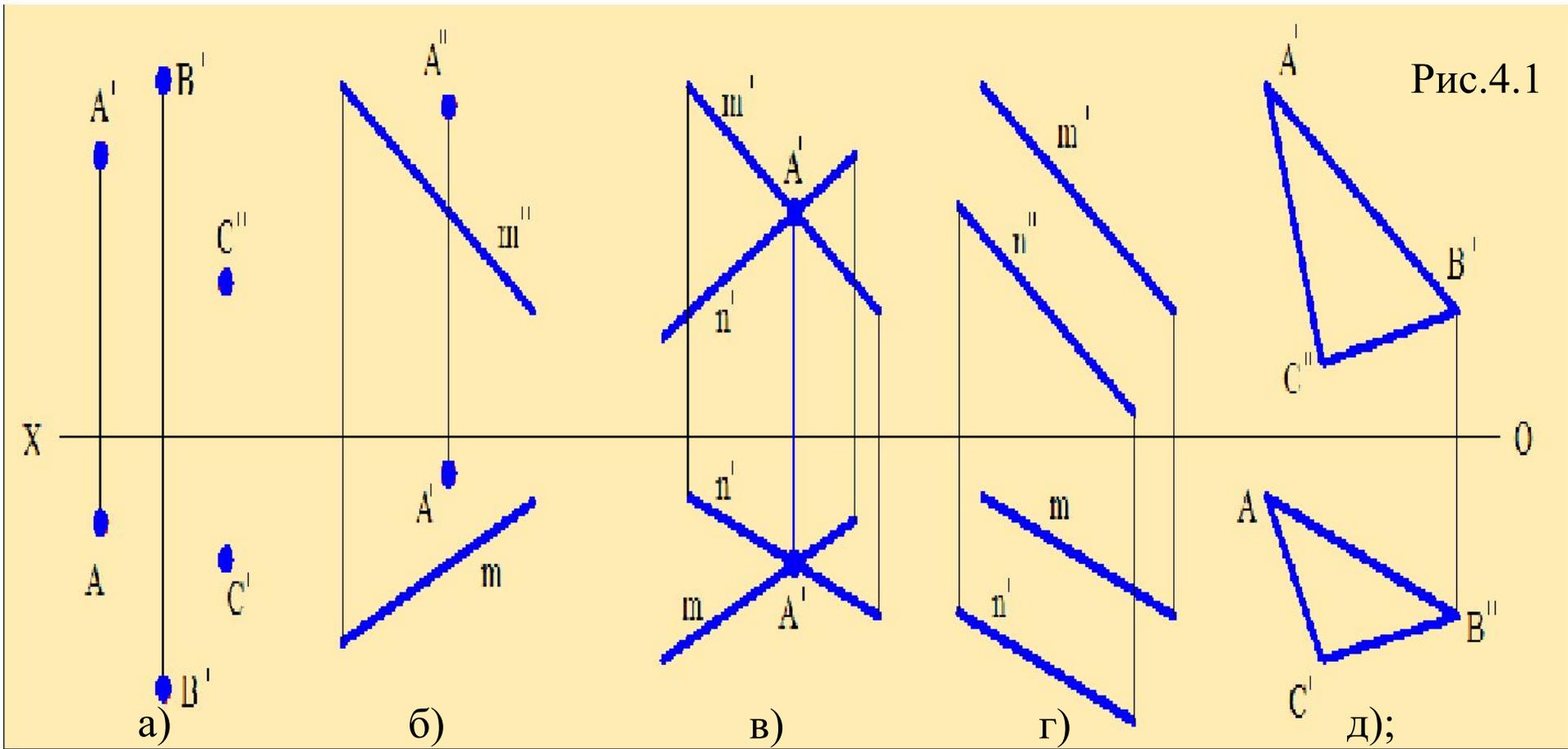
Лекция 4

Плоскость.

Следы плоскости. Частное положение плоскости. Главные линии плоскости. Взаимное положение двух плоскостей

Плоскость. Изображение плоскости на чертеже

На комплексном чертеже проекции плоскости изображаются следующими методами: **1)** Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис.4.1,а); **2)** Проекциями прямой и точки (рис.4.1,б); **3)** Проекциями двух пересекающихся прямых (рис. 4.1,в); **4)** Проекциями двух параллельных прямых (рис. 4.1,г); **5)** Проекциями плоской геометрической фигуры, например проекциями треугольника (рис.4.1,д); **6)** Следами.



Следы плоскости

Следом плоскости называется линия пересечения плоскости с плоскостью проекций (рис. 4.2). Линия пересечения плоскости с горизонтальной плоскостью проекций называется **горизонтальным следом α_H** плоскости α ; Линия пересечения плоскости с фронтальной плоскостью проекций называется **фронтальным следом α_F** плоскости α ; Линия пересечения плоскости с профильной плоскостью проекций называется **профильным следом α_P** плоскости α ; Точки пересечения следов плоскости с осями проекций называются **точками схода следов плоскости α – $\alpha_X, \alpha_Y, \alpha_Z$** .

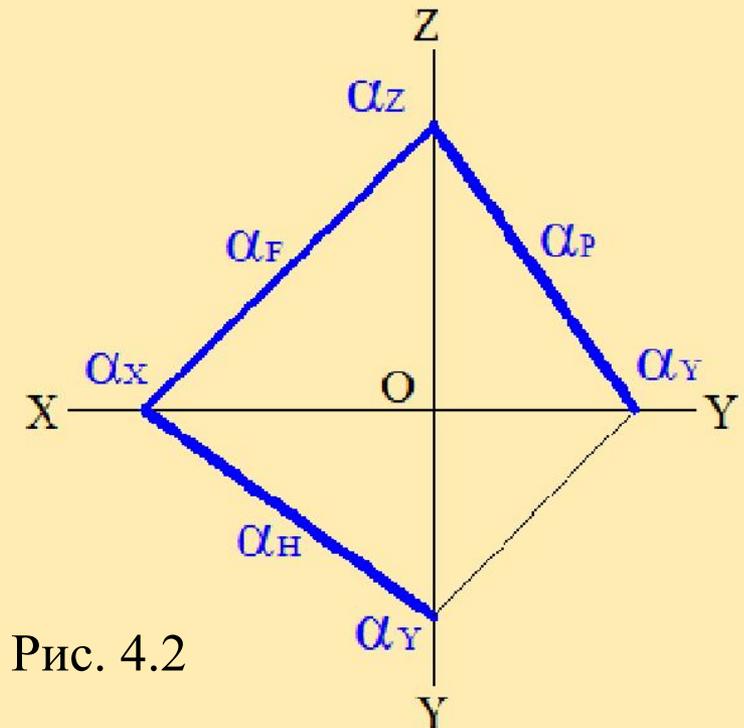
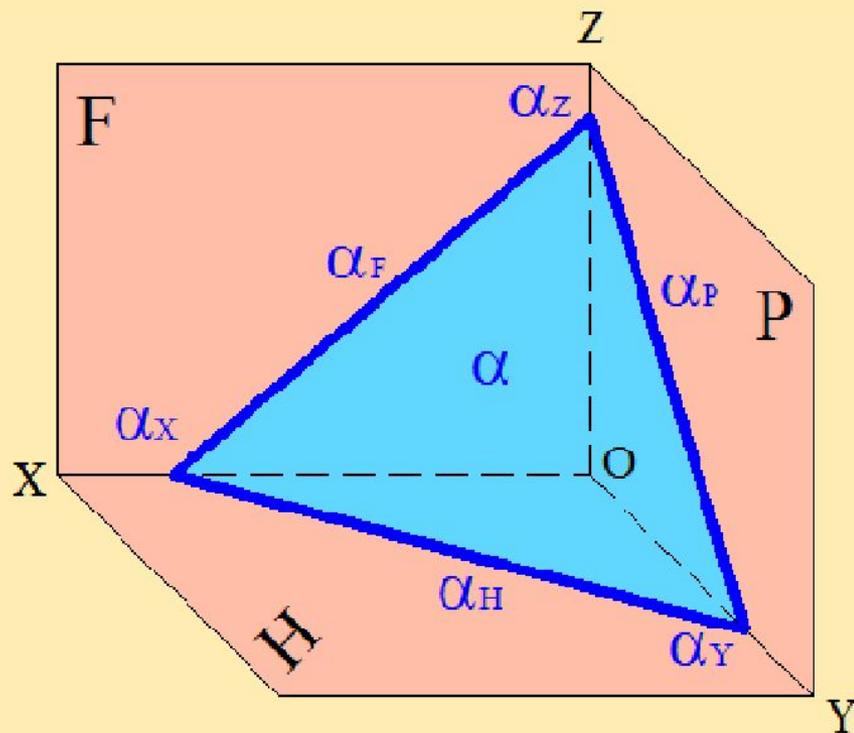


Рис. 4.2

Частные положения плоскостей

По отношению к плоскостям проекций плоскость может быть параллельной (плоскость уровня), перпендикулярной (проектирующая плоскость) и находиться под углом (плоскость общего положения). 1. Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтальной плоскостью* (рис.4.3,а). Горизонтальная плоскость также перпендикулярна фронтальной и профильной плоскостям проекций. На рис.4.3,б показан комплексный чертёж горизонтальной плоскости, заданной следами. Как видно из чертежа фронтальный след горизонтальной плоскости параллелен оси X . На рисунке 4.3,в изображен чертёж горизонтальной плоскости в виде треугольника ABC . На плоскость H треугольник проецируется в истинную величину, а на плоскость F в виде прямой, параллельной оси X .

