

Тема: Основные принципы технологического прогнозирования

- *Основные термины
технологического прогнозирования*

- **Прогноз** — вероятностное утверждение о будущем с относительно высокой степенью достоверности.
- **Технология** — означает широкую область целенаправленного применения физических наук, наук о жизни и наук о поведении.
- **Технологическое прогнозирование** — это вероятностная оценка на относительно высоком уровне уверенности будущего перемещения технологии.

- *Перемещение технологии* — процесс освоения новой техники, новых научных разработок в различных странах.

Бурные темпы научно-технического прогресса, возрастающее влияние науки и техники на все стороны экономической и социальной жизни обуславливают закономерный интерес к проблемам прогнозирования.

Процессы развития науки и техники, протекающие в прошлом на протяжении десятков и сотен лет, совершаются в наши дни неизмеримо быстрее.

- Первым в истории нормативным прогнозом научно-технического прогресса на несколько лет был план электрификации России (план ГОЭЛРО), принятый по инициативе В.И. Ленина в 1922 году.

Возникновение технологического прогнозирования:

- в промышленности США - конец 50-х годов.
- в Западной Европе - 60 - е годы.

Если в 1947 году прогнозированием занимались лишь около 20% крупных промышленных фирм США, то в 1966 году — 90% компаний составляли прогнозы на 3 и более лет.

Точность прогнозирования

- Процесс решения прогнозной задачи заключается в выполнении последовательности *арифметических, логических и других операций*, направленных на преобразование исходных данных в конечный результат.
- Последовательность и содержание этих операций определяются выбранным *методом* прогнозирования и *способом* реализации вычислительных операций. Поэтому даже при наличии точных исходных данных решение прогнозной задачи будет приближенным в силу невозможности идеально строгой формулировки задачи для применения выбранного метода.

- Погрешность решения прогнозной задачи
 E определяется как сумма погрешностей информационных данных E_u , погрешности метода E_μ , погрешности вычислений E_v и нерегулярной погрешности E_λ :

$$E = E_u + E_\mu + E_v + E_\lambda,$$

где E_λ — непредсказуемые события.

Методы изыскательного технологического прогнозирования

- Вероятность прогноза можно выразить графиком наступления события «А», (где Р- это вероятность события А)

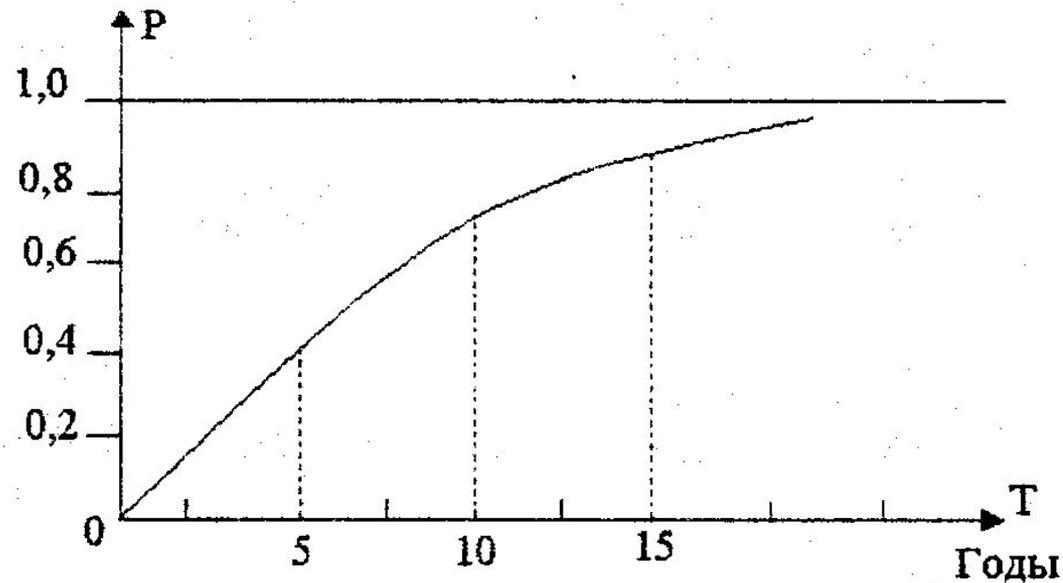


Рис. 2. График наступления события «А»

