Цели урока

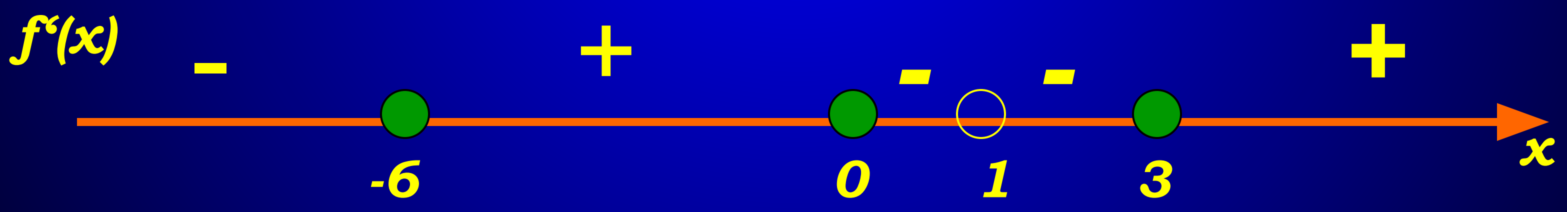
- Познакомиться с определениями точек экстремума функции
- Познакомиться с достаточными условиями экстремума функции
- Рассмотреть алгоритм нахождения точек экстремума

Устные упражнения

- Функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную. Назовите знак производной.
- Функция убывает на промежутке и имеет на нем производную. Назовите знак производной.
- Производная функции положительна на некотором промежутке. Определите характер монотонности функции на этом промежутке.
- Производная функции отрицательна на некотором промежутке. Определите характер монотонности функции на этом промежутке.
- Расскажите алгоритм исследования функции на монотонность.

