

ФОРМУЛЫ  
Приведения  
Тригонометрия-10 класс

ГБОУ СОШ №539

Антропова

Эльза Валерьевна

# Домашнее задание

- Таблицу формул и правило учить
- №526-528-чётные
- Геометрическая задача:

Докажите, используя формулы приведения, что в любом прямоугольном треугольнике косинус одного острого угла равен синусу другого острого угла.

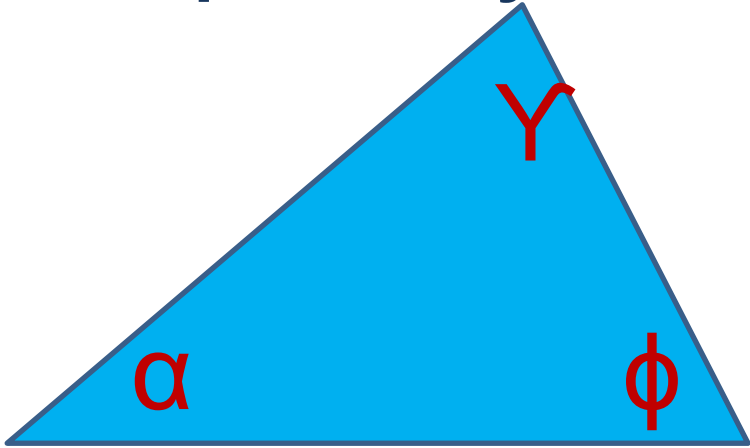
Первое условие, которое надлежит выполнять в математике, - это быть точным, второе - быть ясным и, насколько можно, простым.



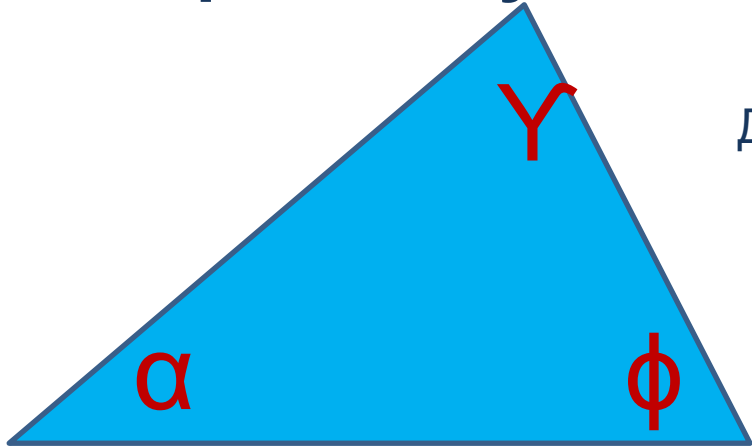
**Лазар Карно**

1753- 1823 французский государственный и военный деятель, инженер и учёный.

№534. Доказать, что синус суммы двух внутренних углов треугольника равен синусу его третьего угла.



№534. Доказать, что синус суммы двух внутренних углов треугольника равен синусу его третьего угла.



Доказать, что

$$\sin(\phi + \alpha) = \sin(\Upsilon)$$

# Тригонометрия.

## Формулы приведения.

 $k \in \mathbb{Z}$ 

$$\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos \alpha \quad \sin(\alpha + 2\pi k) = \sin \alpha \quad \operatorname{tg}(\alpha + 2\pi k) = \operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{ctg}(\alpha + 2\pi k) = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{ctg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \quad \operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha \quad \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha \quad \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$$