- Примером изыскательного технологического прогнозирования может служить разработка автомобиля на водородном топливе, которая выполняется во многих странах мира.
- **Научно-техническое прогнозирование в автомобильной промышленности, требует ответа на следующие вопросы:**
 - 1) *каковы будут* возможности выпускаемых отраслью машин в ближайшие 5-10-15 лет при условии сохранения объективно сложившихся тенденций развития данной отрасли (исследовательский прогноз);

- 2) каковы будут требуемые значения характеристик машин, производимых в отрасли в ближайшие 5-10-15 лет, для эффективного решения задач различных групп потребителей этих машин (нормативный прогноз);
- 3) каков будет разрыв между возможными и потребными значениями характеристик машин в последующие 5-10-15 лет (прогноз целей научно-технического развития);
- 4) какие проблемы и задачи научного, технического, экономического и организационного характера необходимо решить для достижения научно-технического развития отрасли (прогноз ресурсов).

- *Смена поколений машин* является конкретным отображением использования результатов фундаментальных наук в общественном производстве.
- Эволюционное изменение характеристик машин внутри поколения можно выразить логической сигмоидальной кривой.

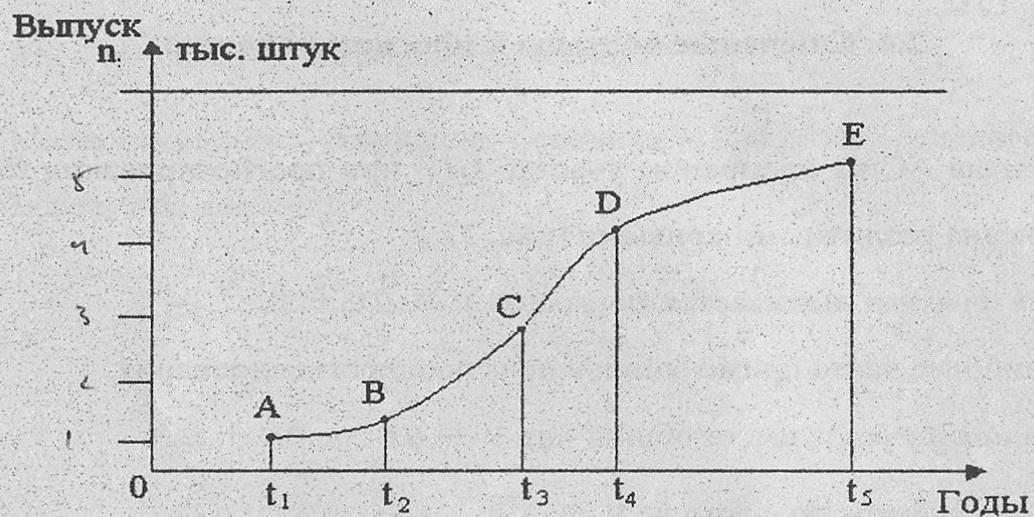


Рис. 3 Сигмоидальная кривая выпуска автомобилей.

- Время жизни поколения машин равно t_1-t_5 .
- На отрезке $t_1 t_2$ появляются первые модели машин нового поколения, хотя преобладают машины старого поколения.

Период времени $t_1 t_2$ в течение которого появляются первые машины нового поколения, имеющие малый удельный вес в общем парке автомобилей отрасли, называют *латентным периодом*.

- На временном отрезке $t_2 t_4$ происходит бурное развитие машин нового поколения. Этот процесс отражается на кривой резко возрастающим участком **BD** — *период роста*.

- На временном отрезке t_4 t_5 происходит постепенный спад темпов роста параметров машин данного поколения: физический принцип себя исчерпал. Отрезок кривой DE характеризует процесс резкого замедления роста параметров. Этот период называется *периодом сатурации*. Именно в этот период появляются идеи применения машин нового поколения.
- Точка С называется точкой перегиба и характеризует начальный момент от экспоненциального роста к сигмоидальной кривой.

Сигмоидальная кривая должна удовлетворять следующим условиям:

- кривая должна иметь точку перегиба;
- не содержать точек экстремума;
- должен существовать предел, к которому в бесконечности приближается кривая.

Сигмоидальные кривые применяются для кратко- и среднесрочного прогнозирования роста научно-технических параметров внутри одного поколения машин отрасли.

Ключевые подходы к прогнозированию

- Кривая АС на временном участке $t_1 t_3$ при прогнозировании может быть описана различными кривыми.