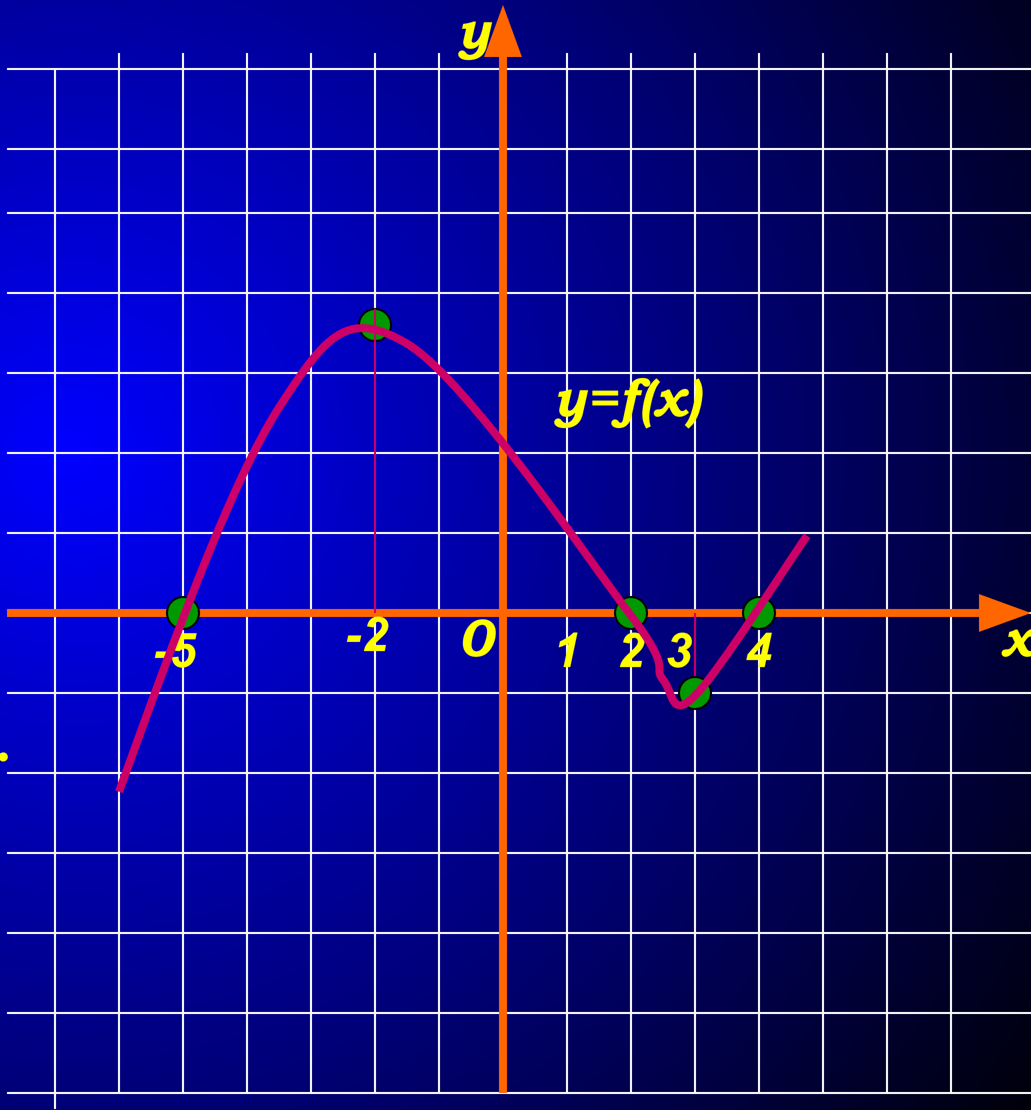
Устные упражнения

- Знак производной $f'(x)$ меняется по схеме, изображенной на рисунке. Определите, на каких промежутках функция возрастает и на каких убывает.



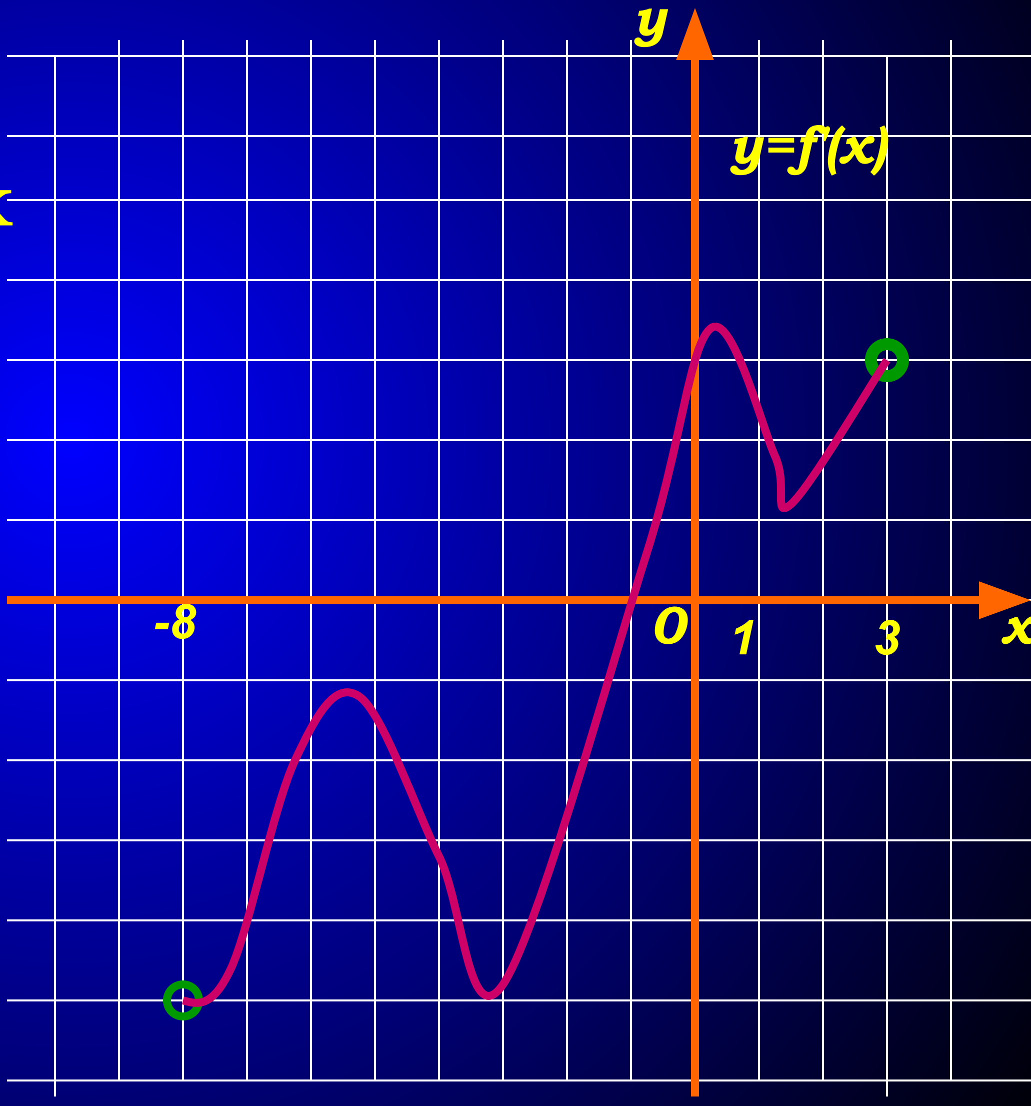
Устные упражнения

- По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная положительна, на каких отрицательна.