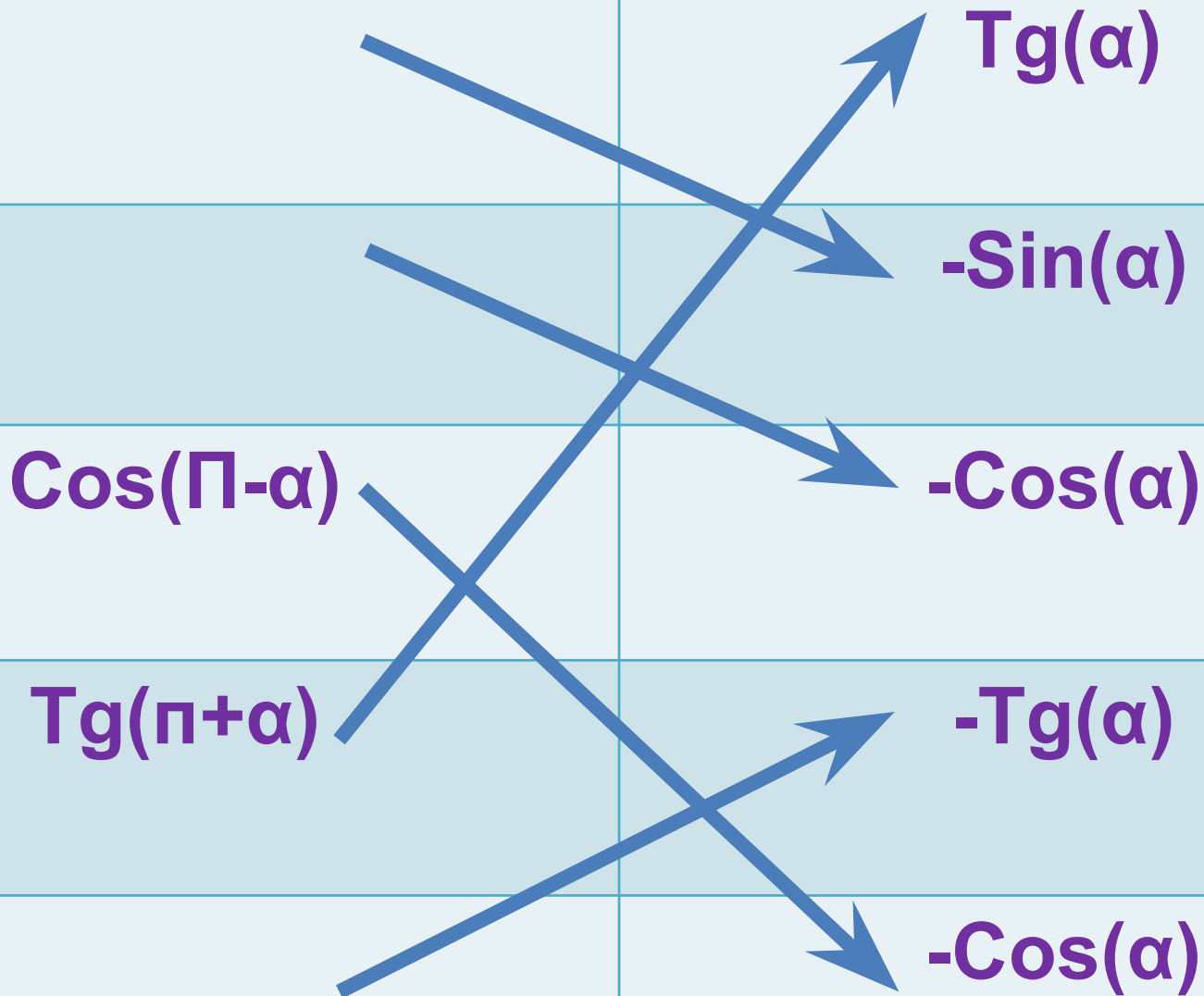
$$\operatorname{tg}(\alpha + \pi) = \operatorname{tg}(\alpha + \pi - 2\pi) = \operatorname{tg}(\alpha - \pi) = -\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -(-\operatorname{tg} \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \pi) = \operatorname{ctg}(\alpha + \pi - 2\pi) = \operatorname{ctg}(\alpha - \pi) = -\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -(-\operatorname{ctg} \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$$

Соедини стрелками ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

	$\text{Tg}(\alpha)$
	$-\text{Sin}(\alpha)$
$\text{Cos}(\pi - \alpha)$	$-\text{Cos}(\alpha)$
$\text{Tg}(\pi + \alpha)$	$-\text{Tg}(\alpha)$
	$-\text{Cos}(\alpha)$