Линейная функция выражается формулой $y = ax + b$.

Наиболее часто применяется в практике прогнозирования.

Квадратная функция имеет общий вид $y = ax^2 + bx + c$.

Степенная функция по формуле $y = x^n$.

Показательная функция имеет уравнение $y = a^x$.

Наиболее часто применяют уравнение $y = e^x = \exp.e$.

- При проведении экстраполяционных расчетов исследователь должен четко представить возможные сроки прогноза.
- Существует правило, по которому срок прогноза равен $1/3$ исходного ряда.

Пример:

- если имеется ряд развития машин с 1990 по 2002 год, то по этим данным можно сделать прогноз на *четыре* года с 2003 по 2007 г.г.

- *Методом эвристического* прогнозирования называется метод получения и специальной обработки прогнозных оценок объекта путем опроса экспертов.
- Информационный массив прогнозирования включает в себя заполненные экспертами таблицы и *анкеты*. Этот метод относится к классу исследовательских и применяется для определения времени совершения события в будущем.

- Эксперт может дать три оценки срока наступления события А:

1. a_i оптимистическая оценка;
2. b_i - пессимистическая оценка;
3. m_i - мода, наиболее вероятная оценка.

Математическое ожидание события \bar{A} и дисперсия σ определяются по формулам:

$$\bar{A} = \frac{\gamma_1 \cdot a_i + \gamma_2 \cdot m_i + \gamma_3 \cdot b_i}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3}$$

$$\sigma_i^2 = \frac{(b_i - a_i)^2}{\gamma_4}$$

- На основании полученных значений \bar{A} и σ строятся модели прогнозируемого объекта для нескольких лет.

Теоретические основы прогнозирования технического состояния машин

- Основные требования, предъявляемые к прогнозированию технического состояния автомобилей.

Целью деятельности специалиста по технической эксплуатации автомобильного транспорта является обеспечение оптимального уровня затрат на поддержание работоспособности автомобиля в заданных условиях эксплуатации.

- Реализация этой цели возможна при наличии информации об изменении технического состояния автомобиля в прошлом, его состоянии в момент прогнозирования и методики прогнозирования на будущее.

Можно выделить три этапа полного прогнозирования:

- 1) ретроспекция;
- 2) диагностика;
- 3) прогноз.

- Первый этап — «ретроспекция» — заключается в исследовании прогнозируемого процесса в прошлом, выявлении и уточнении характеристик и структурных параметров процесса с его анализом и расчленением, установлении характера и изменений этих показателей. В результате исследований разрабатывают динамическую модель изучаемого процесса.
- На втором этапе — «диагностика» — устанавливают начальные и допускаемые изменения характеристик параметров, проводят их измерение, а также выбирают методы прогнозирования.

- Третий, заключительный, этап обычно включает прогноз параметров процесса в будущем.
для прогнозирования необходимо знать:
 - 1) критерии отказа (износ деталей, температура деталей, образование и развитие трещин, стоимость устранения отказа);
 - 2) методы количественного прогнозирования (функциональные закономерности);
 - 3) методику сбора данных или измерения значений деталей в эксплуатации;
 - 4) основные факторы, влияющие на интенсивность изменения технического состояния автомобилей.

Прогнозирование по среднестатистическому изменению параметра

- Этот метод позволяет предсказывать изменение параметра по данным среднестатистического его изменения при отсутствии информации о наработке в прошлом.
- *Исследователь оперирует следующими данными:*
 - текущим значением параметра объекта исследования, $u(t)$;
 - номинальным значением параметра,
 - допускаемым значением параметра в эксплуатации, u_{∂}
 - математической моделью изменения параметра.

- Задача состоит в том, чтобы определить остаточный ресурс объекта $t_{ост}$ с известной величиной v_c - скорости изменения параметра:

$$t_{ост} = \frac{u_d - u(t)}{v_c}$$

Линейная аппроксимация параметра определяется по формуле:

$$u(t) = v_c \cdot t + u_1 + u_{ном}$$

- Одним из критериев работоспособности детали, элемента конструкции является несущая способность, сопротивление хрупкому и усталостному разрушению.
- Критерии работоспособности агрегата или автомобиля в целом выбирают в зависимости от конкретных условий работы. При заданных рабочих режимах интенсивность изменения технического состояния агрегата, а, следовательно и отказа, зависит от состояния среды и изменения свойств материала, неизбежного при изменении температуры на поверхности трения.
- За экономический критерий технического состояния автомобиля принимаются удельные затраты на поддержание работоспособности.