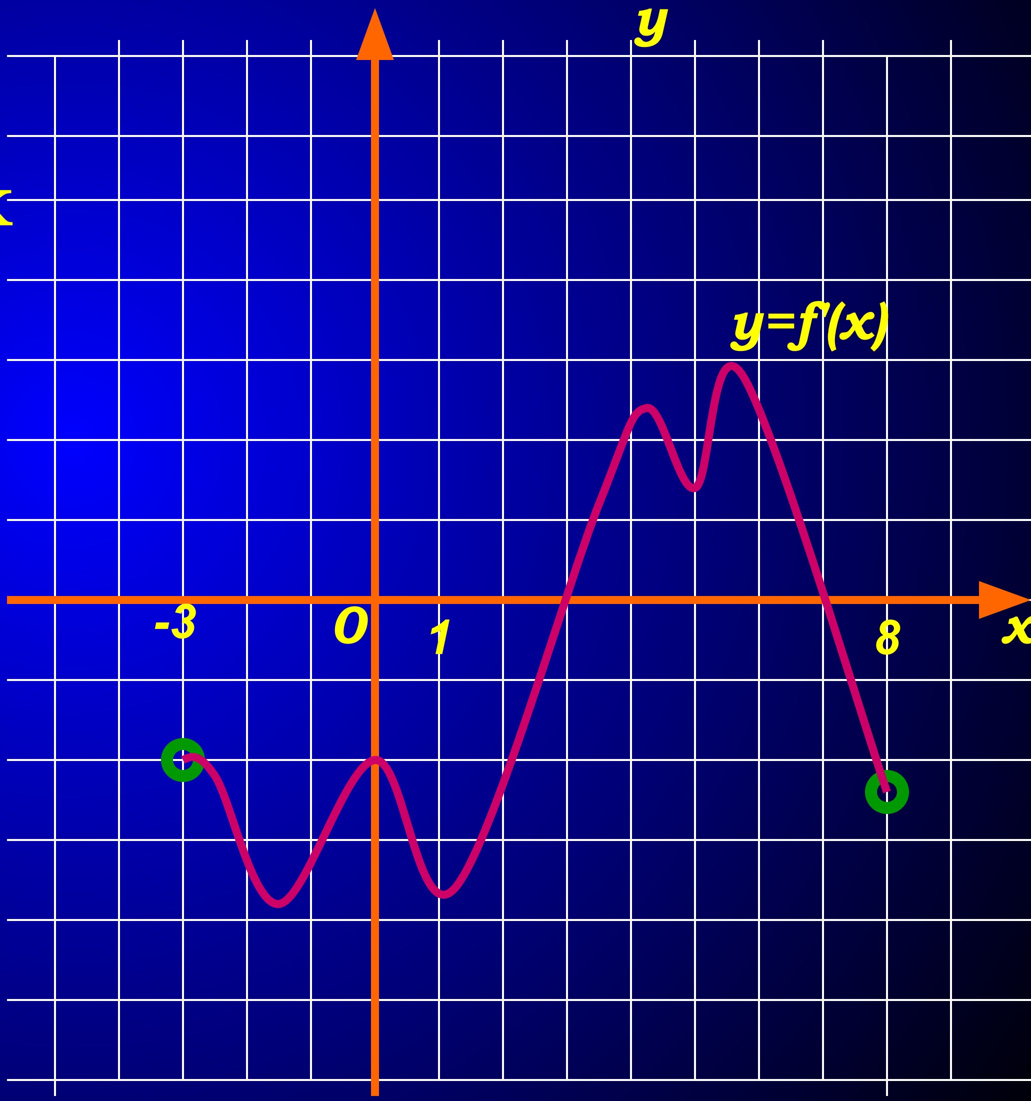
Устные упражнения

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-8; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x)*.