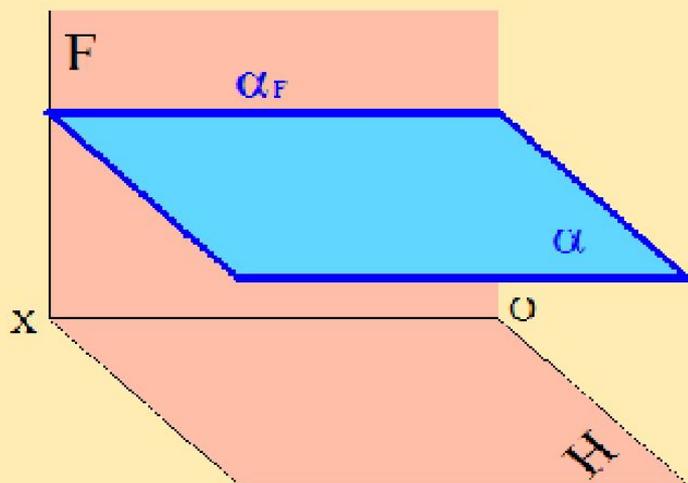
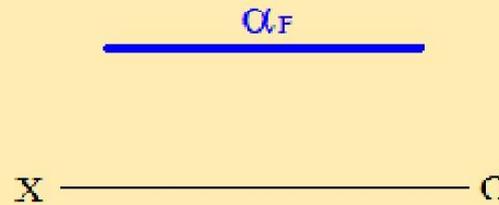
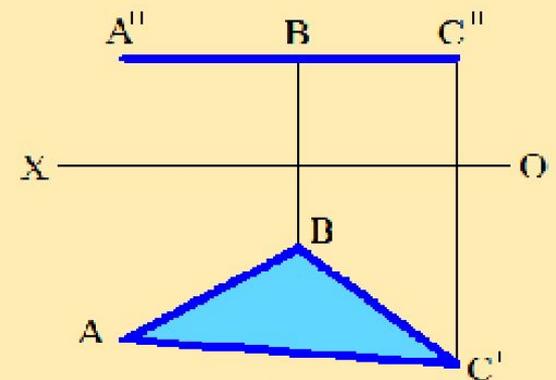


Рис.4.3

а)



б)



в)

Если на горизонтальной плоскости возьмём какую-нибудь точку, то фронтальная проекция этой точки будет лежать на фронтальном следе плоскости (фронтальной проекции треугольника), а профильная проекция – на её профильном следе (профильной проекции).

Таким образом, можно говорить о том, что фронтальный след (фронтальная проекция) горизонтальной плоскости обладают *собирательными свойствами*.

2. Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется **фронтальной плоскостью** (рис.4.4,а). Фронтальная плоскость также перпендикулярна горизонтальной и профильной плоскостям проекций.

На рисунке 4.4,б изображена фронтальная плоскость α , заданная следами, а на рисунке 4.4, в - чертёж фронтальной плоскости, заданной треугольником **ABC**.

У фронтальной плоскости горизонтальный след (горизонтальная проекция) обладают собирательными свойствами.

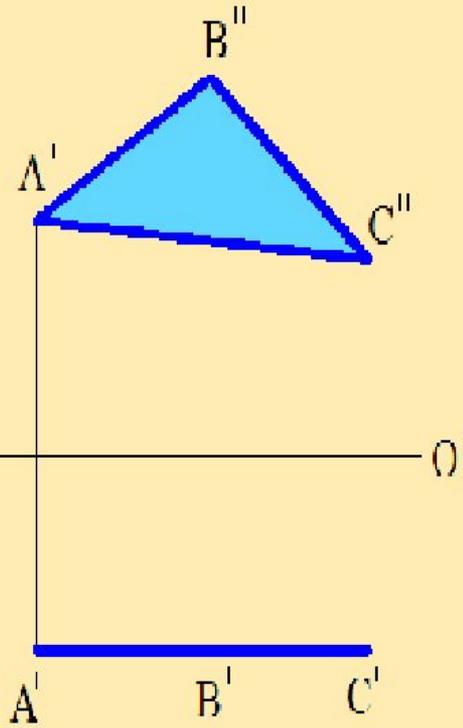
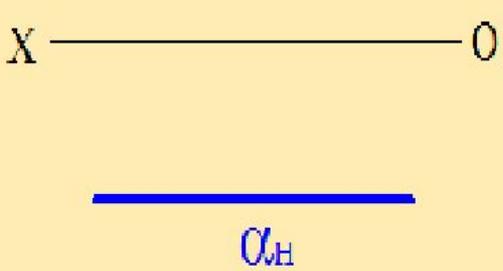
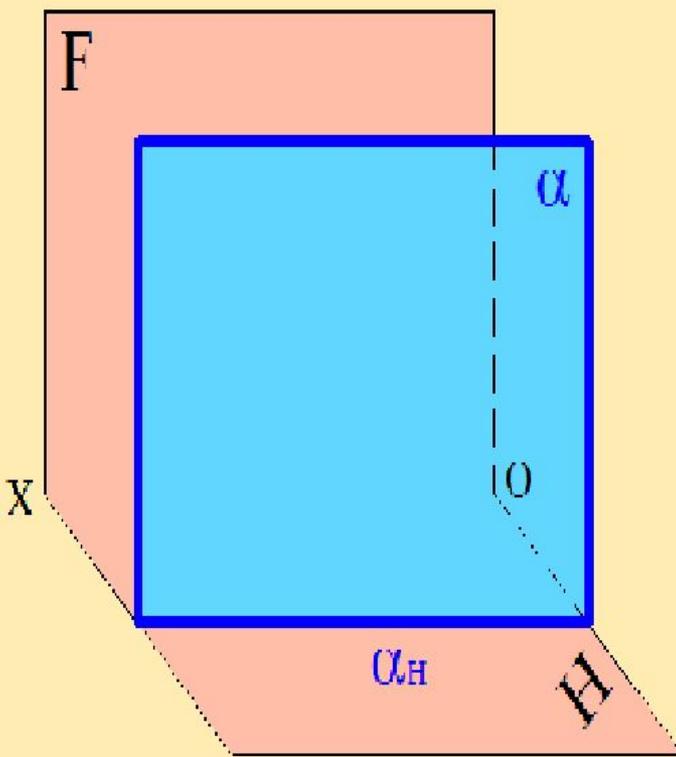


Рис.4.4

а)

б)

в)

3. Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, называется **профильной плоскостью** (рис.4.5,а). На рисунке 4.5,б показан чертёж профильной плоскости в виде следов. Горизонтальный и фронтальный следы профильной плоскости перпендикулярны оси X.