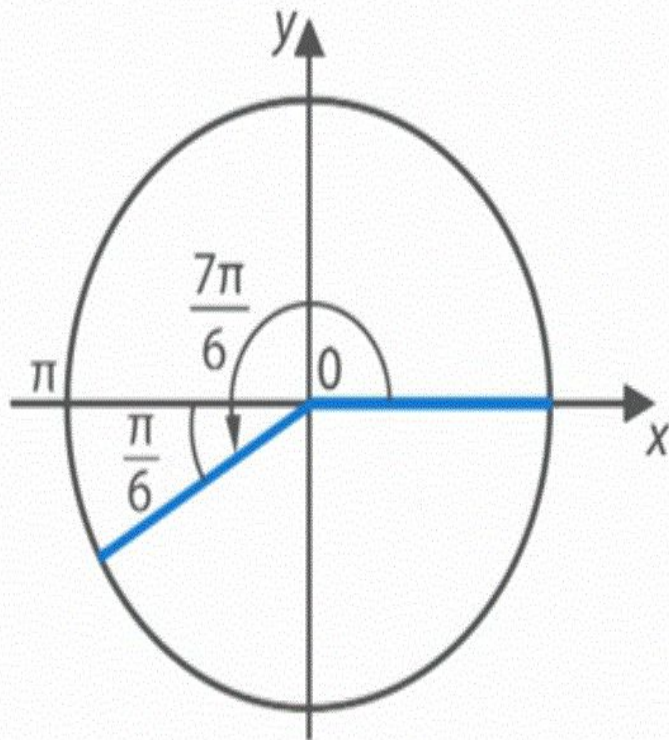
Соедини стрелками ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )





**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$

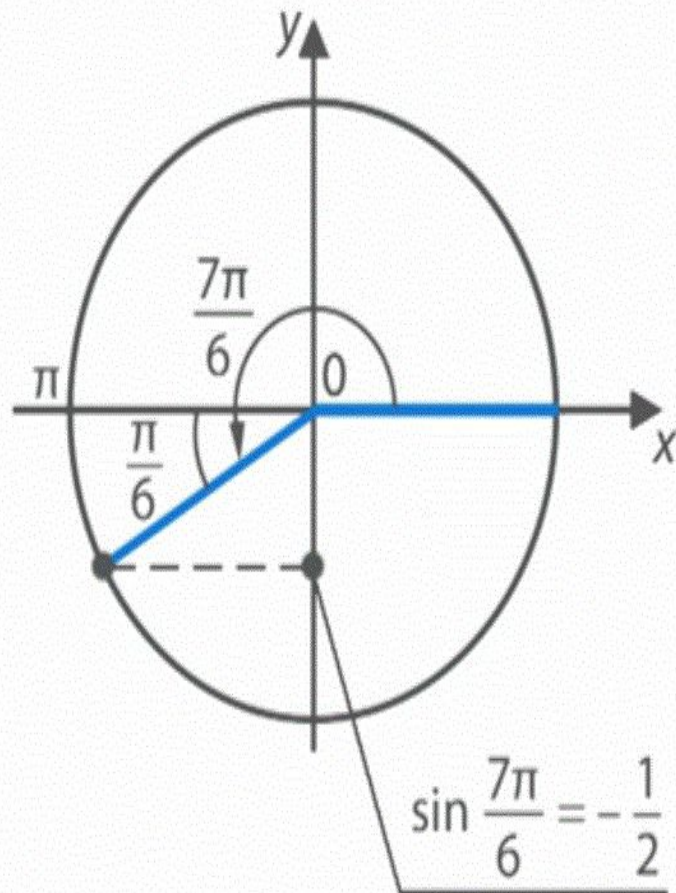
**Решение:**



$$\begin{aligned} 1) \sin \frac{7\pi}{6} &= \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= ? \sin \frac{\pi}{6} = \end{aligned}$$