Устные упражнения

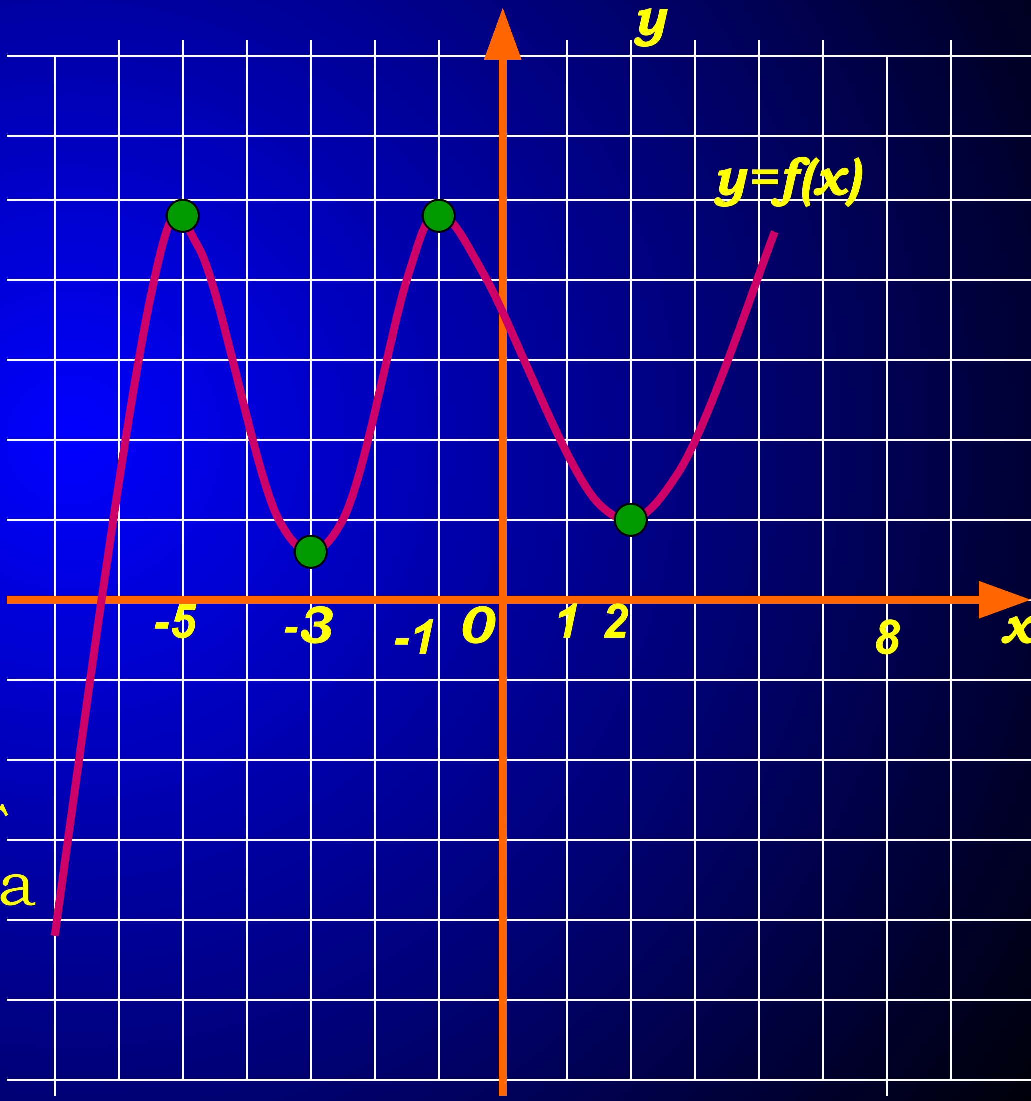
- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-3; 8). Найдите промежутки убывания функции *f(x)*.



Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график функции *f(x)*, определенной на R.

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции *f(x)*.
2) Назовите точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции.