- Если учитывать влияние эксплуатационных факторов на интенсивность изменения параметра (например, изнашивания), уравнение примет степенную функцию:

$$u(t) = U_c \cdot t^\alpha + u_1 + u_{\text{НОМ}}$$

В этом случае остаточный ресурс определится по формуле:

$$t_{\text{ост}} = \alpha \sqrt{\frac{u_{\text{д}} - u(t)}{U_c}},$$

- Пример

Определите остаточный ресурс гильзопоршневой группы двигателя по количеству газов, прорывающихся в картер на холостом ходу. Измерение параметра показало 59 л/мин .

Допускаемая и номинальная величина равна 90 и 28 л/мин . Известно, что изменение количества газов, прорывающихся в картер подчиняется степенной функции $u(t) = U_c \cdot t^\alpha + u_1$

с показателем степени $\alpha = 1,3$ при показателе приработки $u_1 = 1 \text{ л/мин}$. Время работы двигателя составило 2000 часов.

• Решение:

1) Из уравнения для текущего значения параметра, ч

$$u(t) = u_{\text{ном}} + v_c \cdot t^\alpha + u_1$$

$$59 \cdot 60 = 28 \cdot 60 + v_c \cdot 2000^{1,3} + 1 \cdot 60$$

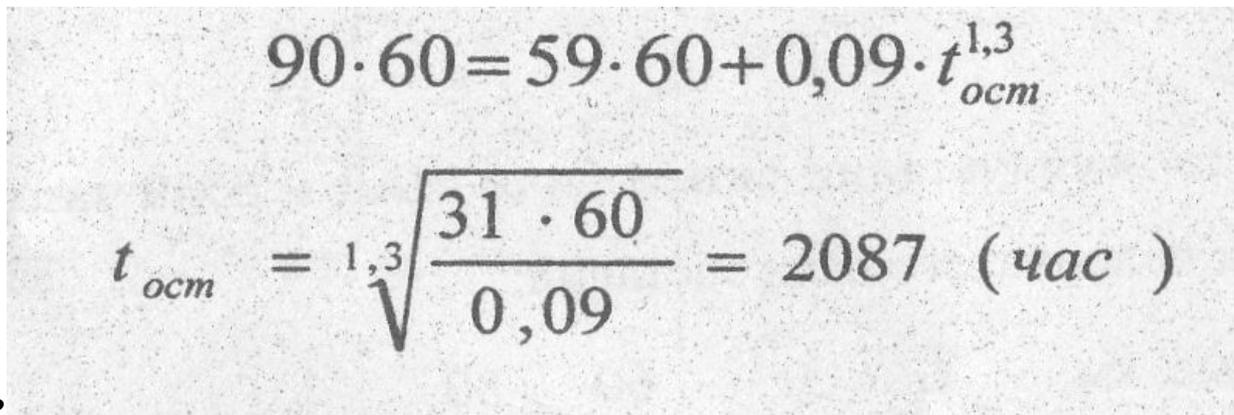
Найдём v_c - скорость среднего статистического измерения параметра, л/ч:

$$v_c = \frac{30 \cdot 60}{2000^{1,3}} = 0,09$$

2) Из уравнения допускаемой величины параметра

$$u_{\delta} = u(t) + v_c \cdot t_{ост}^a$$

Найдём $t_{ост}$, ч:



The image shows a handwritten derivation on a light-colored background. The first line is the equation $90 \cdot 60 = 59 \cdot 60 + 0,09 \cdot t_{ост}^{1,3}$. The second line shows the calculation of $t_{ост}$ as $t_{ост} = \sqrt[1,3]{\frac{31 \cdot 60}{0,09}} = 2087 \text{ (час)}$.

$$90 \cdot 60 = 59 \cdot 60 + 0,09 \cdot t_{ост}^{1,3}$$
$$t_{ост} = \sqrt[1,3]{\frac{31 \cdot 60}{0,09}} = 2087 \text{ (час)}$$

Ответ.

Ожидаемый остаток составляет 2087 часов.

Прогнозирование по реализации изменения параметра

- При прогнозировании по реализации считают, что изменение параметра элемента характеризуется экстраполяционной функцией, которая определяется по изменению параметра в прошлом.