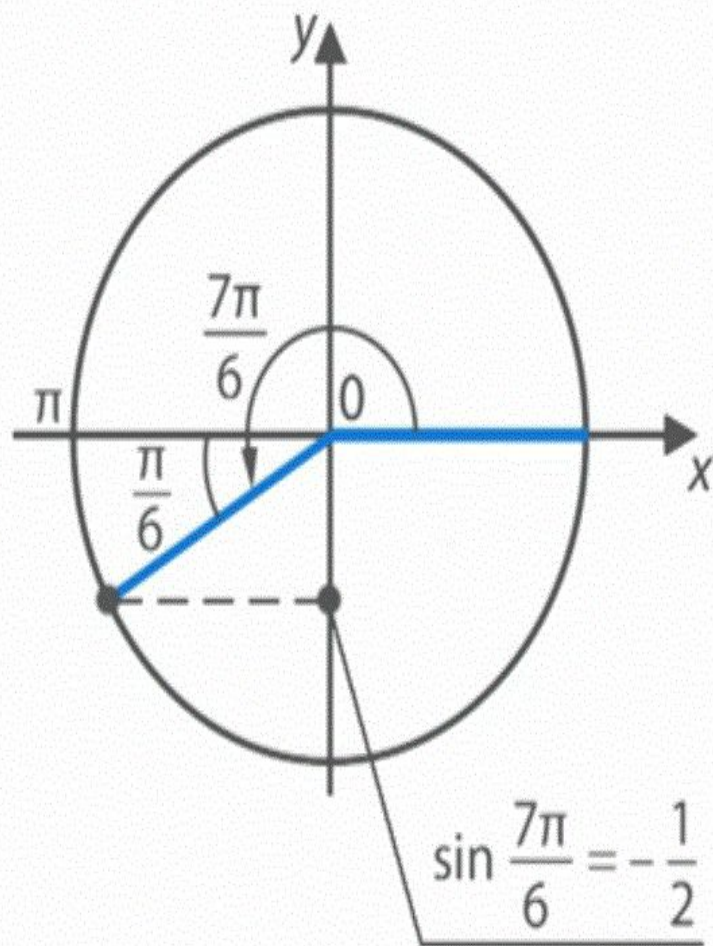
**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$

**Решение:**



$$\begin{aligned} 1) \sin \frac{7\pi}{6} &= \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$



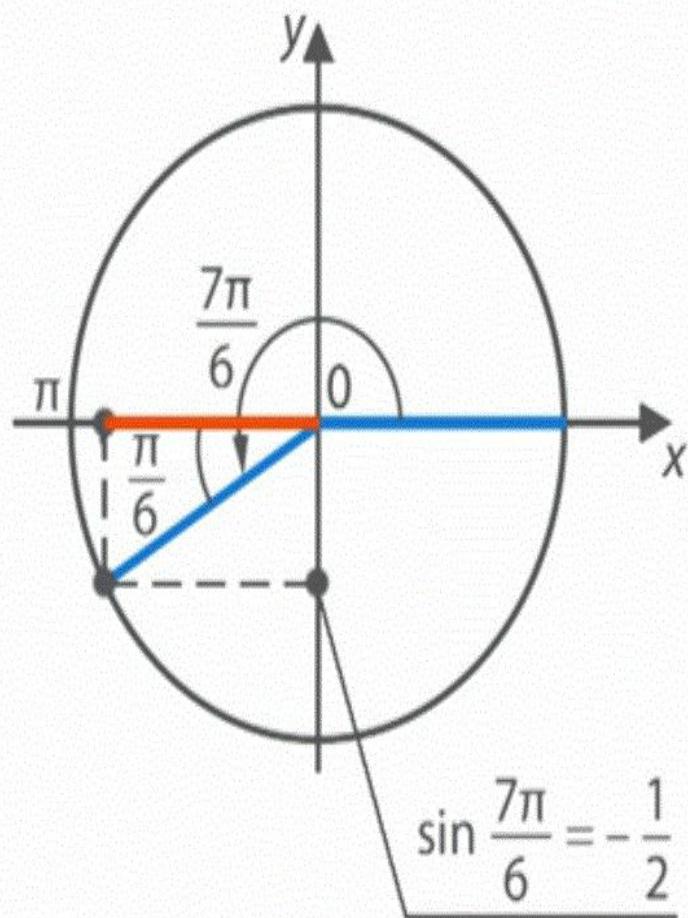
**Решение:**

$$\begin{aligned} 1) \sin \frac{7\pi}{6} &= \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$2) \cos 120^\circ = \cos \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) =$$