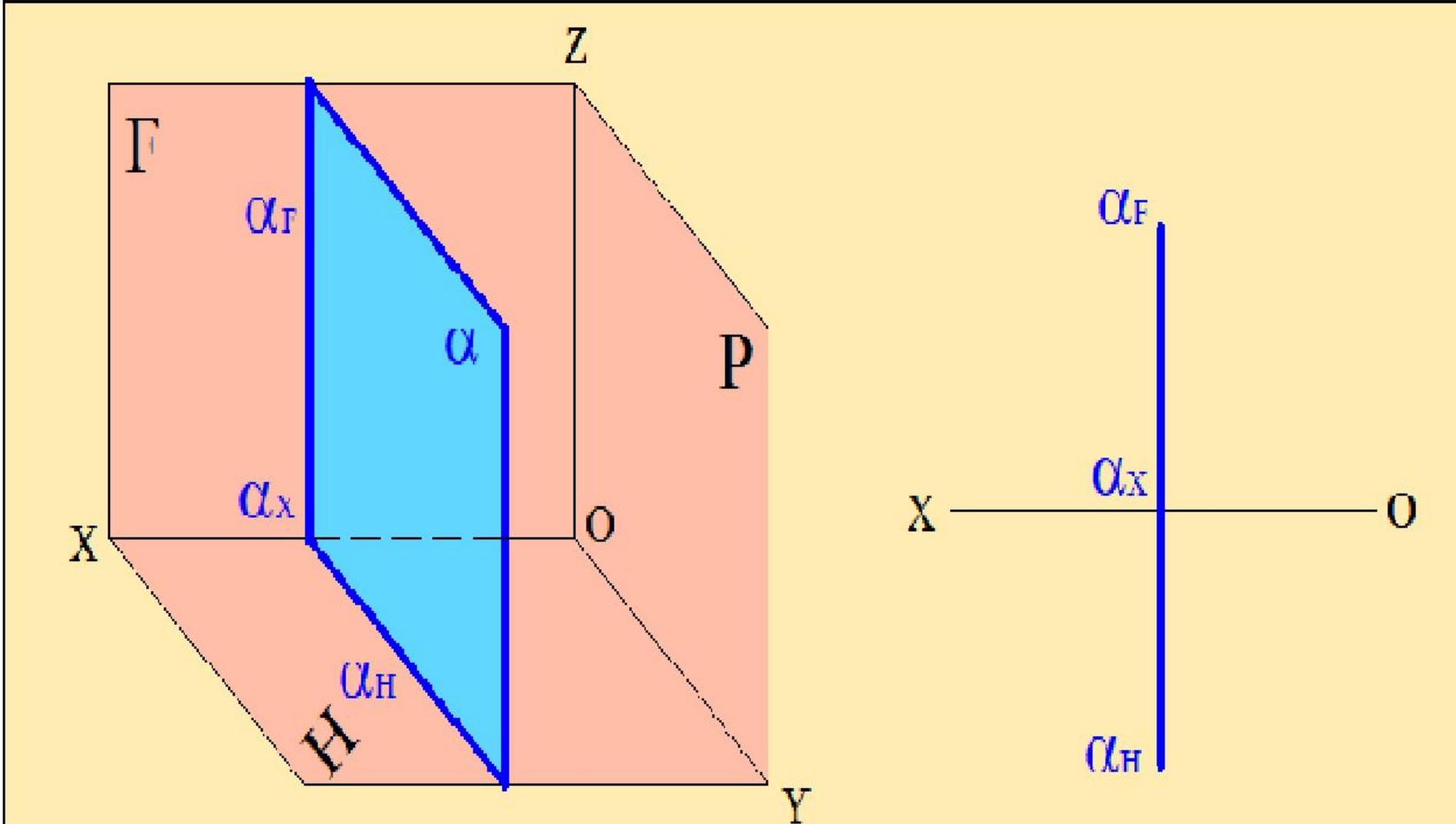


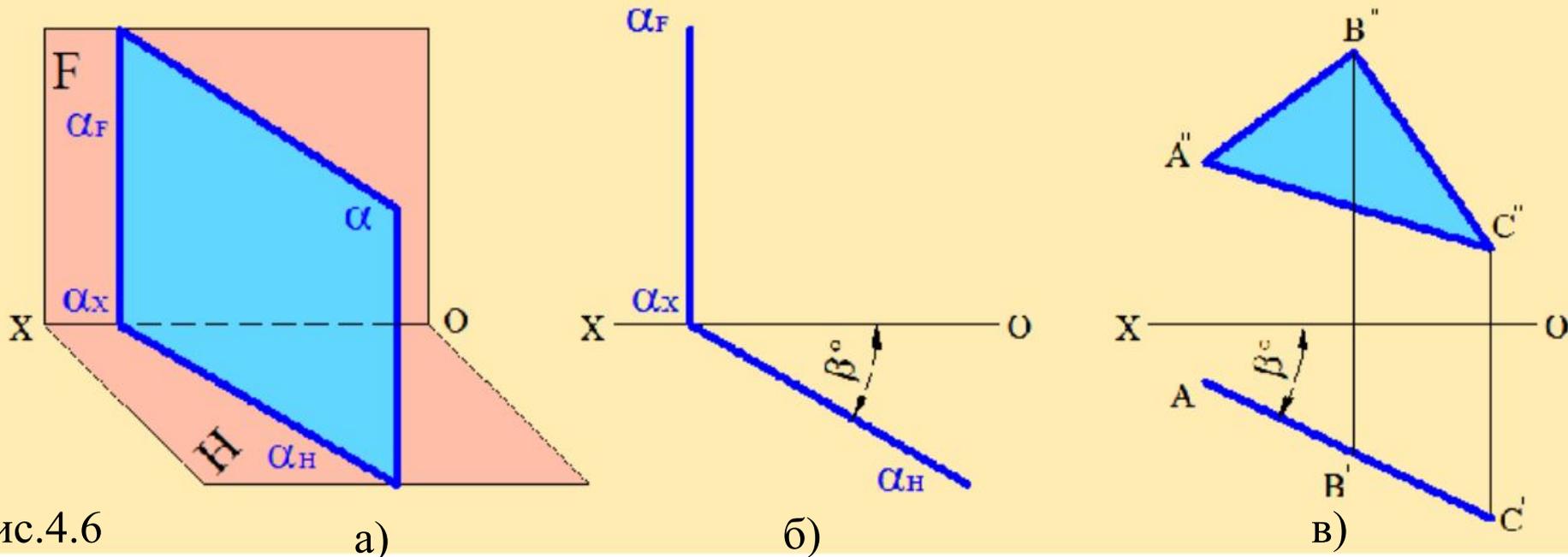
Рис.4.5

а)

б)

4. Плоскость, перпендикулярная только горизонтальной плоскости проекций, называется *Горизонтально - проецирующей плоскостью* (рис.4.6,а).

У горизонтально-проецирующей плоскости заданной следами (рис.4.6,б) фронтальный след перпендикулярен оси X , а горизонтальный след располагается под углом к этой оси и обладает собирательными свойствами. Угол β между горизонтальным следом плоскости и осью X соответствует углу наклона этой плоскости к фронтальной плоскости проекций. На рис.4.6,в изображена горизонтально-проецирующая плоскость в виде треугольника ABC . Горизонтальная проекция треугольника представляет собой прямую линию, наклонённую к оси X , а фронтальная проекция тоже треугольник, но отличающийся от треугольника ABC по размерам.



5. Плоскость, перпендикулярная только фронтальной плоскости проекций, называется **фронтально - проецирующей плоскостью** (рис.4.7,а).

У фронтально-проецирующей плоскости заданной следами (рис.4.7,б) горизонтальный след перпендикулярен оси **X**, а фронтальный след располагается под углом к этой оси и обладает собирательными свойствами. Угол β между горизонтальным следом плоскости и осью **X** соответствует углу наклона этой плоскости к горизонтальной плоскости проекций. На рис.4.7,в изображена фронтально – проецирующая плоскость в виде треугольника **ABC**.

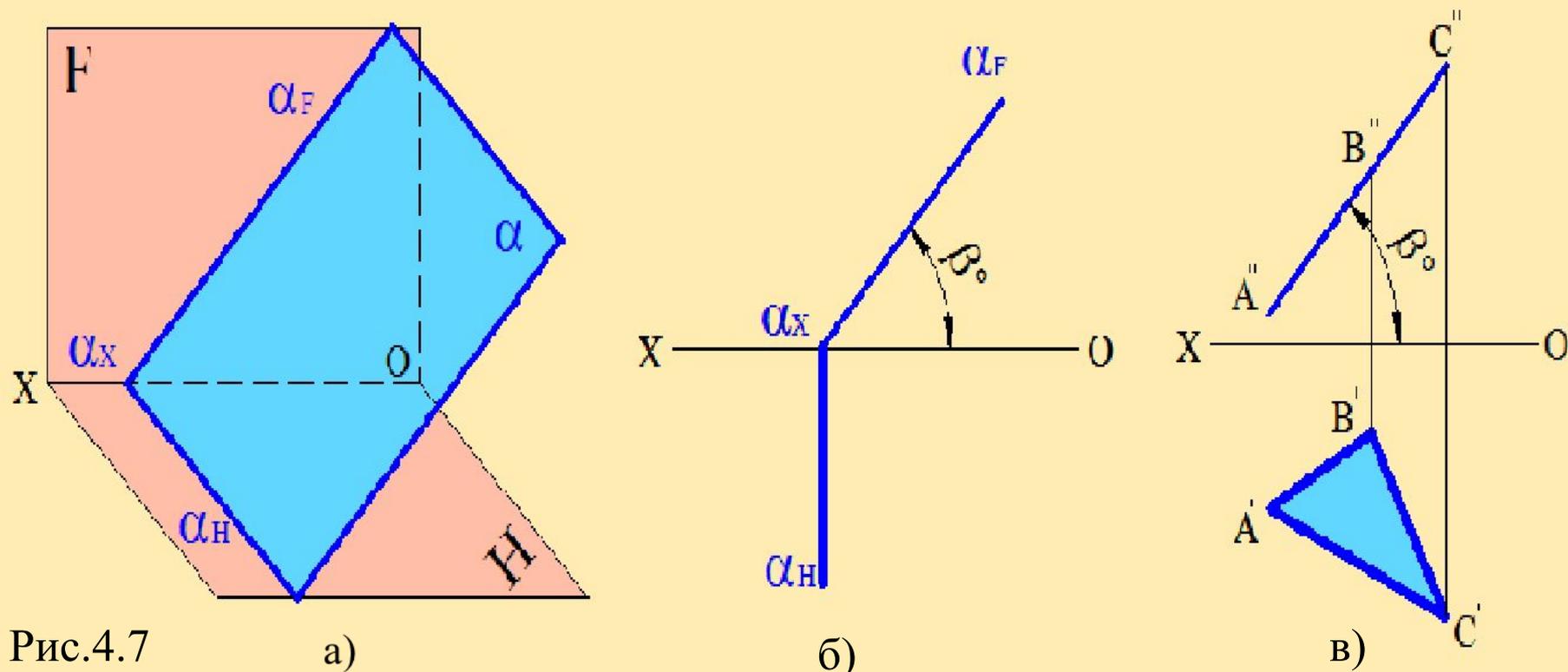


Рис.4.7

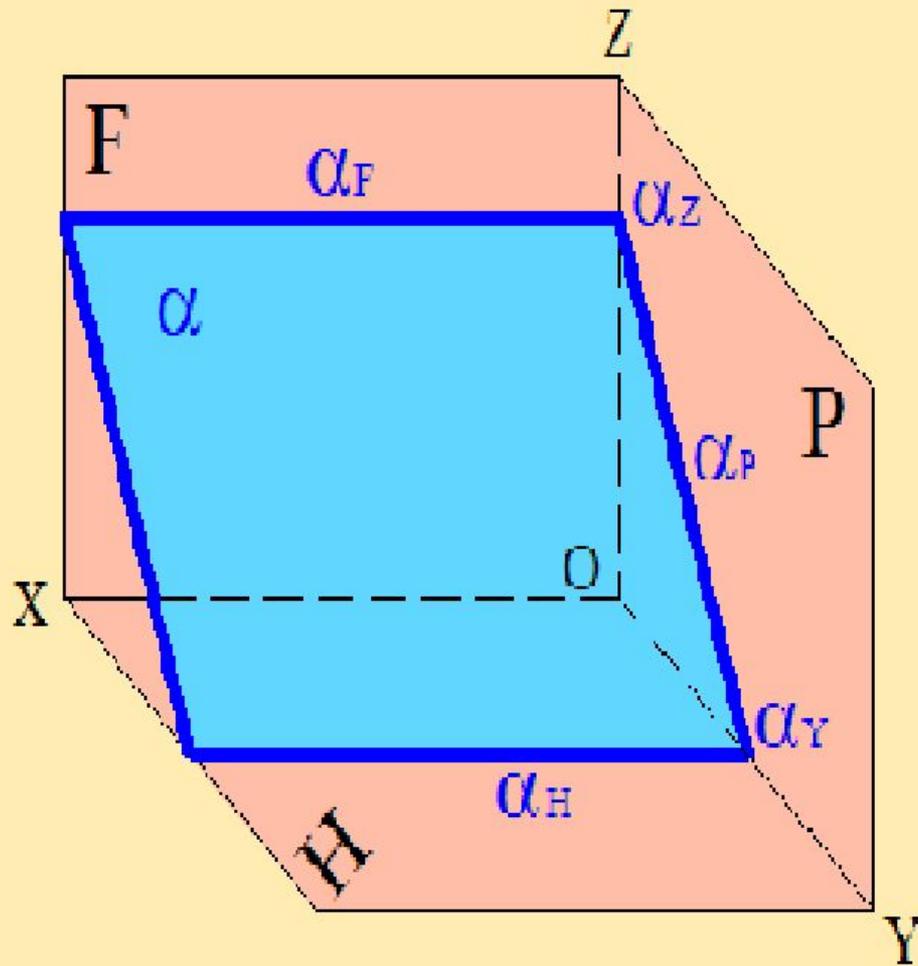
а)

б)

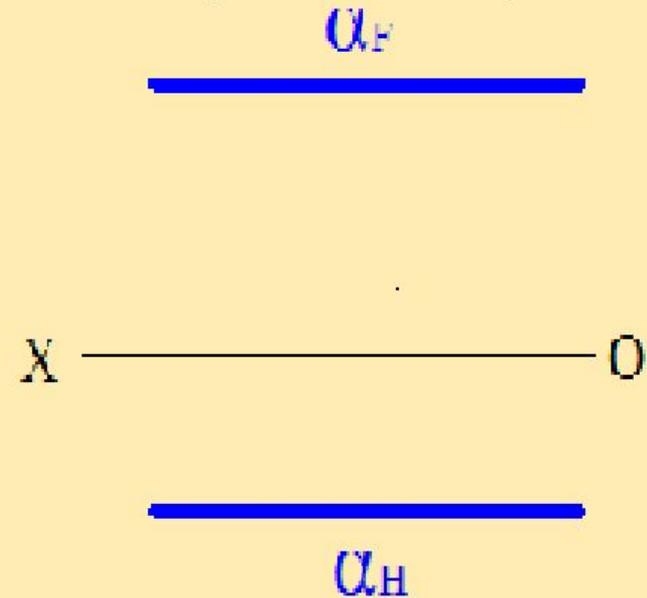
в)

6. Плоскость, перпендикулярная только профильной плоскости проекций, называется **профильно-проецирующей плоскостью** (рис.4.8,а).