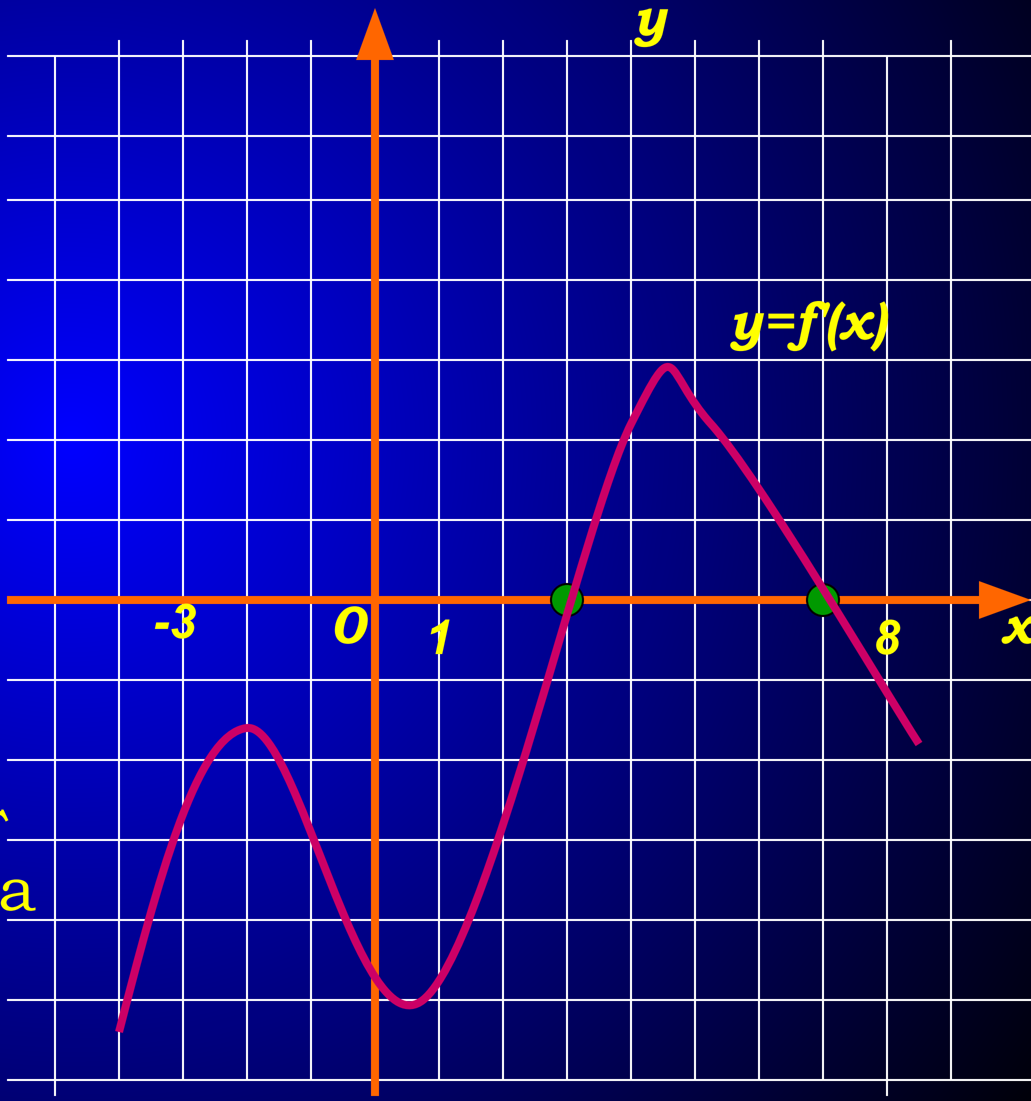


Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной R.

1) Найдите промежутки возрастания и убывания функции *f(x).*

2) Назовите точки, в которых происходит изменение характера монотонности функции.