- **Функции могут выражаться:**

1) линейной функцией в общем виде $y = ax + b$;

по времени $u(t) = at + b$;

по пробегу $u(l) = al + b$;

2) квадратной функцией в общем виде $y = ax^2 + bx + c$;

по времени $u(t) = at^2 + bt + c$;

по пробегу $u(l) = al^2 + bl + c$;

3) показательной функцией в общем виде $y = y_0 \cdot e^{at}$;

по времени $u(t) = u_0 \cdot e^{at}$;

по пробегу $u(l) = u_0 \cdot e^{al}$;

где u_0 – нулевое значение функции.

- **При решении задачи расчета ресурса исследователь должен иметь:**

- результаты измерения параметра;

- допускаемую величину параметра в эксплуатации;

- наработку объекта на период измерения параметра объекта исследования.

Планирование и проведение многофакторного эксперимента

- Основой прогнозирования является знание процессов, закономерности их развития.
- Многофакторный эксперимент позволяет проводить активный эксперимент с факторами, влияющими на техническое состояние узла, агрегата или в целом автомобиля.
- Полученные результаты эксперимента описывают уравнением, которое называется математической моделью.

- Планирование эксперимента — это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью.

При этом экспериментатор должен:

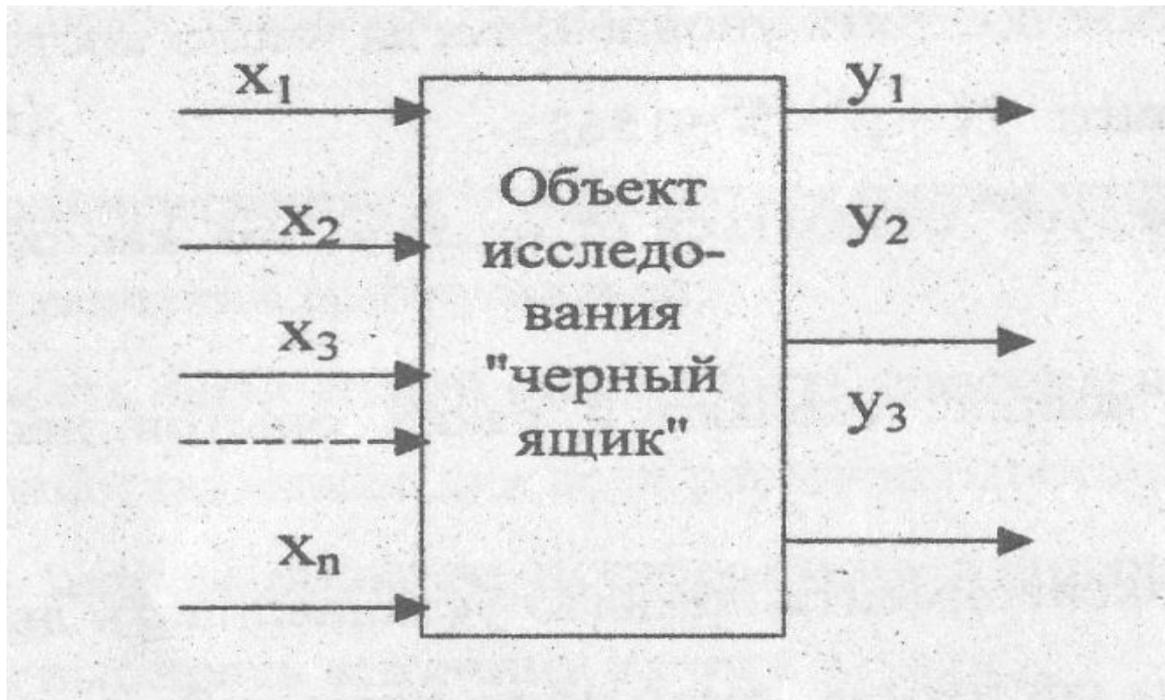
- провести минимум опытов;
- одновременно варьировать всеми переменными, определяющими процесс, по специальным правилам- алгоритмам;
- использовать математический аппарат;
- выбрать четкую стратегию проведения эксперимента.

- ***Классический эксперимент*** - представляет собой последовательность однофакторных экспериментов, при которых все независимые переменные, кроме одной, принимаются постоянными. В таких экспериментах невозможно определить характер взаимодействия факторов между собой.