Горизонтальный и фронтальный следы профильно-проецирующей плоскости параллельны оси **X** (рис.4.8, б).



а)



б)

Рис.4.8

7. Плоскость, которая не перпендикулярна и не параллельна плоскостям проекций, называется **Плоскостью общего положения** или **случайной плоскостью** (рис.4.9, а). На рисунке 4.9, б изображена плоскость **общего положения** заданная следами, а на рисунке 4.9, в - в виде треугольника **ABC**.

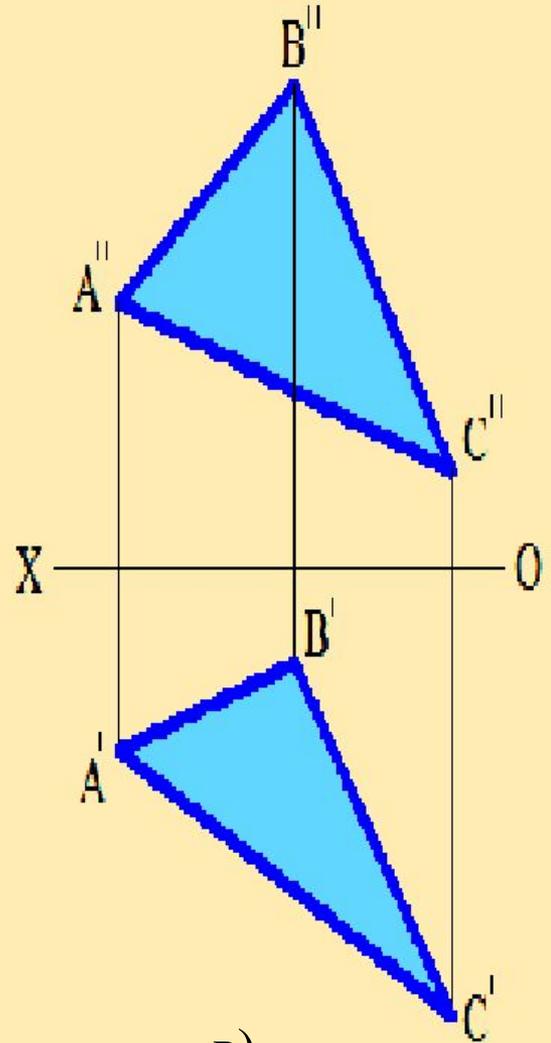
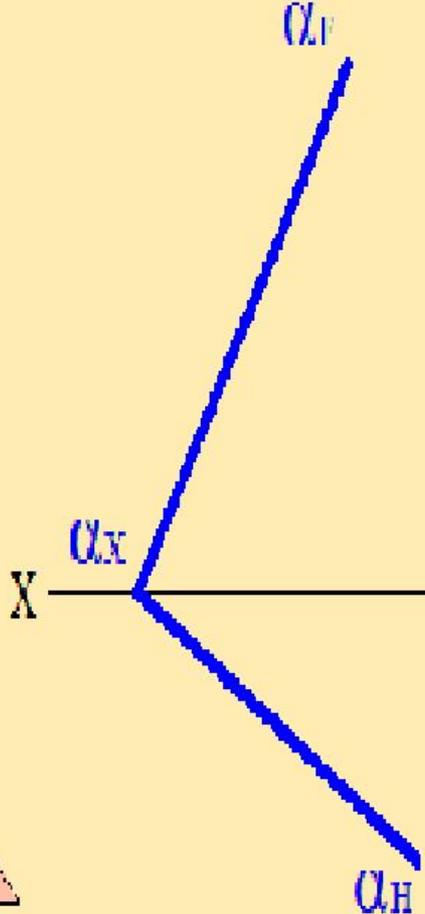
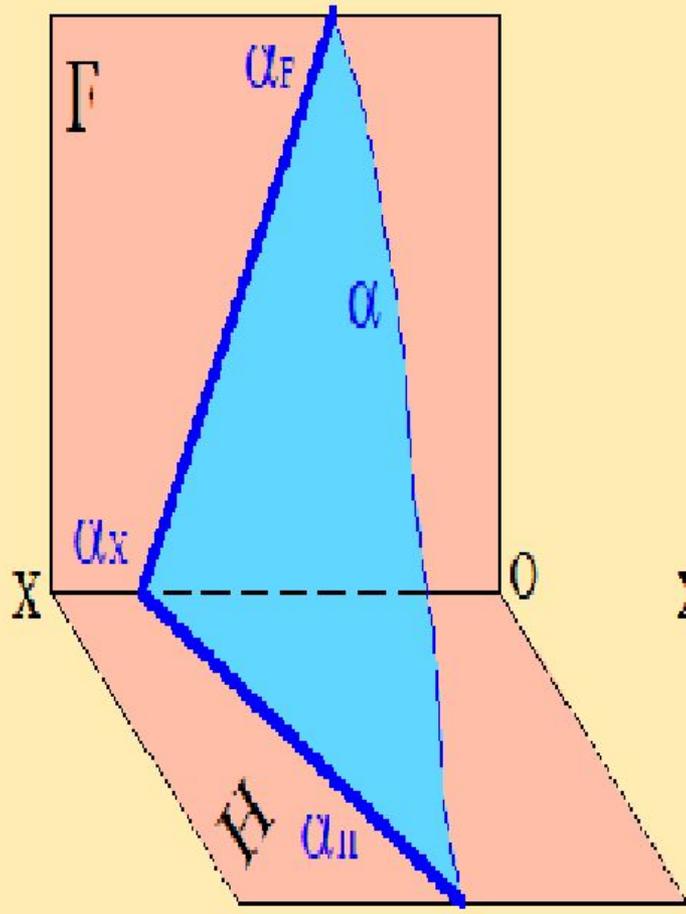


Рис.4.9

а)

б)

в)

Главные линии плоскости

К особым линиям плоскости относятся главные линии плоскости (горизонталь и фронталь) и линия наибольшего наклона (ската) плоскости. Прямые, лежащие на плоскости, и параллельные плоскостям проекций, называются *главными линиями* плоскости.

Прямая, лежащая на плоскости, и параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонталью* плоскости. Прямая, лежащая на плоскости, и параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронталью* плоскости. На рисунке 4,10,а изображена плоскость общего положения, заданная в виде треугольника **ABC**. Построим главные линии этой плоскости. Для того чтобы построить фронтальную проекцию горизонтали берём на фронтальной проекции треугольника произвольную точку и проводим прямую, параллельную оси **X**. Так как плоскость задана в виде треугольника, то удобно в качестве произвольной точки выбрать одну из вершин треугольника. Поэтому из точки **A''** проводим прямую **h''** параллельно оси **X**. **h''** – *фронтальная проекция горизонтали* плоскости. Эта прямая пересекается со стороной **B''C''** в точке **1''**. Горизонтальная проекция точки пересечения - **1'** принадлежит проекции **B'C'**. Соединив точки **1'** и **A'** получим горизонтальную проекцию горизонтали – прямую **h'**. Аналогично строим горизонтальную **f'** и фронтальную **f''** проекции фронтали.

Построим проекции главных линий плоскости заданной следами (рис.4.10,б). На фронтальном следе плоскости α_F берём произвольную точку $1''$ и из этой точки проводим фронтальную проекцию горизонтали – прямую h'' , параллельную оси X . Как известно, если одна проекция точки лежит на следе плоскости, то её другая проекция располагается на оси X . Исходя из этого определяем положение проекции $1'$ и из этой точки проводим прямую h' параллельно горизонтальному следу α_H плоскости. Аналогичным образом строим горизонтальную f' и фронтальную f'' проекции фронтали.

