

# Перестановки



*Простейшими комбинациями,  
которые можно составить из  
элементов конечного множества,  
являются **перестановки**.*



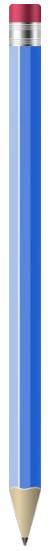
$C$



$K$



$\mathcal{K}$



$C$



$\mathcal{K}$



$K$



$C$



$K$



$\mathcal{K}$



$K$



$C$



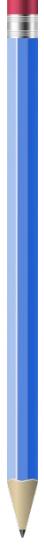
$\mathcal{K}$



$K$



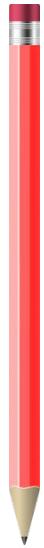
$\mathcal{K}$



$C$



Ж



К



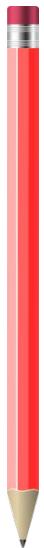
С



Ж



С



К

*Каждое из этих расположений называют  
перестановкой из трех элементов.*



*Перестановкой из трех элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.*

*Число перестановок из  $n$  элементов*

$$P_n$$

*В рассмотренном примере мы установили, что  $P_3 = 6$ .*

*Чтобы найти количество перестановок из трех элементов, можно не выписывать их, а воспользоваться **комбинаторным правилом умножения**.*

*На первое место можно поставить любой из трех элементов.*

*Для каждого выбора первого элемента существует две возможности выбора второго элемента из оставшихся двух элементов.*

*Для каждого выбора первых двух элементов остается единственная возможность выбора третьего элемента.*

*Значит, число перестановок из 3 элементов равно  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ .*

*Пусть имеем  $n$  элементов.*

*Для каждого выбора первого элемента на второе место можно поставить один из оставшихся  $n - 1$  один элементов.*

*Для каждого выбора первых двух элементов на третье место можно поставить один из оставшихся  $n - 2$  элементов и так далее.*

$$P_n = n(n - 1)(n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)$$

Для произведения первых  $n$  натуральных чисел используют  
специальное обозначение:  
 $n!$  ( $n$  факториал).

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$1! = 1$$

Число всевозможных перестановок из  $n$  элементов равно  $n$  факториал.

*Сколькоими способами можно разложить  
семь шаров по семи ячейкам?*

*Число способов равно числу перестановок из семи элементов.*

$$P_7 = 7! = 5040.$$

*Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?*

*Из цифр 0, 1, 2, 3 можно получить из  $P_4$  перестановок.*

*Надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с цифры нуль.*

$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 18.$$

*Имеется 9 тарелок, из них 4 – красные. Сколькими способами можно расставить эти тарелки, чтобы все красные тарелки стояли рядом?*

*Будем рассматривать красные тарелки, как одну тарелку.*

$$P_6 \cdot P_4 = 6! \cdot 4! = 17280.$$