Факторы и параметры оптимизации в планировании многофакторного эксперимента

- Многофакторное планирование позволяет получить математическую модель процесса, в котором задействованы одновременно все факторы.

Содержание планирования проиллюстрируем исследованием “черного ящика”. Например, пусть *объектом* исследования является *износ деталей*.



Входными величинами в черный ящик будут:

p - давление удельное;

V - скорость относительных перемещений деталей;

S - зазор между деталями; τ - время работы;

F - площадь контакта; T - температура.

- Выходными величинами будут:

γ - скорость изнашивания;

A - работа ударной нагрузки в сопряжении;

I - величина износа детали.

Переменные x_1, x_2, \dots, x_n - называются **факторами**.

Выходные величины y_1, y_2, \dots, y_n - называются **откликом или параметром оптимизации**.

Каждый фактор может принимать в опыте одно из нескольких значений. Такие значения будем называть **уровнями**.

- Обозначим число факторов через k , а число уровней - через p .

Чтобы узнать число состояний выходных параметров оптимизации следует возвести число уровней p в степень числа факторов k

$$N = p^k$$

В нашем примере число факторов $k=6$.

Пусть факторы имеют по пять уровней, тогда число состояний выходных параметров составит:

$$N = p^k = 5^6 = 15625$$

- В этих условиях следует отказаться от опытов, так как объем данных слишком велик.

Следует поставить вопрос: сколько и каких опытов необходимо включать в эксперимент?

При планировании эксперимента принято устанавливать два уровня для каждого фактора, тогда состояние выходного параметра будет принимать например, при $k=6$

$$p^k = 2^6 = 64$$

- Например, при исследовании износа детали $U=f(p, V, S, \tau, F, T)$ возможны следующие значения факторов:

	Уровень	
	(-)	(+)
$p, \text{ Н/мм}^2$	2	4
$V, \text{ м/с}$	0,3	0,6
$S, \text{ мм}$	0,1	0,3
$\tau, \text{ с}$	120	360
$F, \text{ м}^2$	0,01	0,016
$T, \text{ }^\circ\text{C}$	80	100

- Нижний уровень обозначают (-)
- Верхний уровень обозначают (+)

- *Параметр оптимизации* - это признак, по которому мы должны оптимизировать процесс (выходной параметр).

Параметр оптимизации должен быть:

- эффективным, как показатель;
- универсальными (то есть отражать состояние исследуемого процесса);
- количественным и выражаться одним числом;
- иметь физический смысл, быть простым и вычисляемым;
- существующим для всех различных состояний факторов.

К факторам предъявляют следующие требования:

- 1) Управляемость.
- 2) Непосредственное влияние на объект исследования.
- 3) Сочетание факторов не должно приводить к остановке эксперимента.

Математическое описание процесса изменения выходного параметра (выбор модели)

- Под моделью мы понимаем вид функции отклика:

$$y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Математическая модель позволяет предсказать дальнейший результат опыта.

Обычно для математической модели выбирают полином:

$$y=B_0+B_1X_1+B_2X_2+\dots+B_nX_n$$

Если неизвестную функцию заменяем полиномом, то эта операция называется *апроксимацией*

Полный факторный эксперимент.

- Для проведения эксперимента необходимо установить уровни факторов. Их устанавливают по результатам аналогичных опытов.
- **Основной** - нулевой уровень находится между $\min(-)$ и $\max(+)$ значениями. Интервал J между \min и \max должен быть одинаковым. Например, при исследовании износа детали $U=f(p, V, S, \tau, F, T)$ приняты следующие значения;

	(-)	0	(+)	J
$x_1 = p, \text{H/mm}^2$	2	3	4	1
$x_2 = V, \text{m/c}$	0,3	0,45	0,6	0,15
$x_3 = S, \text{mm}$	0,1	0,2	0,3	0,1
$x_4 = \tau, \text{c}$	120	240	360	120
$x_5 = F, \text{M}^2$	0,01	0,013	0,016	0,003
$x_6 = T, ^\circ\text{C}$	80	90	100	10

- Интервалы выбирают из условий работы агрегата.

Уровни факторов имеют численные значения при составлении уравнения и рассчитываются по формуле:

$$x_i = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_{i0}}{J}$$

Пример: $x_{1H} = \frac{2-3}{1} = -1$; $x_{1B} = \frac{4-3}{1} = +1$,

где X_{1H} – нижний уровень, X_{1B} – верхний уровень,

\bar{x}_i , \bar{x}_{i0} , - реальные физические значения.