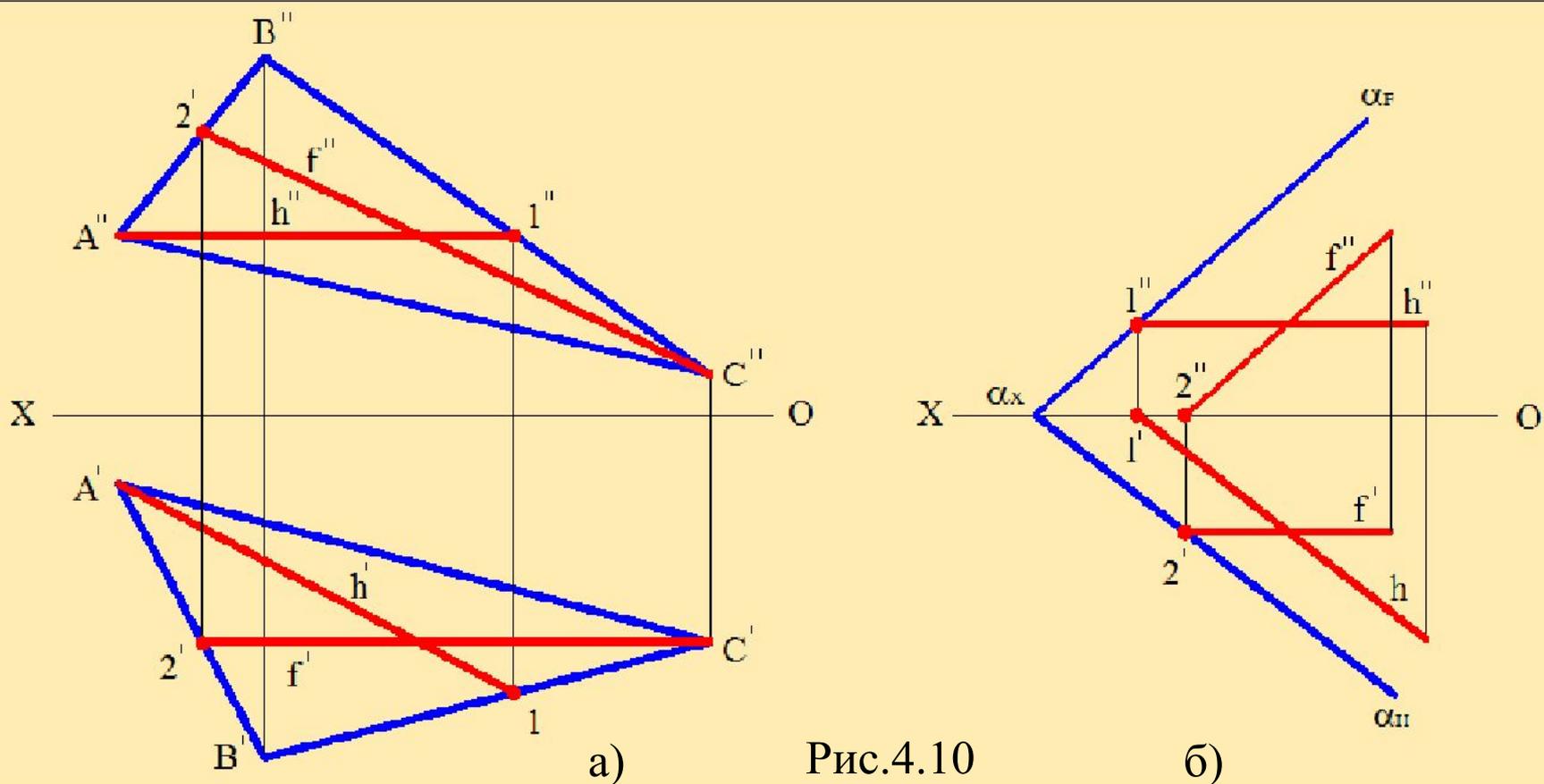
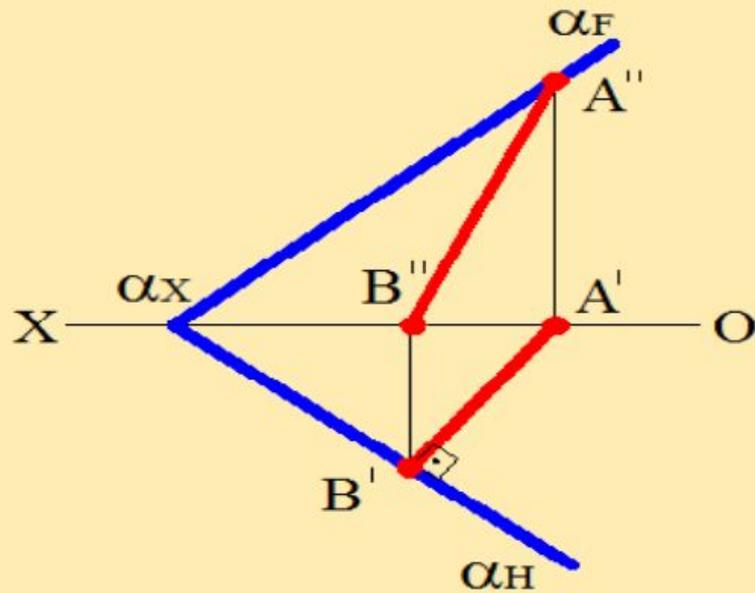


Рис.4.10

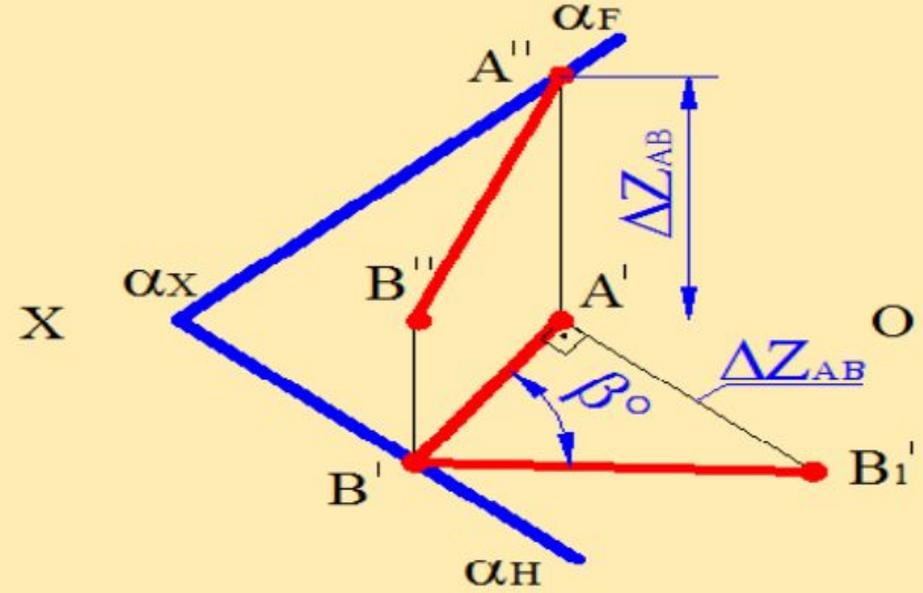
б)

Линией наибольшего наклона (ската) плоскости называется прямая, принадлежащая данной плоскости и перпендикулярная её следу. Определим линию наибольшего наклона плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций (рис.4.11,а). Возьмём на плоскости произвольную точку **A**. Так как фронтальная проекция этой точки **A''** лежит на фронтальном следе плоскости α_F , то её горизонтальная проекция **A'** будет располагаться на оси **X**. Из точки **A'** проводим перпендикуляр **A'B'** к горизонтальному следу плоскости α_H . Точка **B''** лежит на оси **X**. Полученные прямые **A'B'** и **A''B''** являются проекциями линии наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости



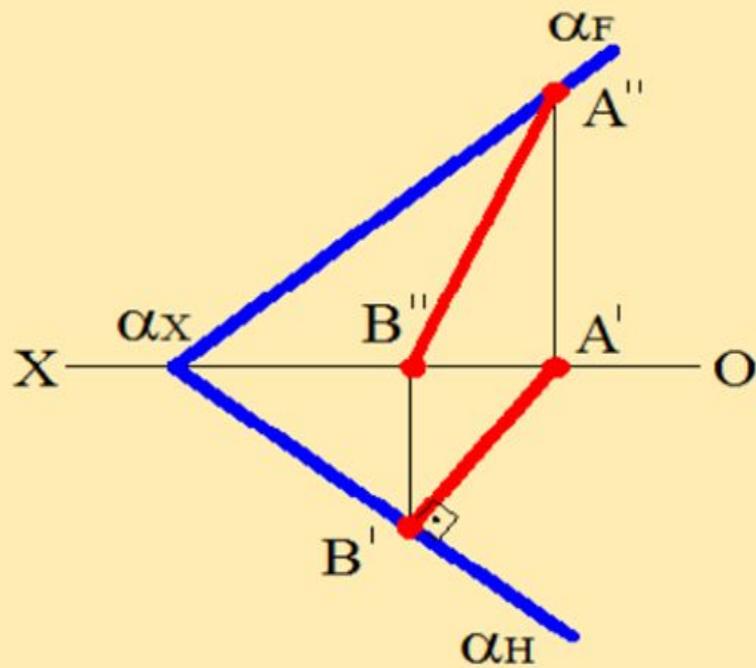
а)

Рис.4.11

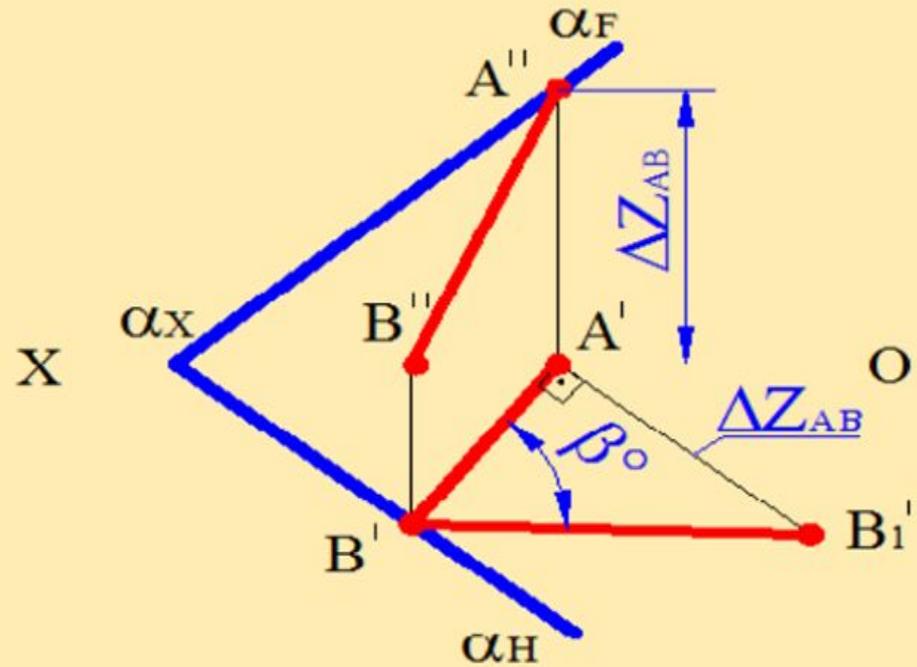


б)

Линия наибольшего наклона позволяет определить угол наклона плоскости к плоскостям проекций. Определим истинную величину прямой **АВ** методом прямоугольного треугольника – прямую **В'В1'**. Угол β между этой прямой и прямой **А' В '** (рис.4.11,б) соответствует углу наклона заданной плоскости к горизонтальной плоскости проекций. Очевидно, что если линия наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций перпендикулярна горизонтальному следу плоскости, то она перпендикулярна и горизонтали плоскости.