**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$

**Решение:**

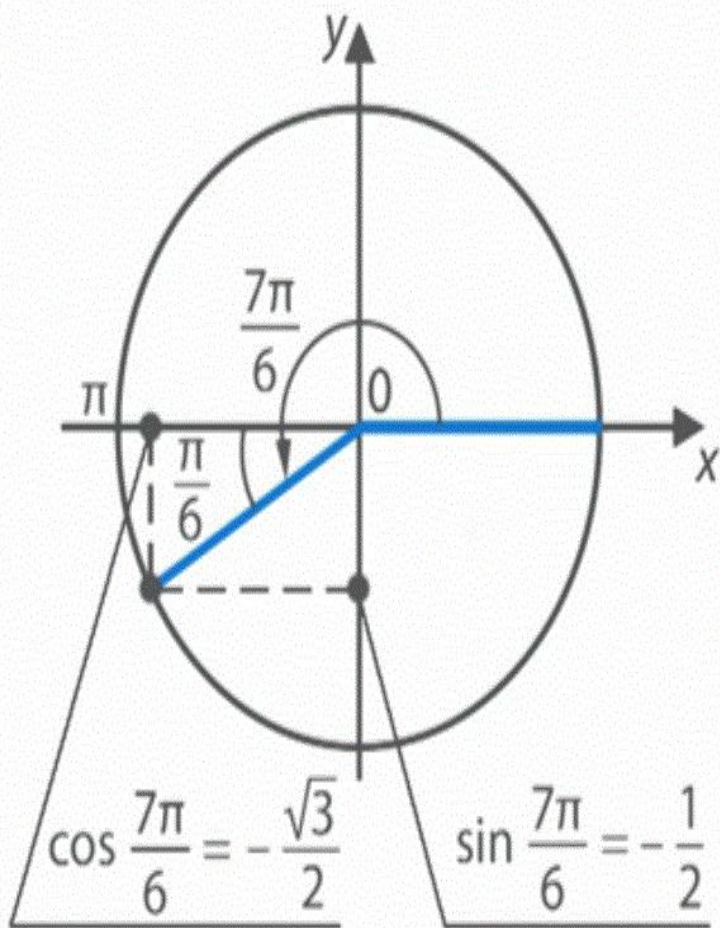


$$\begin{aligned} 1) \sin \frac{7\pi}{6} &= \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \cos 120^\circ &= \cos \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= ? \cos \frac{\pi}{6} = \end{aligned}$$

**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$

**Решение:**



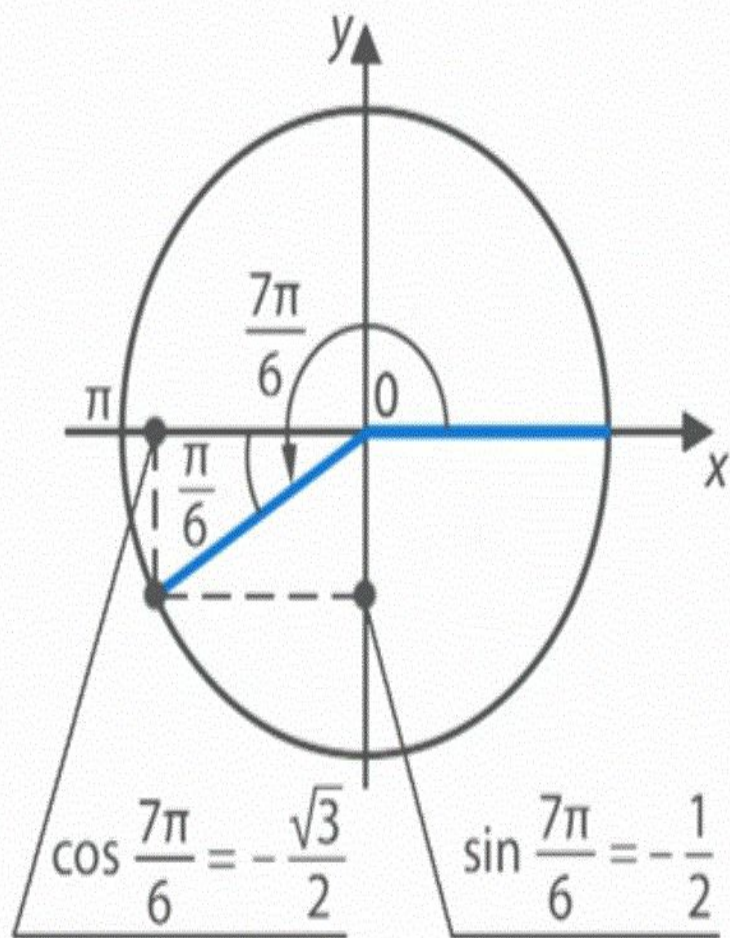
$$\begin{aligned} 1) \sin \frac{7\pi}{6} &= \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \cos 120^\circ &= \cos \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