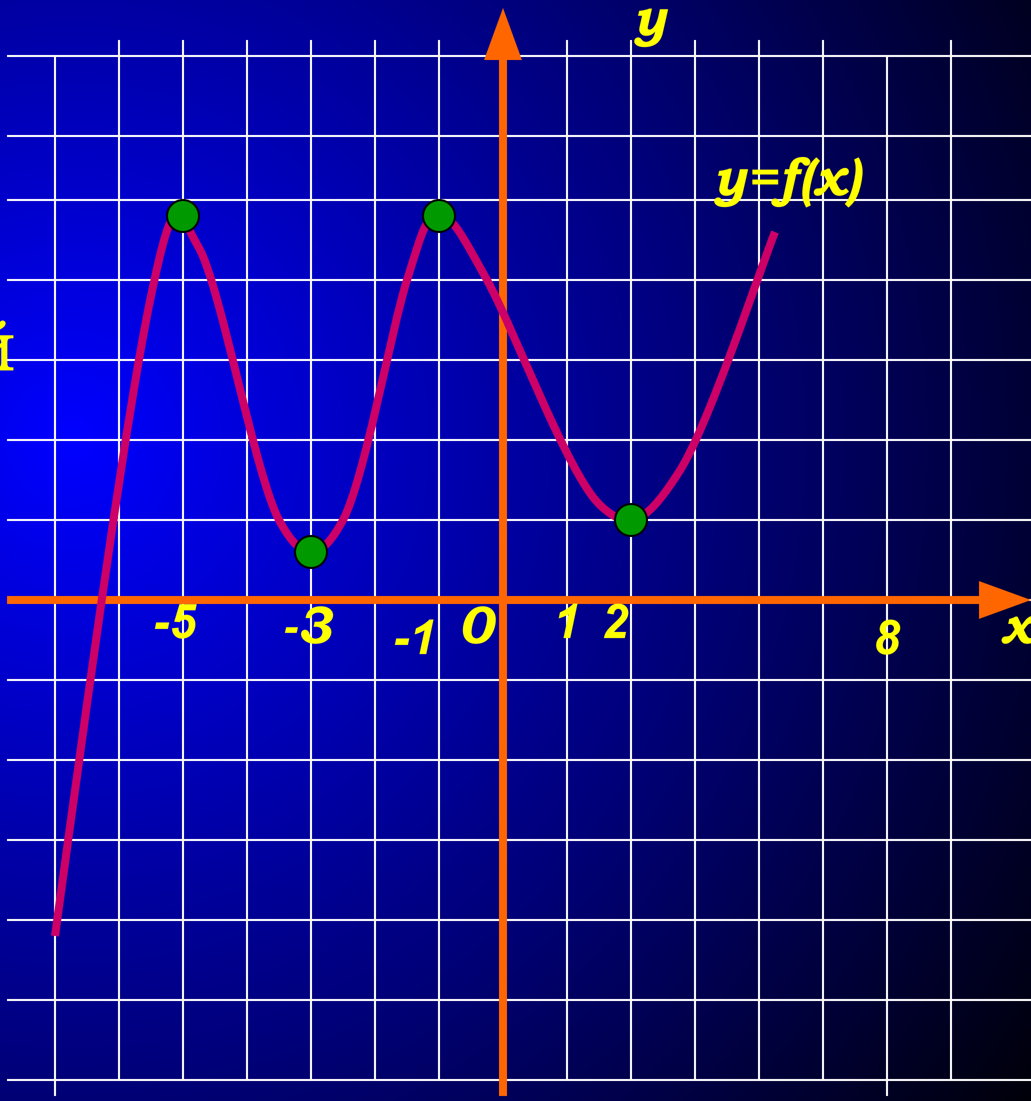
<u>Точки экстремума функции и их нахождение</u>

- Точку $x = x_0$ называют <u>точкой минимума</u> функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.
- Точку $x = x_0$ называют <u>точкой максимума</u> функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график функции *f(x)*, определенной на R.

  Назовите точки экстремума данной функции.