а)



б)

Рис. 4.11

На рисунке 4.12 показано построение *линии наибольшего наклона* к горизонтальной плоскости, заданной в виде треугольника ΔABC . Строим проекции горизонтали плоскости – h' и h'' . Из вершины B' опускаем перпендикуляр к проекции h' , и находим точку пересечения этого перпендикуляра со стороной $A'B'$ – точку D' . Прямая $B'D'$ является горизонтальной проекцией линии наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций. Затем строим фронтальную проекцию этой прямой – прямую $B''D''$.

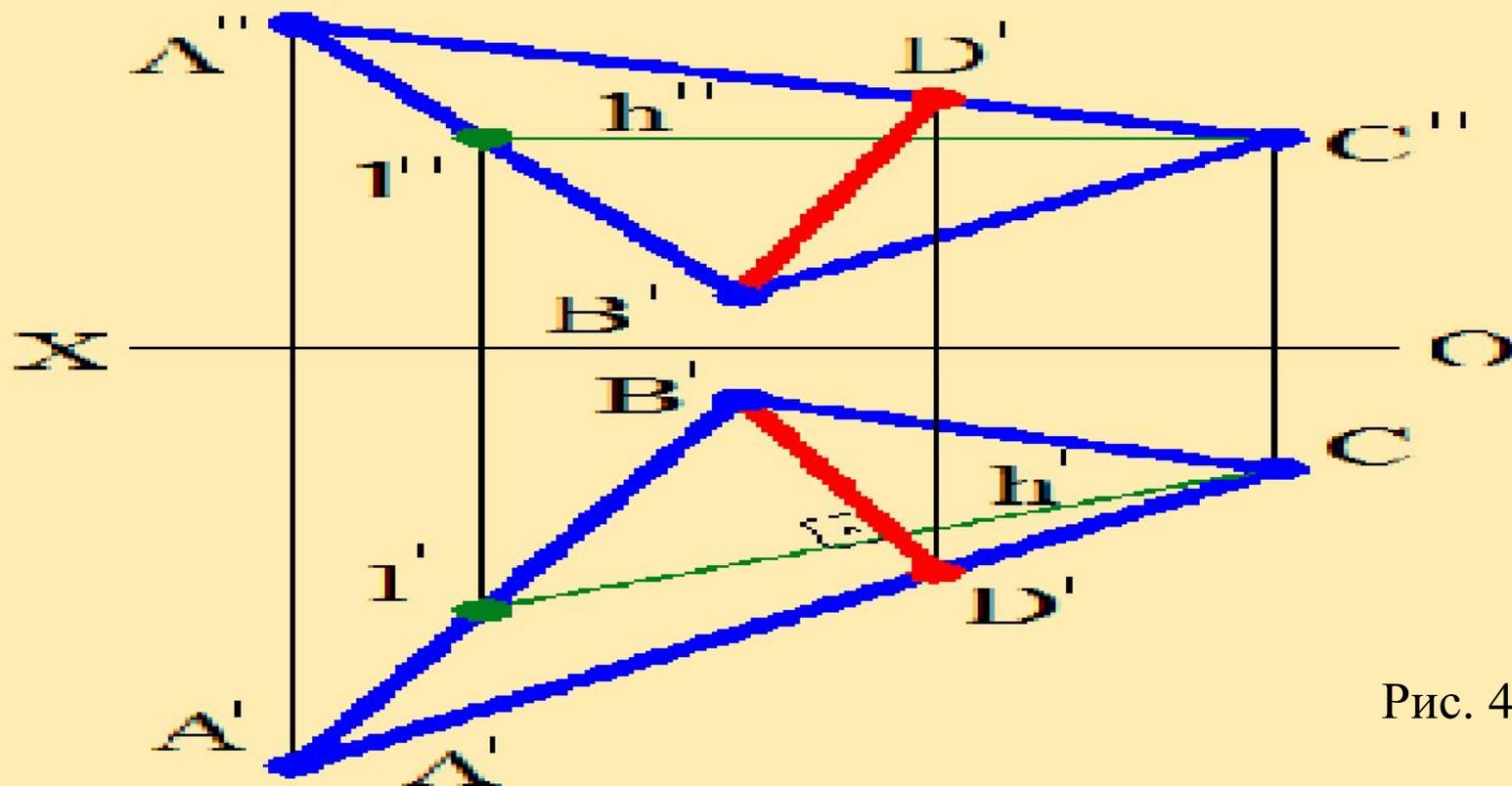


Рис. 4.12

Взаимное положение двух плоскостей

Две плоскости друг относительно друга могут быть *параллельными* и *пересекающимися*.

Параллельные плоскости. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны (рис.4.13). У двух параллельных плоскостей заданных следами одноименные следы тоже параллельны.

Пересекающиеся плоскости. При пересечении двух плоскостей образуется прямая линия. Чтобы найти линию пересечения двух плоскостей должны быть известны или две точки или точка и направление.

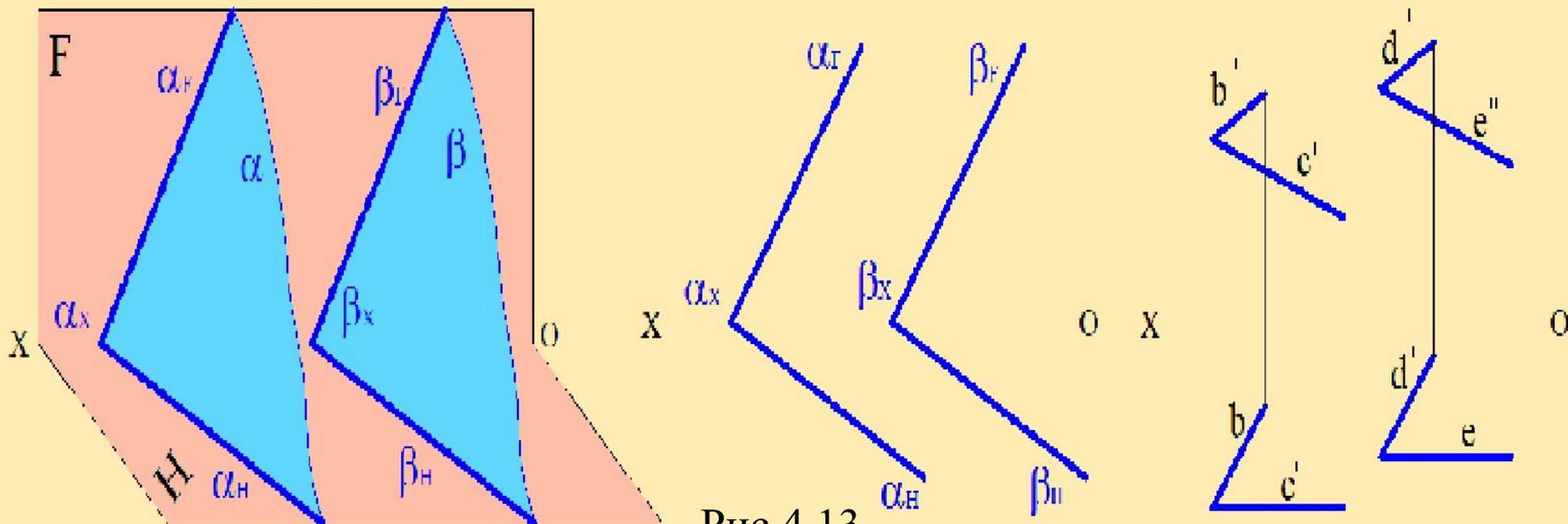


Рис.4.13

Рассмотрим случаи пересечения различных плоскостей.

1. Пересечение двух случайных плоскостей, заданных следами.

В этом случае находим точки пересечения одноименных следов плоскостей. Соединив соответствующие точки, получим проекции линии пересечения заданных плоскостей (рис.4.14).