- Величина интервала влияет на результат исследования, так как при постановке эксперимента можно “проскочить” оптимум. Поэтому как выбор основного уровня, так и ширина интервала влияет на результаты эксперимента.
- В общем случае эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется **полным факторным экспериментом**.

- Условия эксперимента можно записать в виде таблицы, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы - значениям факторов. Такие таблицы называются - **матрицами**.
Матрица планирования эксперимента 2^2 (полный факторный эксперимент) $N = 2^2 = 4$

Номер опыта n_i	ФАКТОРЫ	
	x_1	x_2
1	-	-
2	+	-
3	-	+
4	+	+

- Матрица планирования $2^3 = 8$ (полный факторный эксперимент)

Номер опыта n_i	ФАКТОРЫ			У, параметр оптимизации	$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$, определяю- щий контраст
	X_1	X_2	X_3		
1	-	-	+	Y_1	+
2	-	+	-	Y_2	+
3	+	-	-	Y_3	+
4	+	+	+	Y_4	+
5	-	-	-	Y_5	-
6	-	+	+	Y_6	-
7	+	-	+	Y_7	-
8	+	+	-	Y_8	-

- Произведения факторов $x_1 x_2 x_3$ показывают их взаимодействие и называются *определяющим контрастом*.
- В матрице планирования эксперимента знаки (—) и (+) обозначают два уровня факторов: нижний и верхний.
- *Полный факторный эксперимент обладает избыточностью информации.*
- Поэтому экспериментатор может исключить несущественные результаты эксперимента и сократить число опытов.

- Пример:
для оценки влияния трёх факторов на параметр оптимизации можно воспользоваться половиной полного факторного эксперимента 2^3 , используя опыты с первого по четвертый, или с пятого по восьмой. Эти половины матрицы называются *полуреplikой*.
- Полуреплики отличаются между собой знаком в произведении факторов по опытам. Для опытов с первого по четвертый это произведение $x_1 x_2 x_3 = +1$, а с пятого по восьмой опыты $x_1 x_2 x_3 = -1$. Каждая из полуреplik представляет дробный факторный эксперимент.

- Пример: полуреплика с первого по четвёртый опыт:

Номер опыта n_i	ФАКТОРЫ			$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$, определяющий контраст
	X_1	X_2	X_3	
1	-	-	+	+
2	-	+	-	+
3	+	-	-	+
4	+	+	+	+

Полуреплика обозначается условно в виде 2^{3-1}

- Объединение двух полуреплик в одной матрице представляет полный факторный эксперимент.
- При постановке эксперимента могут быть примеры от $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{16}$ реплик.

Число факторов	Дробная реплика	Условное обозначение	Число опытов	
			для дробной реплики	для полного факторного эксперимента
3	$\frac{1}{2}$ -реплика от 2^3	2^{3-1}	4	8
4	$\frac{1}{2}$ -реплика от 2^4	2^{4-1}	8	16
5	$\frac{1}{4}$ -реплика от 2^5	2^{5-2}	8	32
6	$\frac{1}{8}$ -реплика от 2^6	2^{6-3}	8	64
7	$\frac{1}{16}$ -реплика от 2^7	2^{7-4}	8	128

- При построении полуреплики 2^{3-1} существует всего две возможности приравнять x_3 : $x_3 = +x_1x_2$ или $x_3 = -x_1x_2$ поэтому есть только две полуреплики. Соотношения $x_3 = +x_1x_2$, $x_3 = -x_1x_2$ называются генерирующими соотношениями. Произведение трех факторов для полуреplik могут иметь два значения:

1) $x_1x_2x_3 = +1$ или 2) $x_1x_2x_3 = -1$

Символическое обозначение произведения всех факторов, равного (+1) или (-1), называется определяющим контрастом.

- При выборе полуреplik 2^{4-1} возможно восемь решений:

$$1) X_4 = X_1 X_2 \quad 3) X_4 = X_2 X_3 \quad 5) X_4 = X_1 X_3 \quad 7) X_4 = X_1 X_2 X_3$$

$$2) X_4 = -X_1 X_2 \quad 4) X_4 = -X_2 X_3 \quad 6) X_4 = -X_1 X_3 \quad 8) X_4 = -X_1 X_2 X_3$$

Разрешающая способность этих полуреplik различна.

