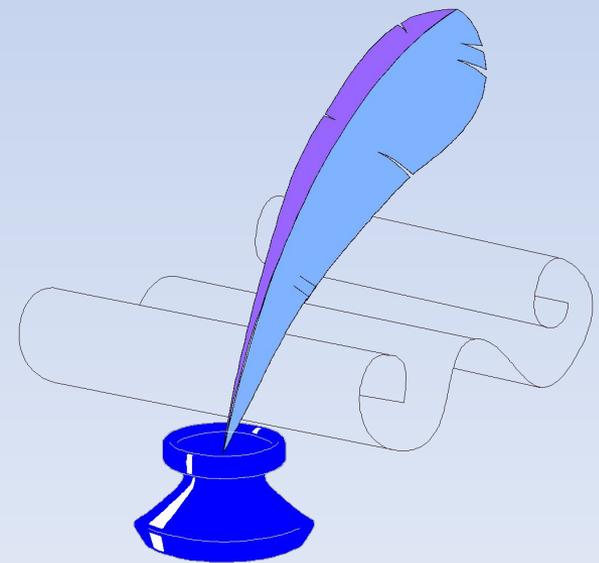


# Решение тригонометрических уравнений

**« Пусть математика сложна,  
Ее до края не познать,  
Откроет двери всем она,  
В них только надо  
постучать»**



1.  $\sin x = a$
2.  $\cos x = a$
3.  $\operatorname{tg} x = a$
4.  $\operatorname{ctg} x = a$
5.  $\sin x = -a$
6.  $\cos x = -a$
7.  $\operatorname{tg} x = -a$

- A)  $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
- B)  $x = \pm(\pi - \operatorname{arccos} a) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
- C)  $x = (-1)^k \operatorname{arcsin} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
- D)  $x = \pm \operatorname{arccos} a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
- F)  $x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
- E)  $x = (-1)^{k+1} \operatorname{arcsin} a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
- K)  $x = -\operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

1	2	3	4	5	6	7
C	D	A	F	E	B	K

$$\sin x = a$$

$$C. x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \cos x = a$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$D. x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$A. x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \operatorname{ctg} x = a$$

$$\sin x = -a$$

$$F. x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$E. x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -a$$

$$\operatorname{tg} x = -a$$

$$B. x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$K. x = -\operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

## Вычислить

$$a) \arccos \frac{1}{2} =$$

$$б) \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$в) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) =$$

$$г) \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$д) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$e) \operatorname{arctg} \sqrt{3} =$$

$$a) \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3};$$

$$б) \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4};$$

$$в) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3};$$

$$г) \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6};$$

$$д) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$e) \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3};$$

$$д) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4};$$

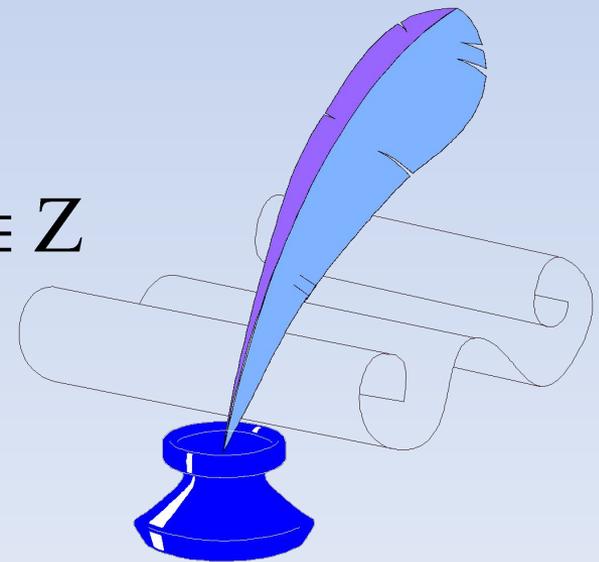
# Частные случаи решения тригонометрических уравнений

1)  $\sin x = 1$       $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k - \text{целое число}$

2)  $\cos x = 0$       $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3)  $\sin x = 0$       $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4)  $\sin x = -1$       $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