**Задача 2** Вычислить все функции для  $\alpha = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$

**Решение:**

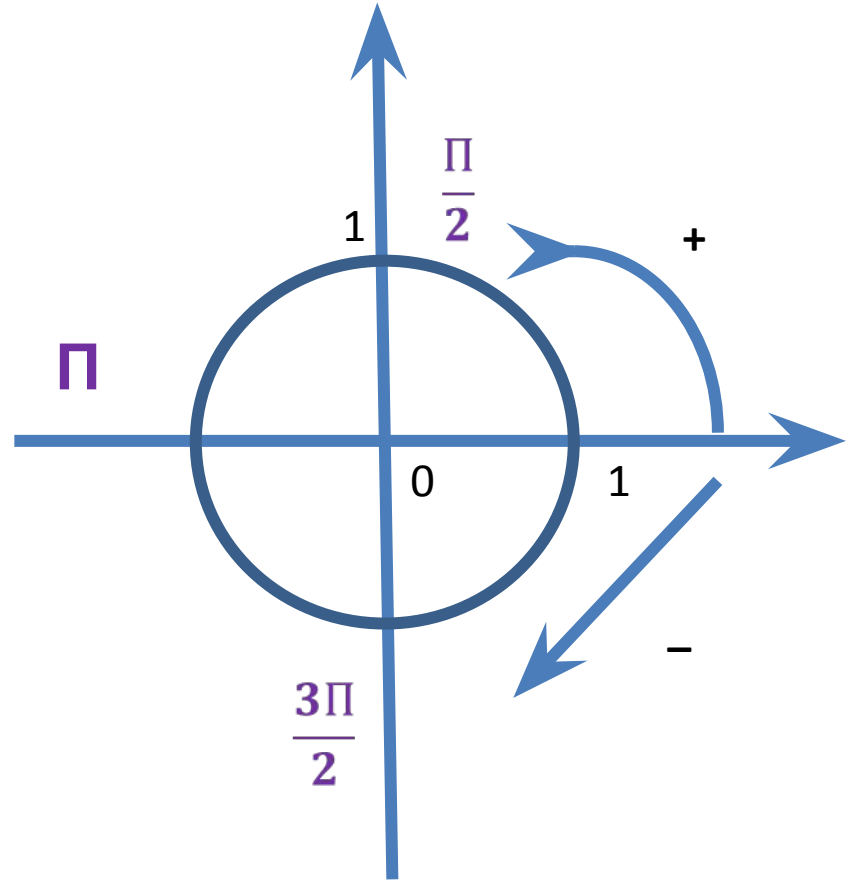
$$\begin{aligned} 3) \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} &= \operatorname{tg} \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



Найди ошибки ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

$$\sin(\pi - \alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$$



Найди ошибки ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

$$\sin(\pi - \alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$$

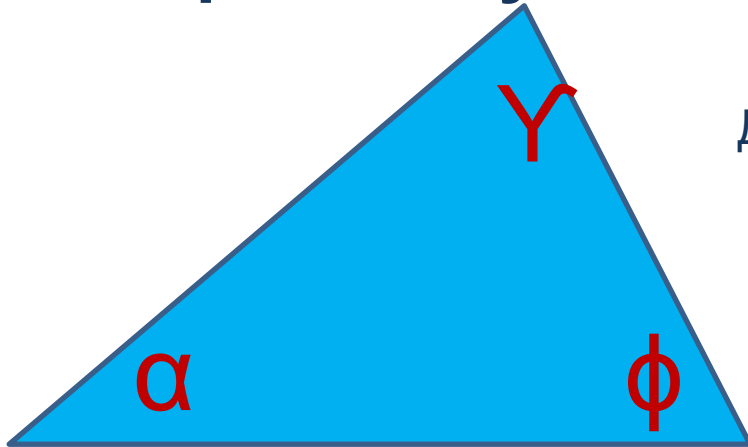
+

$$! \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha)$$

+



**№534. Доказать, что синус суммы двух внутренних углов треугольника равен синусу его третьего угла.**



Доказать, что

$$\sin(\phi + \alpha) = \sin(\Upsilon)$$

**Доказательство:**

Сумма углов треугольника 180 градусов, значит  $\phi + \alpha = 180 - \Upsilon$ .

Тогда  $\sin(\phi + \alpha) = \sin(180 - \Upsilon)$ . По формулам приведения получаем  $\sin(\Upsilon)$ .

