



# ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

- 1. Потоки платежей, их классификация и основные параметры**
- 2. Нарращение финансовых рент**
- 3. Приведение финансовых рент**

# ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

1. **Потоки платежей, их классификация и основные параметры**
2. **Наращение финансовых рент**
3. **Приведение финансовых рент**

## 1. Потоки платежей, их классификация и основные параметры

Современные финансово-кредитные операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени (погашении задолженности в рассрочку, периодическое поступление доходов от инвестиций, выплата пенсий и т.д.). Такие последовательности или ряды платежей называют **потоком платежей**, потоком наличности, денежным потоком, «cash-flow» (кэш-фло).

Отдельный элемент этого ряда называют **членом потока**. Введение понятия «поток платежей» в практику количественного анализа произошло сравнительно недавно, это расширило его возможности и рамки.

Потоки платежей могут быть:

**регулярными,  
нерегулярными.**

В **нерегулярном потоке платежей** членами являются как положительные величины (поступления), так и отрицательные величины (выплаты), а соответствующие платежи могут производиться через разные интервалы времени.

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют **финансовой рентой**, или просто **рентой**, а иногда **аннуитетом** независимо от назначения или происхождения платежей (например, рентой является последовательность получения процентов по облигации, платежи по потребительскому кредиту, выплаты в рассрочку страховых премий и т.д.)

Для финансовых рент разработаны *стандартные формулы*, что упрощает количественный их анализ и проводимые расчеты.

Рента характеризуется следующими параметрами:

- член ренты** — размер отдельного платежа,
- период ренты** — временной интервал между двумя последовательными платежами,
- срок ренты** — время от начала первого периода ренты до конца последнего периода,
- процентная ставка** — ее размер не всегда оговаривается.

При характеристике отдельных видов рент необходимы дополнительные условия и параметры: **число платежей в году, способ и частота начислений процентов** плюс, **обобщающие параметры**.

Чаще всего анализ потоков платежей предполагает расчет одной из двух обобщающих характеристик: **наращенной суммы** или **современной стоимости**.

Нарращенная сумма потока платежей (amount of cash flow) – сумма всех его членов с начисленными на них к концу срока процентами.

Под **современной стоимостью потока платежей** понимают сумму всех его членов, дисконтированных на начало срока ренты или некоторый упреждающий момент времени (в старой русской финансовой литературе аналогичный по содержанию показатель назывался **настоящей ценой платежей**).

**Наращенная сумма** может представлять собой общую сумму накопленной задолженности к концу срока, итоговый объем инвестиций, накопленный денежный резерв и т.д.

**Современная стоимость** характеризует приведенные к началу осуществления проекта инвестиционные затраты, суммарный капитализированный доход или чистую приведенную прибыль от реализации проекта и т.п.

Обобщающие параметры потоков платежей используются:

- для разработки планов последовательного погашения задолженности,
- для измерения эффективности проекта,
- для сравнения безубыточного изменения условий контрактов и т.д.

В практике применяют разные по своим условиям ренты. В основу их классификации могут быть положены различные признаки. Рассмотрим некоторые из таких классификаций.

По количеству выплат членов ренты на протяжении года можно выделить:

- **годовые ренты** (выплата один раз в год),
- **р-срочные ренты** ( $r$  – количество выплат в году),
- **ренты с периодами, превышающими один год**, применяются реже, но встречаются.

Перечисленные виды ренты называют **дискретными**. В финансовой практике встречаются и с такими последовательностями платежей, которые производятся столь часто, что их практически можно рассматривать как **непрерывные**.

По количеству начислений процентов на протяжении года различают:

- ренты с ежегодным начислением,
- ренты с начислением  $m$  раз в году,
- ренты с непрерывным начислением,

По количеству членов различают:

- ренты с конечным числом членов, т. е. **ограниченные по срокам ренты** (их срок заранее оговорен),
- **бесконечные**, или **вечные ренты**.

С **вечной рентой** встречаются на практике в ряде долгосрочных операций, когда предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными деталями. В качестве вечной ренты логично рассматривать и **выплаты процентов по облигационным займам** с неограниченными сроками.

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения), ренты делятся на:

- **немедленные**,
- **отложенные** или **отсроченные**.

Моменты начисления процентов необязательно совпадают с моментами выплат членов ренты. Однако расчеты заметно упрощаются, если два указанных момента совпадают.

По величине своих членов ренты делятся на:

- **постоянные** (с одинаковыми платежами),
- **переменные** – члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например, арифметической или геометрической прогрессии, либо несистематично (задаются таблицы).

По вероятности выплат ренты делятся на:

- верные,
- условные.

**Верные ренты** подлежат безусловной выплате, например, при погашении кредита. Число членов такой ренты заранее известно.