**Уравнения вида  $a\sin^2x + b\sin x + c = 0$  и  $a\cos^2x + b\cos x + c = 0$**

**Например:  $2\sin^2x + \sin x - 1 = 0$ .**

**Пусть  $t = \sin x$**

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$t_1 = 1/2 \quad t_2 = -1$$

$$\sin x = 1/2$$

$$x = (-1)^n \arcsin 1/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

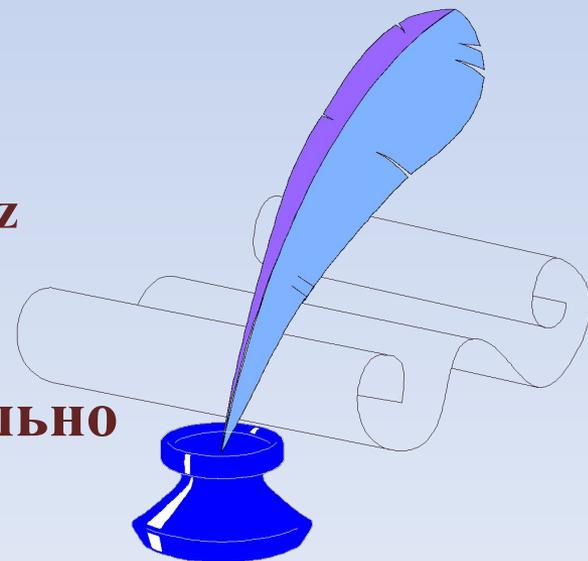
$$x = (-1)^n \pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

**Ответ:  $x = -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad x = (-1)^n \pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$**

**Вывод: сводятся к квадратным относительно  $t = \sin x$  и  $t = \cos x$**



Уравнения вида  $a\sin^2x + b\cos^2x + c = 0$  и  $a\cos^2x + b\sin^2x + c = 0$

Например:  $2\cos^2x + 3\sin^2x + 2\cosx = 0$ .

Заменим  $\sin^2x = 1 - \cos^2x$

$$2\cos^2x + 3(1 - \cos^2x) + 2\cosx = 0$$

$$\cos^2x - 2\cosx - 3 = 0$$

Пусть  $t = \cosx$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = 3, \quad t_2 = -1$$

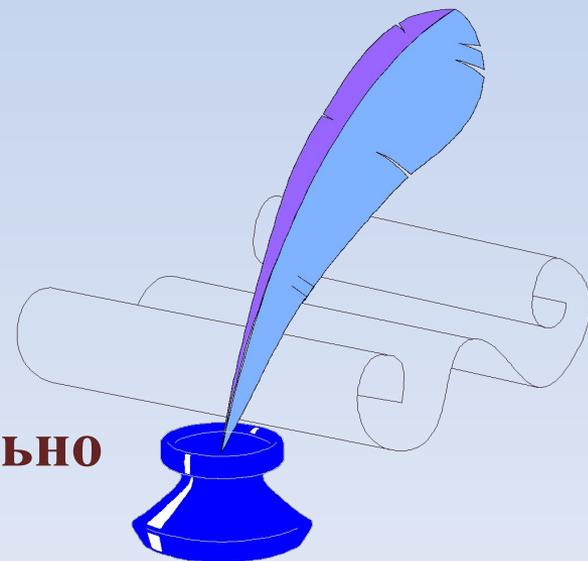
$\cosx = 3$  не имеет решения, т.к.  $3 > 1$

$$\cosx = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

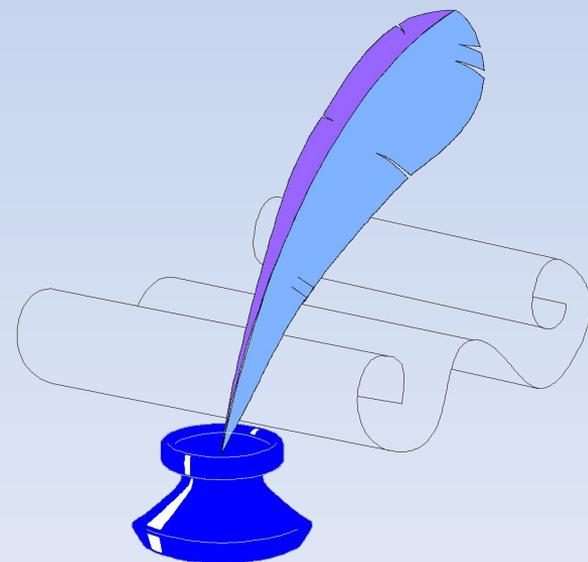
Ответ:  $x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$