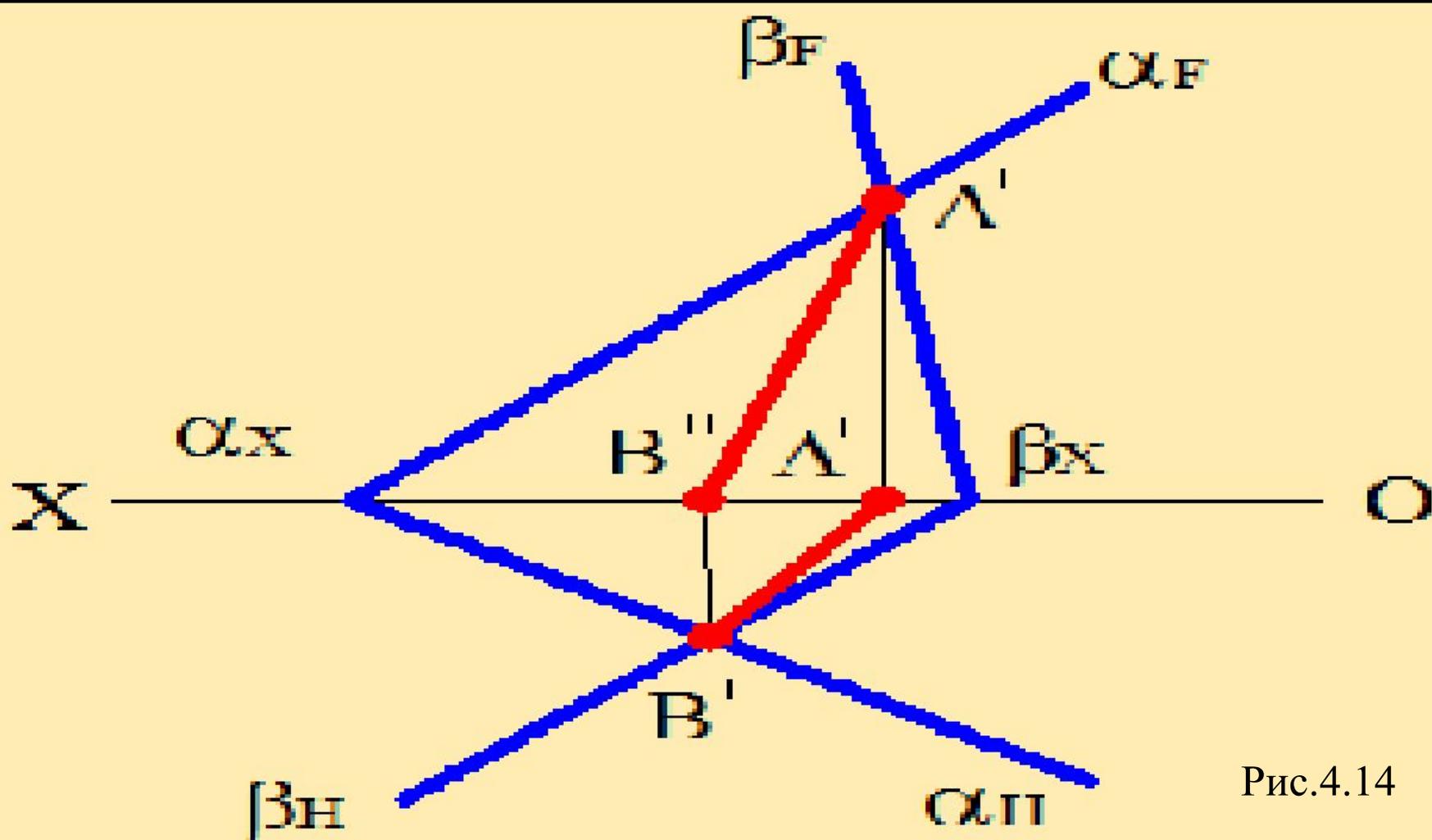
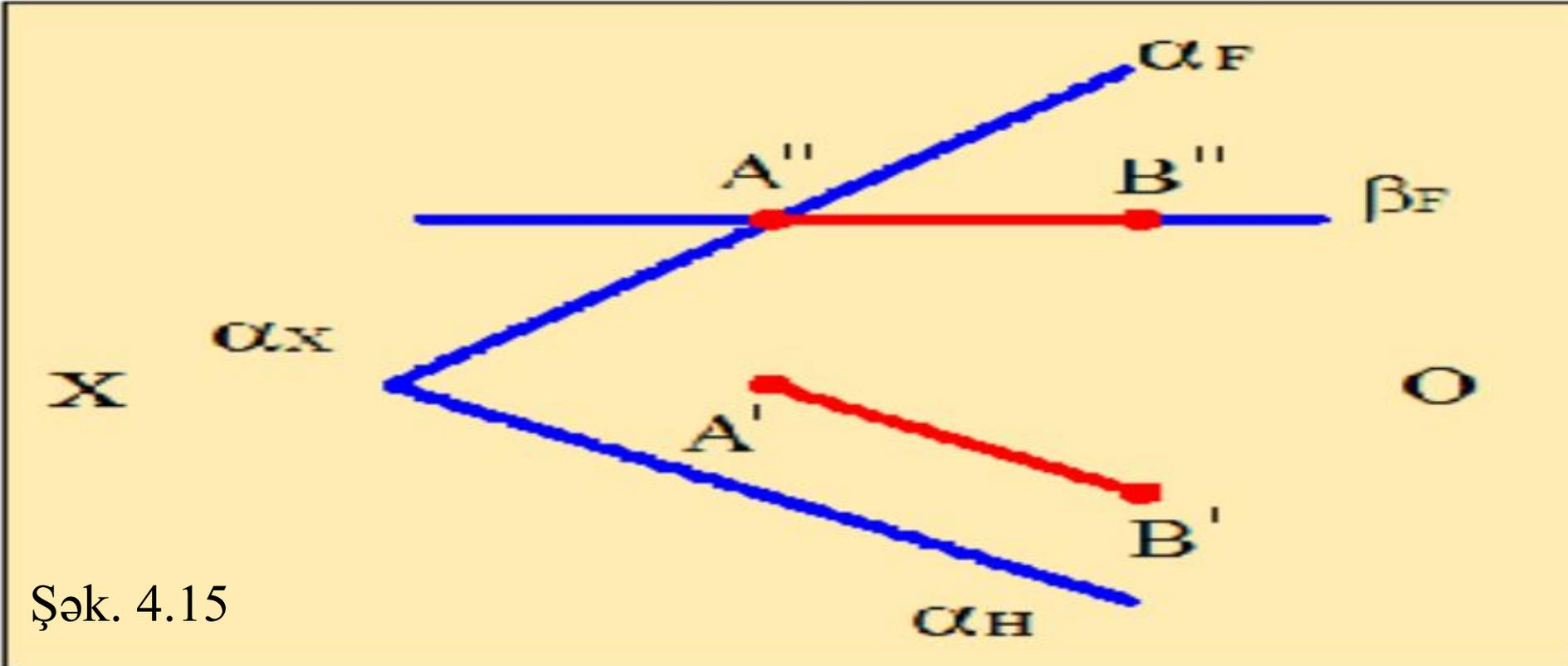


Рис.4.14

2. Пересечение случайной плоскости и плоскости уровня, заданных следами. На рисунке 4.15 показан пример определения проекций линии пересечения случайной плоскости α и горизонтальной плоскости β . Линию пересечения находим по точке и направлению. Горизонтальные следы плоскостей α_H и β_H пересекаются в точке A' . Через точку A'' проводим прямую $A''B''$, параллельную фронтальному следу плоскости α_F , а через точку A' прямую $A'B'$, параллельную оси X . Прямые $A'B'$ и $A''B''$ – проекции линии пересечения заданных плоскостей. Как видно из рисунки, в данном случае линия пересечения является фронталью плоскости α .



Şәк. 4.15

3. Пересечение двух случайных плоскостей заданных следами, имеющих параллельные одноимённые следы.

В этом случае линия пересечения строится по точке и направлению (рис.4.16) Точкой является точка пересечения одноименных следов, а направлением – параллельность следов. Полученная линия пересечения будет главной линией обеих плоскостей.

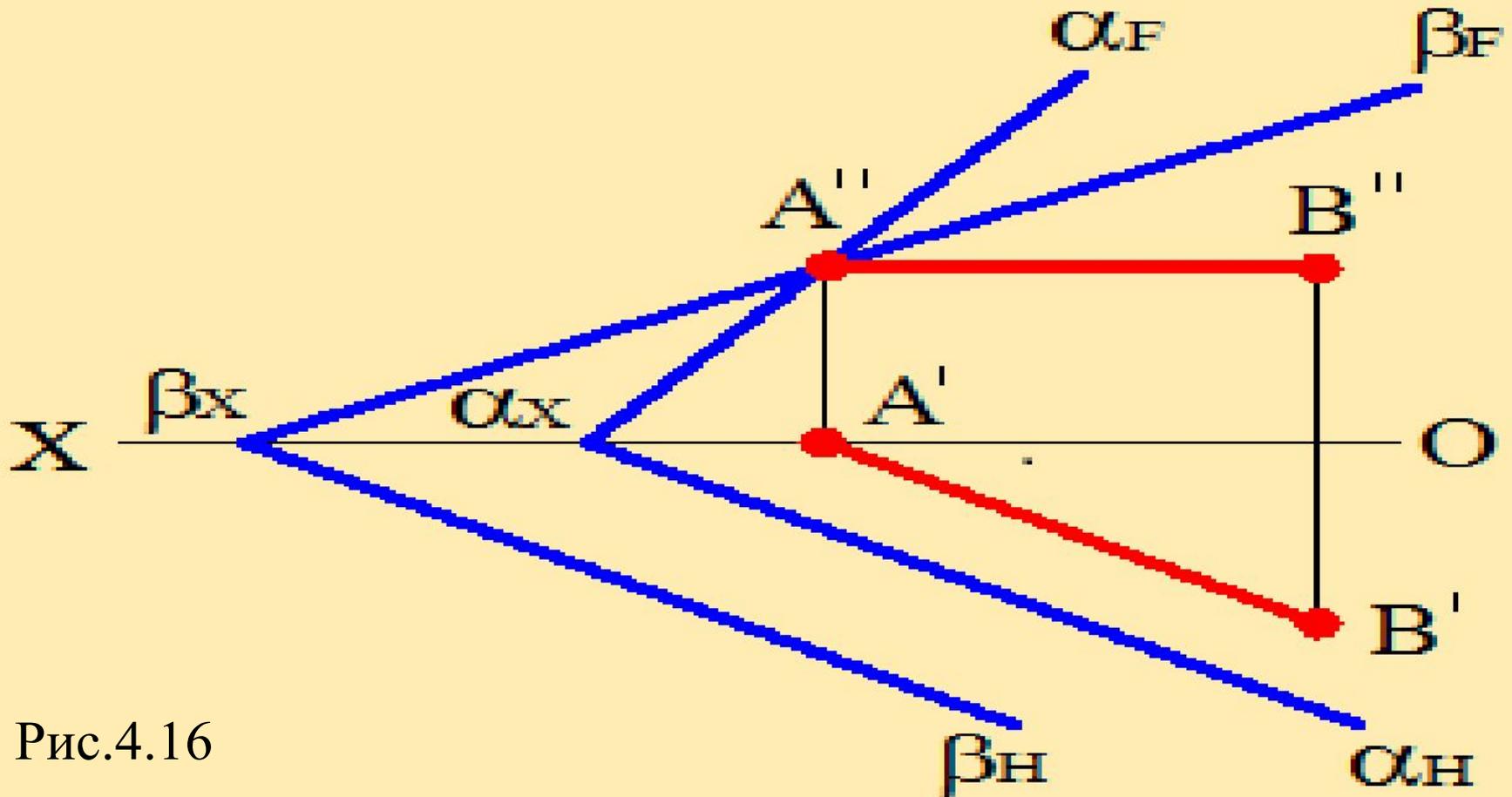
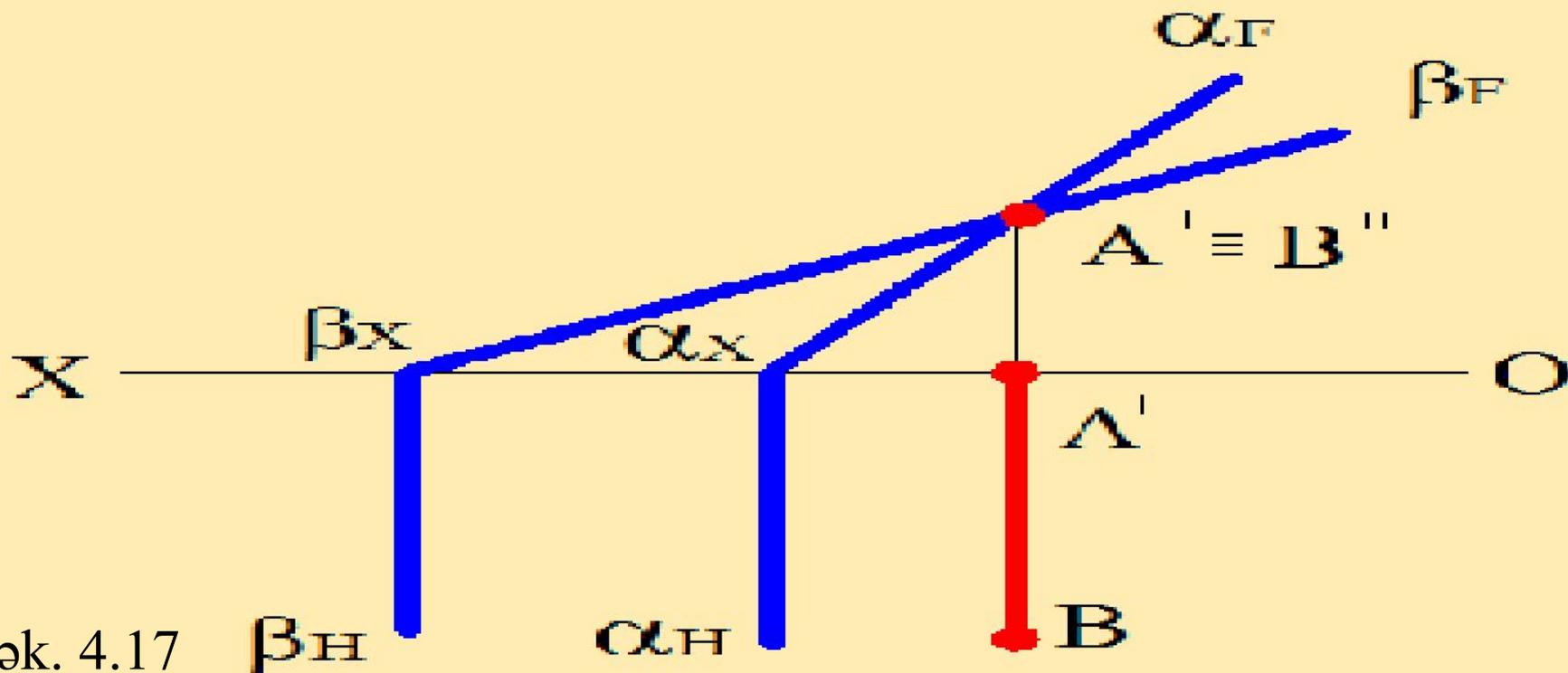