Выплата **условной ренты** ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестны. К условным рентам относятся страховые аннуитеты – различные последовательные платежи в имущественном и личном страховании (например, **пожизненная выплата пенсии**).

Очень важным является различие рент по моменту выплат платежей в пределах периода. Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют **обыкновенными или постнумерандо**. Если же платежи производятся вначале периодов, то их называют **пренумерандо**. Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег **в середине периодов**.

## 2. Нарращение финансовых рент

### Нарращенная сумма постоянной ренты постнумерандо.

Пусть в течение  $n$  лет в банк в конце каждого года вносят по  $R$  рублей. На взносы начисляются сложные проценты по ставке  $i$  процентов годовых. Таким образом, имеется рента, член которой равен  $R$ , а срок  $n$ . Все члены ренты, кроме последнего, приносят проценты – на первый член процента начисляются  $n-1$  год, на второй  $n-2$  и т.д. На последний взнос проценты не начисляются (рента постнумерандо).

Наращенные к концу каждого года взносы составят:

$$R (1+i)^{n-1}, R (1+i)^{n-2}, \dots, R (1+i)^2, R (1+i), R$$

Перепишем этот ряд в обратной последовательности:

$$R, R (1+i), R (1+i)^2, \dots, R (1+i)^{n-2}, R (1+i)^{n-1}$$

Этот ряд представляет собой *геометрическую прогрессию* со знаменателем  $(1+i)$  и первым членом  $R$ . Число членов прогрессии равно  $n$ . Искомая величина равна **сумме членов этой прогрессии.**

Напомним, что **геометрическая прогрессия** — последовательность чисел (членов прогрессии), в которой каждое последующее число, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на определённое число (*знаменатель* прогрессии).

**Формула суммы первых  $n$  первых членов геометрической прогрессии** имеет вид:

$$S_n = \begin{cases} \sum_{i=1}^n b_i = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, & \text{if } q \neq 1 \\ nb_1, & \text{if } q = 1 \end{cases}$$

Отсюда:

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

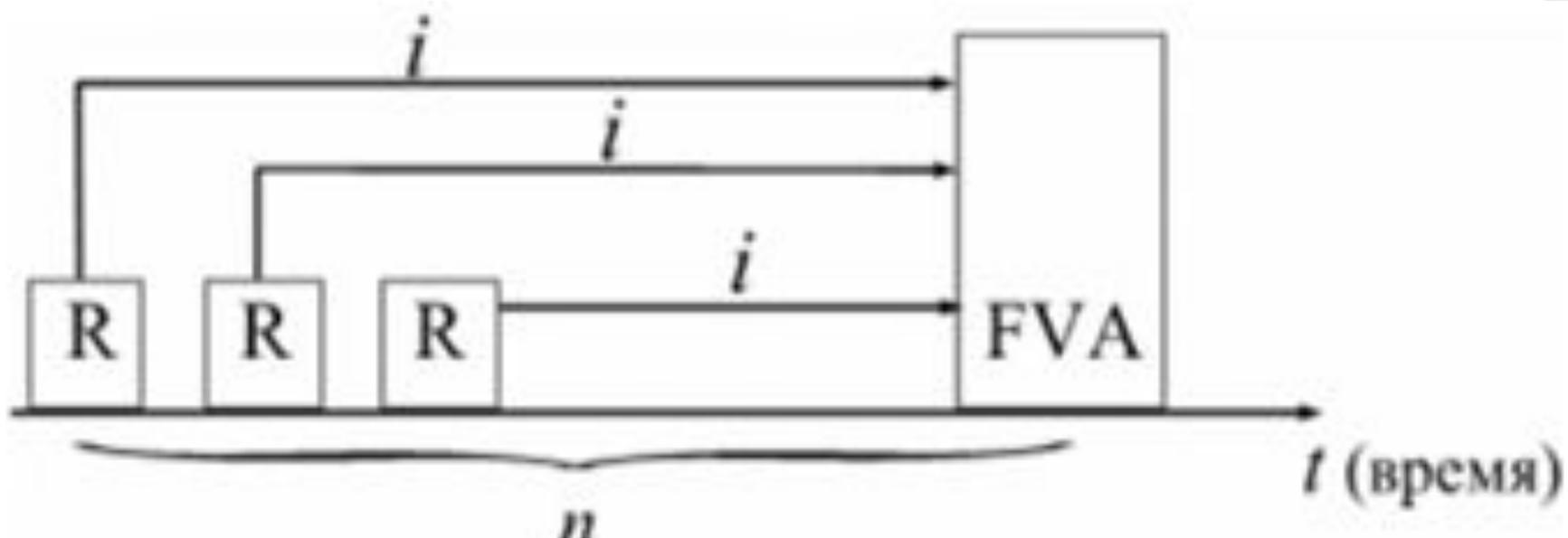
Обозначим множитель, на который умножается  $R$ , через  $S_{n;i}$ .