**Вывод:** сводятся к квадратным относительно  $t = \cosx$  или  $t = \sinx$



# Рассмотрели первый метод решения тригонометрических уравнений

## 1. Сведение к квадратному уравнению.



## 1 вариант

$$2 + 2 \cos^2 x = 2 \sin x$$

Ответ:

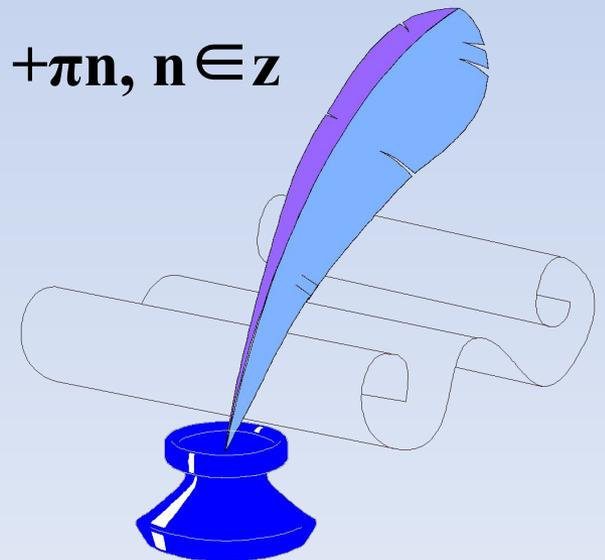
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

## 2 вариант

$$3 \sin x = 2 \cos^2 x$$

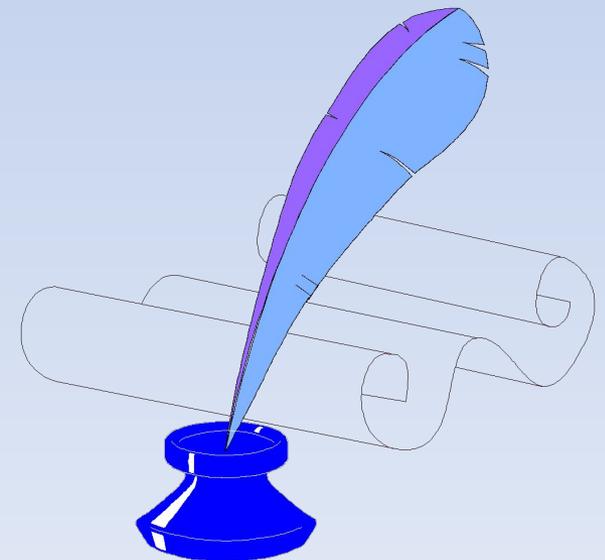
Ответ:

$$x = (-1)^n \pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



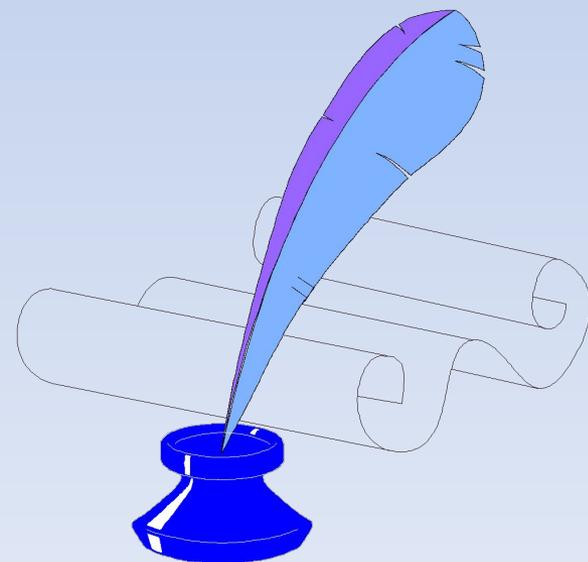
**2. Решение однородных уравнений.**

**3. Решение уравнений разложением на множители.**



**Если вы хотите участвовать в большой  
жизни, то наполняйте свою голову  
математикой, пока есть к тому  
возможность. Она окажет вам потом  
огромную помощь во всей вашей  
работе.**

**(М.И. Калинин)**



# *Спасибо за урок*

*Чердынцева Л.А., преподаватель  
математики ГБПОУ РХ ТКХиС*