Реплики 1-6 имеют по три фактора в определяющем контрасте, а 7-8 по четыре.

Реплики 7-8 имеют максимальную разрешающую способность и называются *главными*.

Определяющий контраст находится для главной реплики, умножением правой и левой частей на X_4 :

$$X_4 X_4 = X_1 X_2 X_3 X_4 \implies 1 = X_1 X_2 X_3 X_4$$

$$X_4 X_4 = -X_1 X_2 X_3 X_4 \implies 1 = -X_1 X_2 X_3 X_4$$

- Разумен выбор главной полуреплики, если имеется достоверная информация о большей значимости тройных взаимодействий по сравнению с парными или о незначимости парных взаимодействий.
- При выборе полуреплики для пяти факторов возможны 22 варианта 2^{5-1} (16 опытов).
Реплики $x_5 = x_1 x_2 x_3 x_4$ и $x_5 = -x_1 x_2 x_3 x_4$ имеют наибольшую разрешающую способность.

- Рассмотрим пример построения матрицы планирования эксперимента.

Допустим, что выбран вариант 5 с

генерирующими соотношениями: $X_4 = X_1 X_3$ и

$X_5 = X_1 X_2 X_3$, а определяющие контрасты равны:

$$1 = X_4 X_1 X_3$$

$$1 = X_5 X_1 X_2 X_3.$$

Пример построения матрицы дробного факторного эксперимента 2^{5-2}

Номер опыта n_i	ФАКТОРЫ				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	+	+	-	-	-
2	-	-	-	+	-
3	+	-	-	-	+
4	-	+	-	+	+
5	+	-	+	+	-
6	-	+	+	-	-
7	+	+	+	+	+
8	-	-	+	-	+

- Графу x_1 заполняем произвольно по свойству симметрии. Графы x_2 и x_3 заполняем подбором знаков плюс и минус по свойствам симметрии и ортогональности матрицы. Графу x_4 заполняем по генерирующему соотношению: $x_4 = x_1x_3$. В графе x_5 знаки фактора подсчитываем по генерирующему соотношению: $x_5 = x_1x_2x_3$.
- Матрицы являются табличным планом проведения эксперимента.
- По результатам опытных данных получают уравнение, которое называется математической моделью.

- Пусть, например, проведен эксперимент по полуреплике 2^{3-1} с генерирующим соотношением $X_3 = X_1X_2$, то есть с определяющим контрастом $X_1X_2X_3=1$, и получены значения параметров оптимизации y .

Номер опыта n_i	ФАКТОРЫ			$X_1X_2X_3$, определяющий контраст	y , параметр оптимизации
	X_1	X_2	X_3		
1	-	-	+	+	5
2	-	+	-	+	7
3	+	-	-	+	9
4	+	+	+	+	15
θ_0					9
θ_1	3				
θ_2		2			
θ_3			1		

- Уравнение регрессии будем искать в виде:

$$y = \nu_0 + \nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 + \nu_3 x_3$$

Коэффициент ν_0 определяется по формуле:

$$\nu_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$$

где N - число опытов; y_i - значение параметра оптимизации в эксперименте по опытам.

$$\nu_0 = \frac{5 + 7 + 9 + 15}{4} = 9$$

- Коэффициенты уравнения b_1, b_2, b_3 определяются по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} y_i}{N}$$

где j - знаки факторов, $j=(+),(-)$; i - номер опыта ,
 $i=1\dots N$

$$b_1 = \frac{-5 - 7 + 9 + 15}{4} = 3$$

$$b_2 = \frac{-5 + 7 - 9 + 15}{4} = 2$$

$$b_3 = \frac{5 - 7 - 9 + 15}{4} = 1$$

- Подставим в уравнение регрессии полученные значения факторов и получим математическую модель:

- $y = 9 + 3x_1 + 2x_2 + 1x_3$

Проверим точность полученной математической модели. Подставим в кодовых обозначениях значения факторов.

$$y_1 = 9 + 3(-1) + 2(-1) + 1(+1) = 5$$

$$y_2 = 9 + 3(-1) + 2(+1) + 1(-1) = 7$$

$$y_3 = 9 + 3(+1) + 2(-1) + 1(-1) = 9$$

$$y_4 = 9 + 3(+1) + 2(+1) + 1(+1) = 15$$

- Полученные расчётные значения по математической модели соответствуют экспериментальным данным.
- Такие математические модели называются *адекватными*.