Индекс  $n;i$  указывает на продолжительность ренты и величину процентной ставки.

Этот множитель называют **коэффициентом наращивания ренты**. Он представляет собой наращенную сумму ренты, член которой равен 1.

$$S_{n;i} = ((1+i)^n - 1)/i = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^t \text{ или } S = R \times S_{n;i} \quad (1)$$

$$S_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$



$$FVA = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R \cdot s_{n,i}$$

Рис. - Логика финансовой операции наращивания финансовой ренты

### 3. Приведение финансовых рент

#### Современная стоимость постоянной ренты постнумерандо (P).

Условия:

член ренты равен  $R$ ,  
срок  $n$ ,  
ежегодное дисконтирование,  
рента немедленная.

Дисконтированная величина первого платежа равна:

$$R \text{ или } \frac{1}{(1+i)^1} Rv$$

где  $v = 1/(1+i)$  – коэффициент дисконтирования,

Дисконтированная величина второго платежа равна:  $Rv^2$ ,

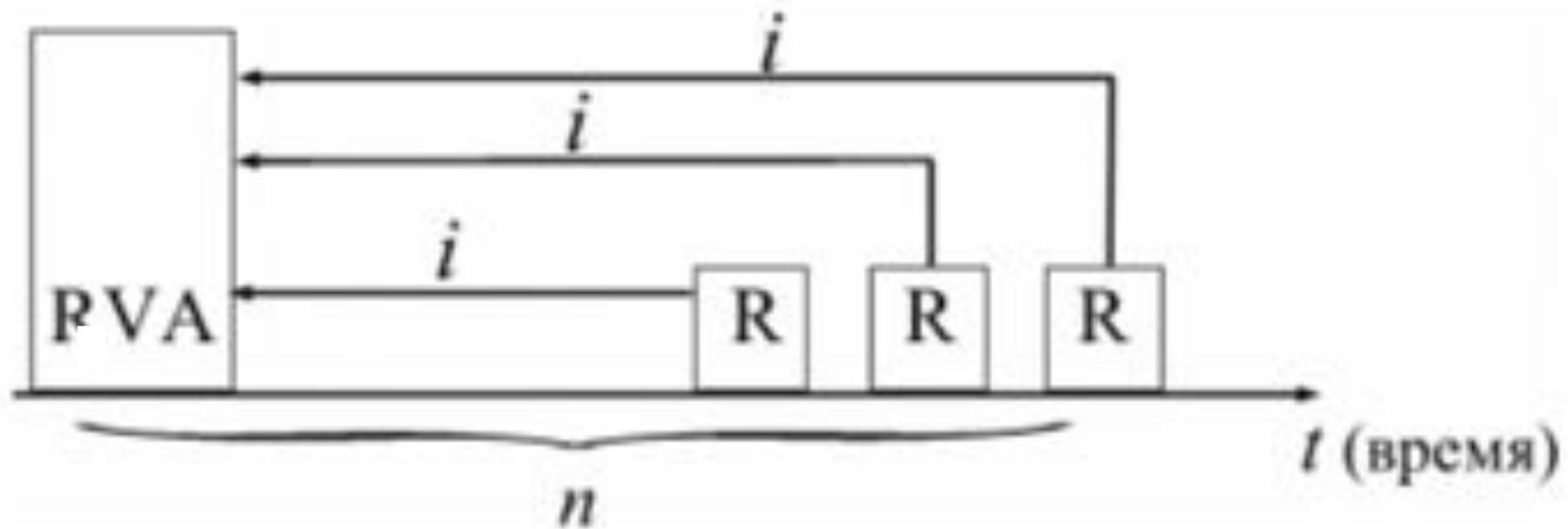
Дисконтированная величина последнего платежа равна:  $Rv^n$ .

**Т. е. получаем ряд геометрической прогрессии с первым членом  $Rv$  и знаменателем  $v$ .**

$$P = R \sum_{t=0}^{n-1} v^t = R \sum_{t=1}^n v^t = Rv(v^n-1)/(v-1) = R(1-v)/i = R(1-(1+i)^{-n})/i$$

$$a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

**Коэффициент приведения ренты** характеризует современную стоимость ренты с членом, равным 1.



$$PVA = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = R \cdot a_{n,i}.$$

**Рис. - Логика финансовой операции определения современной величины потока платежей**



Кубанский государственный  
аграрный университет

Факультет  
прикладной  
информатики

**Спасибо за внимание**

Кафедра  
экономической  
кибернетики

Бурда Алексей  
Григорьевич