Выразили сумму углов через третий угол треугольника по теореме о сумме углов в треугольнике и получили:

$$\sin(\phi + \alpha) = \sin(\Upsilon)$$

Что и требовалось доказать.

Докажите, что  $\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ = \cos 840^\circ \times \sin 840^\circ$

<b>1 вариант</b> <b>Левая часть равенства</b>	<b>2 вариант</b> <b>Правая часть равенства</b>
$\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ =$	$\cos 840^\circ \times \sin 840^\circ =$

Докажите, что  $\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ = \cos 840^\circ \times \sin 840^\circ$

1 вариант	2 вариант
$\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 150^\circ) \times \cos(720^\circ + 150^\circ) =$ $= \sin 150^\circ \times \cos 150^\circ =$	$\cos 840^\circ \times \sin 840^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 120^\circ) \times \cos(720^\circ + 120^\circ) =$ $= \sin 120^\circ \times \cos 120^\circ =$

Докажите, что  $\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ = \cos 840^\circ \times \sin 840^\circ$

1 вариант	2 вариант
$\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 150^\circ) \times \cos(720^\circ + 150^\circ) =$ $= \sin 150^\circ \times \cos 150^\circ =$	$\cos 840^\circ \times \sin 840^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 120^\circ) \times \cos(720^\circ + 120^\circ) =$ $= \sin 120^\circ \times \cos 120^\circ =$

Докажите, что  $\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ = \cos 840^\circ \times \sin 840^\circ$

1 вариант	2 вариант
$\sin 870^\circ \times \cos 870^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 150^\circ) \times \cos(720^\circ + 150^\circ) =$ $= \sin 150^\circ \times \cos 150^\circ =$	$\cos 840^\circ \times \sin 840^\circ =$ $= \sin(720^\circ + 120^\circ) \times \cos(720^\circ + 120^\circ) =$ $= \sin 120^\circ \times \cos 120^\circ =$

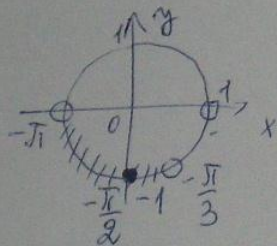
**СПАСИБО за урок!**

№526 (перенос)

- 1)  $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \operatorname{tg}(\pi + \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1.$
- 3)  $\cos \frac{5\pi}{3} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- 5)  $\sin(-\frac{13\pi}{6}) = -\sin(2\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$
- 7)  $\operatorname{tg}(-\frac{2\pi}{3}) = -\operatorname{tg}(\pi - \frac{\pi}{3}) = +\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$

Уравнение:  $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = 1$  на  $(-\pi; -\frac{\pi}{3})$

- 1)  $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = 1$  2)  $-\sin x = 1$   
 $\sin x = -1.$   
 $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$



- 3) На  $(-\pi; -\frac{\pi}{3})$ :  
 $x = -\frac{\pi}{2}.$   
 Ответ:  $-\frac{\pi}{2}.$

№527(1)

$$1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha - \cos \alpha}{-\cos \alpha} = 1.$$

№528(1)

$$1) = \frac{-\cos \alpha}{-\operatorname{ctg} \alpha} \cdot \frac{-\operatorname{ctg} \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

2/8 Теорематическая загадка.

Пусть  $\alpha, \beta, \gamma$  - углы прямоугольного треугольника ( $\gamma = 90^\circ$ ).

Д-ть:  $\cos \alpha = \sin \beta$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  - острые углы.

Д-во: Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике  $90^\circ$ ,  $\alpha = 90^\circ - \beta$ , тогда  $\cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta) \stackrel{\text{Ф.П.}}{=} \sin \beta$ , ч. и т.д.

Δ0П №525 (перенос)

- 1)  $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$
- 3)  $\operatorname{ctg} 135^\circ = \operatorname{ctg}(180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$
- 5)  $\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$
- 7)  $\operatorname{ctg} 240^\circ = \operatorname{ctg}(270^\circ - 30^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Δ0П: №535(1) на  $(-2\pi; -\pi)$ .

- 1)  $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = 1$  2) Э.О.  
 $\sin x = 1$  3)  $x = -\frac{3\pi}{2}.$   
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$  Ответ:  $-\frac{3\pi}{2}.$

Δ0П: №524 (перенос)

- 1)  $\alpha = 15^\circ$  5)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- 3)  $\alpha = 30^\circ$  7)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

30.01.2013