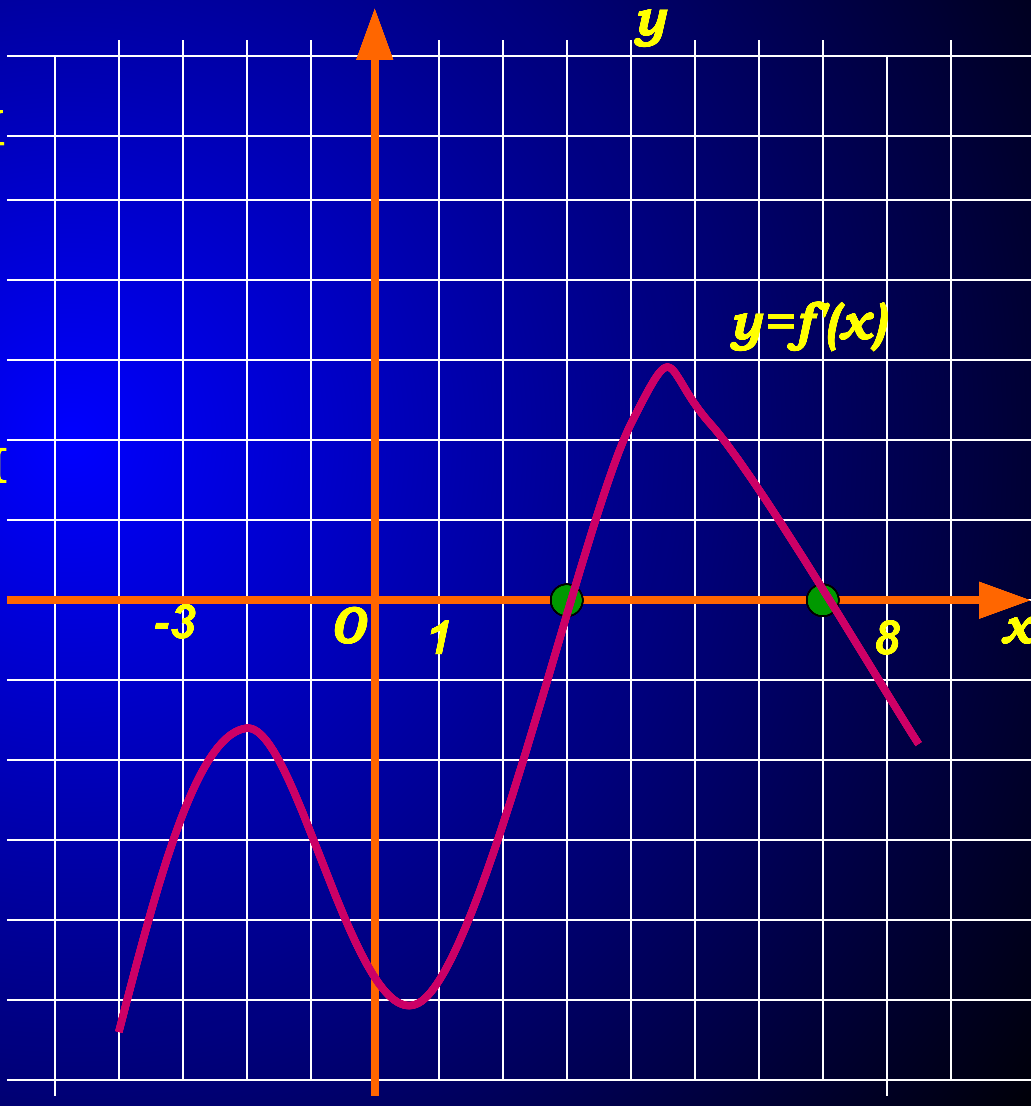


Точки экстремума функции и их нахождение

- На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной R.

  1) Назовите точки экстремума функции *y = f(x)*.

  2) Чему равно значение производной функции в точках экстремума?



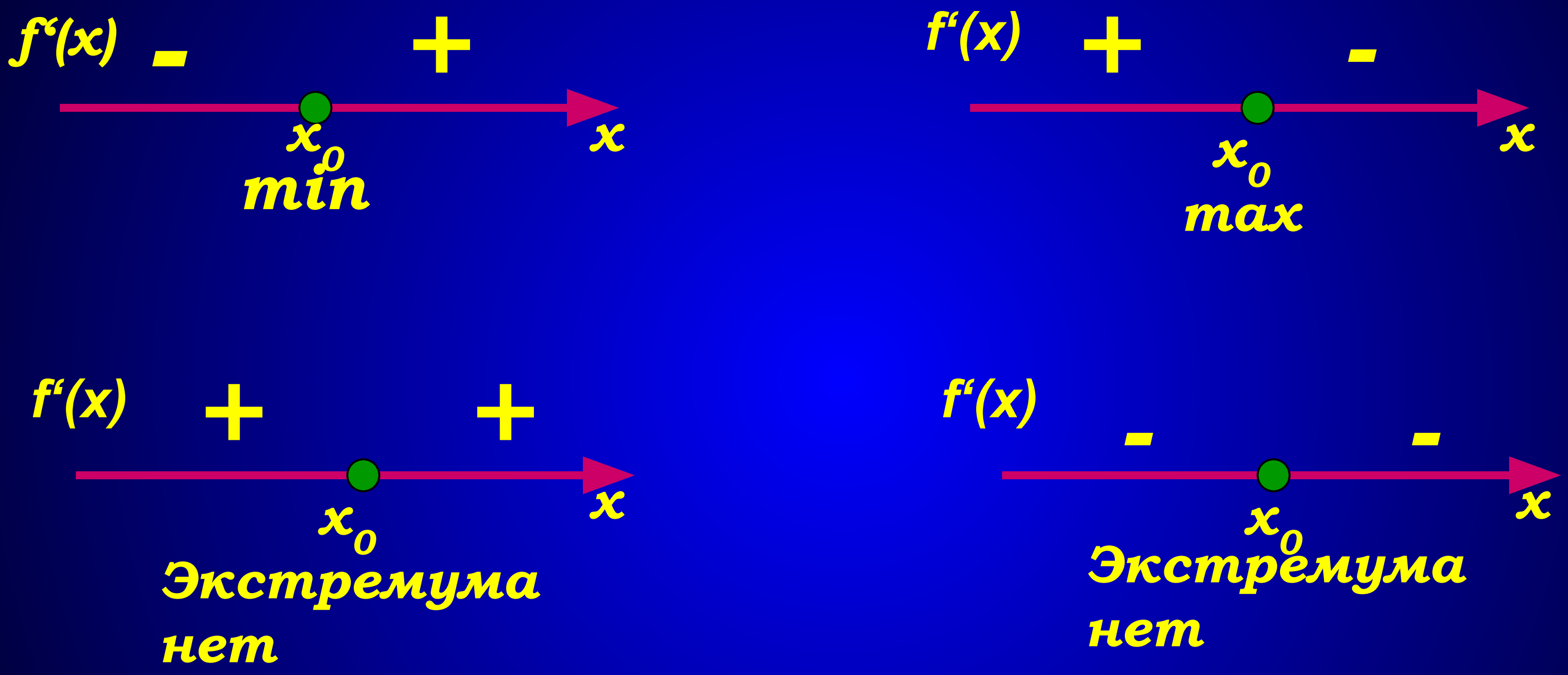
Точки экстремума функции и их нахождение

Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$, то в этой точке производная либо равна нулю, либо не существует.

Точки, в которых $f'(x) = 0$, - стационарные точки.

Точки, в которых $f'(x)$ имеет производную, равную нулю, или не существует, - критические точки.

Схема для нахождения точек экстремума функции



Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы

1) Найти область определения функции $D(f)$
2) Найти $f'(x)$.
3) Найти стационарные ($f'(x) = 0$) и критические ($f'(x)$ *не существует*) точки функции $y = f(x)$.
4) Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
5) Сделать выводы о монотонности функции и точках ее экстремума.

Примеры

- Исследовать функцию $y = \dfrac{x^4+16}{x^2}$ на монотонность и экстремумы.

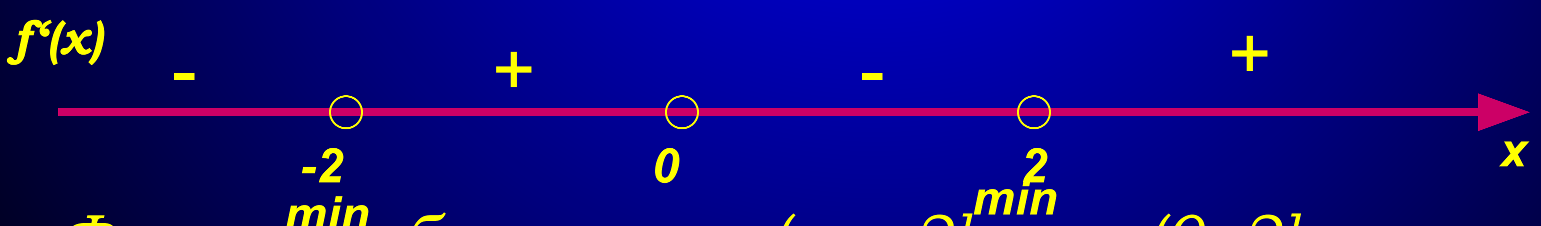
Решение.

1) D(y) = (-∞; 0) U (0; +∞)

$$2)\, y' = \frac{4x^3\cdot x^2-(x^4+16)\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^5-32x}{x^4} = \frac{2(x-2)(x+2)(x^2+4)}{x^3}$$

3) y‘ = 0 при x = 2, x = -2.

y‘ не существует при x = 0.



Функция убывает на (-∞; -2] и на (0; 2].

Функция возрастает на [-2; 0) и на [2; +∞).

Примеры

Решение.

- Исследуйте функцию $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ на монотонность и экстремумы.

1) $D(y) =$ $(-\infty; +\infty)$
2) $y' =$ $3x^2 - 12x + 9$
3) $y' = 0$ *при* $x =$ $1; 3$

\+   1   -   3   +

Функция возрастает на $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

Функция убывает на $[1; 3]$

$x =$ 1 *точка максимума*

$x =$ 3 *точка минимума.*

Выполните задание

1.Найдите точку максимума функции

$$y = (9 - x)e^{x+9}$$

$$y = \ln(x+5) - 2x + 9$$

$$y = x^3 - 48x + 17$$

$$y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$$

$$y = -\frac{x^2 + 289}{x}$$

$$y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5 \text{ на } (0; \tfrac{\pi}{2})$$

$$y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$$

2.Наидите точку минимума функции

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$$

$$y = 2x - \ln(x+3) + 7$$

$$y = x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$y = x\sqrt{x} - 3x + 1$$

$$y = -\frac{x^2 + 1}{x}$$

$$y = (0,5 - x)\cos x + \sin x \quad \text{на } (0; \tfrac{\pi}{2})$$

$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$$

Спасибо за уро