Рис.4.16

4. Пересечение двух одноимённых проецирующих плоскостей

На рис.4.17 показаны две пересекающиеся фронтально-проектирующие плоскости α и β . Фронтальные следы этих плоскостей α_F и β_F пересекаются в точке A'' . Горизонтальные следы α_H и β_H параллельны друг другу, поэтому и горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей будет параллельна этим следам.



Şәк. 4.17

5. Перпендикулярность двух плоскостей

Известно, что две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой. Поэтому, чтобы через прямую AB провести плоскость Q , перпендикулярную к плоскости P , заданной следами P_H и P_V , достаточно из точки B провести к этой плоскости перпендикуляр BC (рис.4.18). Две пересекающиеся прямые AB и BC определяют плоскость Q , перпендикулярную к плоскости P , так как плоскость Q проходит через перпендикуляр к ней.

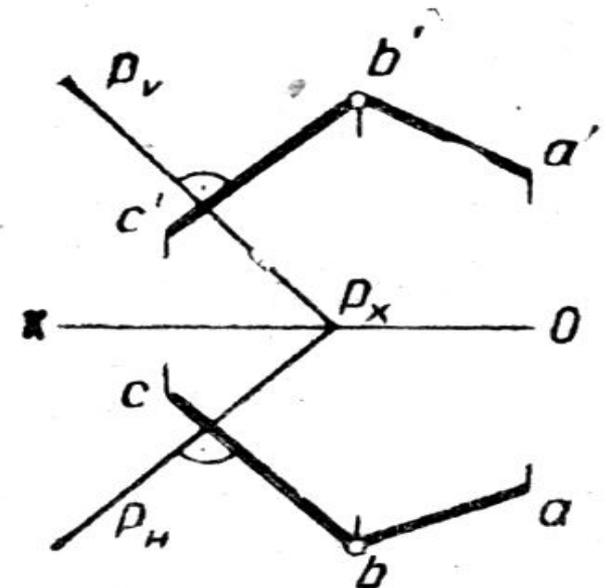
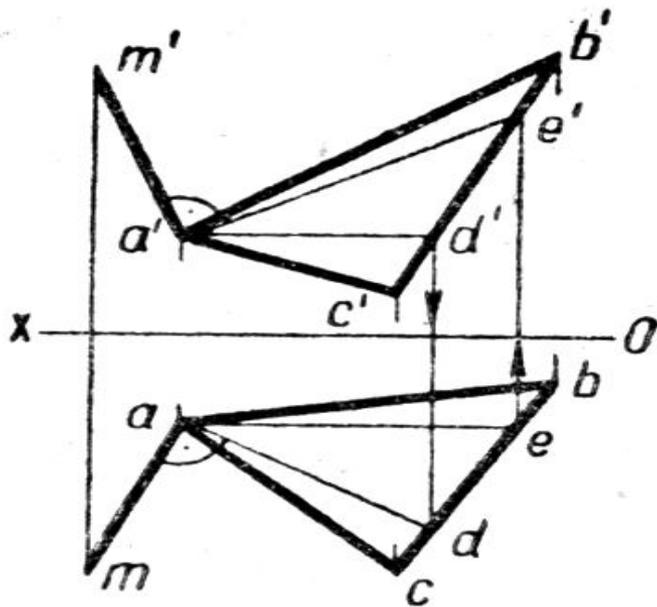


Рис.4.18

Перпендикулярность двух плоскостей

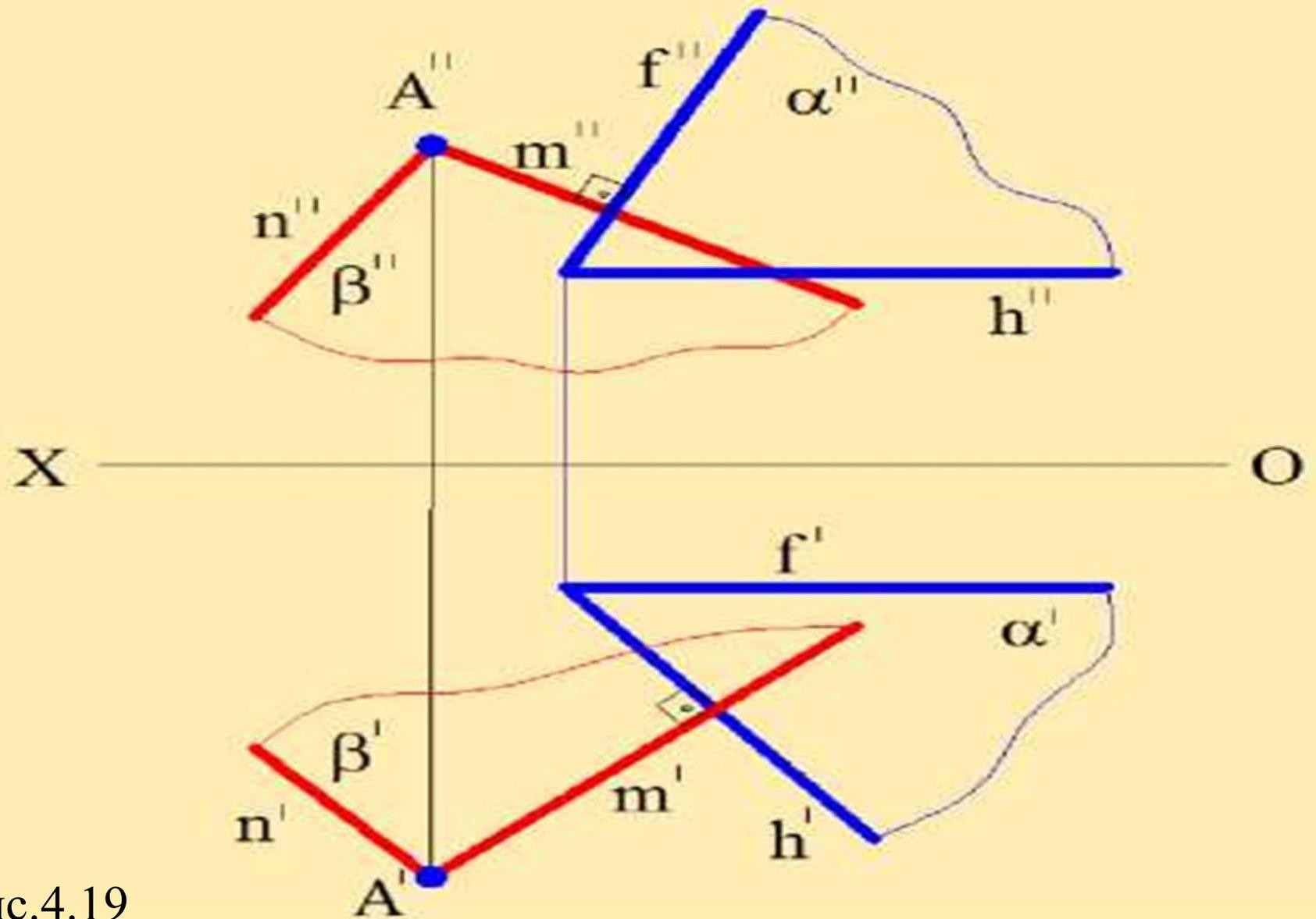


Рис.4.19