СОРТИРОВКА

Сортировка

Пусть есть последовательность a0, a1... an и функция сравнения, которая на любых двух элементах последовательности принимает одно из трех значений: меньше, больше или равно.

Задача сортировки состоит в перестановке членов последовательности таким образом, чтобы выполнялось условие: ai <= ai+1, для всех i от 0 до n.

Возможна ситуация, когда элементы состоят из нескольких полей:

Рис. 1

Если значение функции сравнения зависит только от поля x, то x называют ключом, по которому производится сортировка. На практике, в качестве x часто выступает число, а поле y хранит какие-либо данные, никак не влияющие на работу алгоритма.

Время сортировки - основной параметр, характеризующий быстродействие алгоритма.

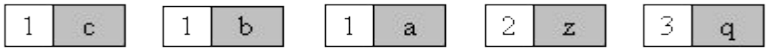
Память - ряд алгоритмов требует выделения дополнительной памяти под временное хранение данных. При оценке используемой памяти не будет учитываться место, которое занимает исходный массив и независящие от входной последовательности затраты, например, на хранение кода программы.

Устойчивость - устойчивая сортировка не меняет взаимного расположения равных элементов. Такое свойство может быть очень полезным, если они состоят из нескольких полей, как на рис. 1, а сортировка происходит по одному из них, например, по x.

Исходные данные

Пример работы устойчивой сортировки.

Взаимное расположение равных элементов с ключом 1 и дополнительными полями "a", "b", "c" осталось прежним: элемент с полем "a", затем - с "b", затем - с "c".



Пример работы неустойчивой сортировки.

Взаимное расположение равных элементов с ключом 1 и дополнительными полями "a", "b", "c" изменилось.

Естественность поведения - эффективность метода при обработке уже отсортированных, или частично отсортированных данных. Алгоритм ведет себя естественно, если учитывает эту характеристику входной последовательности и работает лучше.

Сортировка вставками

Делаются проходы по части массива, и в его начале "вырастает" отсортированная последовательность.

Для i-го шага последовательность разделена на две части: готовую a[0]...a[i] и неупорядоченную a[i+1]...a[n].

На следующем, (i+1)-м каждом шаге алгоритма берем a[i+1] и вставляем на нужное место в готовую часть массива.

Поиск подходящего места для очередного элемента входной последовательности осуществляется путем последовательных сравнений с элементом, стоящим перед ним. В зависимости от результата сравнения элемент либо остается на текущем месте(вставка завершена), либо они меняются местами и процесс повторяется.

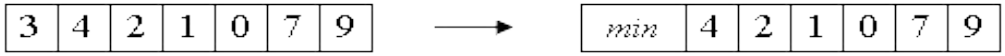
Таким образом, в процессе вставки мы "просеиваем" элемент x к началу массива, останавливаясь в случае, когда найден элемент, меньший x или достигнуто начало последовательности.

Анализ сортировки вставками

- После каждой итерации только один элемент данных помещается в свою правильную позицию.
- При сортировке вставками выполняется меньше перестановок, чем в пузырьковой сортировке.
- Наихудший случай — когда все элементы данных отсортированы в обратном порядке.
- Наилучший случай — когда элементы ***почти*** отсортированы в правильном порядке.
- Сортировка вставками легко реализуется.

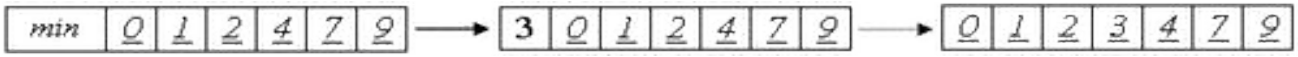
Сортировка вставками со сторожевым элементом

На каждом шаге внутреннего цикла сортировки вставками проверяются 2 условия. Можно объединить их в одно, поставив в начало массива специальный *сторожевой элемент*. Он должен быть заведомо меньше всех остальных элементов массива.



Тогда при j=0 будет заведомо верно a[0] <= x. Цикл остановится на нулевом элементе, что и было целью условия j>=0.

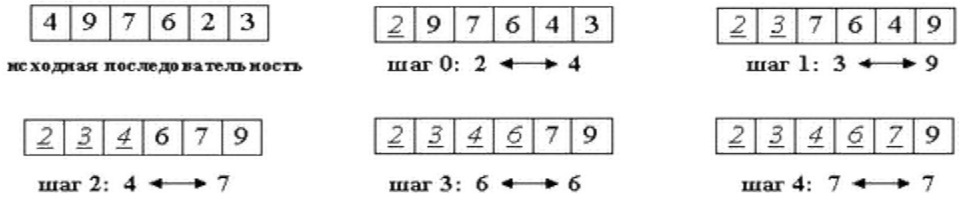
Таким образом, сортировка будет происходить правильным образом, а во внутреннем цикле станет на одно сравнение меньше. Однако, отсортированный массив будет не полон, так как из него исчезло первое число. Для окончания сортировки это число следует вернуть назад, а затем вставить в отсортированную последовательность a[1]...a[n].



Сортировка выбором

Идея метода состоит в том, чтобы создавать отсортированную последовательность путем присоединения к ней одного элемента за другим в правильном порядке. Будем строить готовую последовательность, начиная с левого конца массива. Алгоритм состоит из n последовательных шагов, начиная от нулевого и заканчивая (n-1)-м.

На i-м шаге выбираем наименьший из элементов a[i] ... a[n] и меняем его местами с a[i]. Последовательность шагов при n=5 изображена на рисунке ниже.



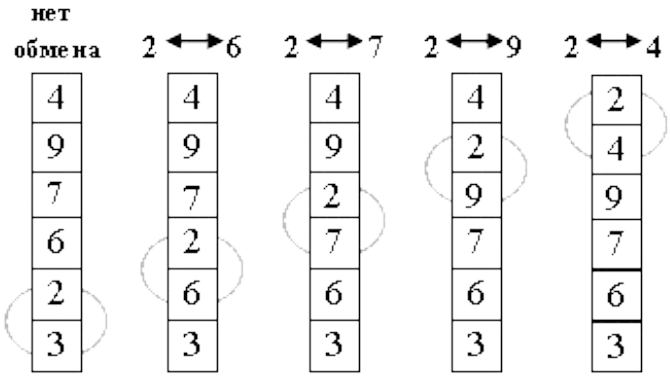
Вне зависимости от номера текущего шага i, последовательность a[0]...a[i] (выделена курсивом) является упорядоченной. Таким образом, на (n-1)-м шаге вся последовательность, кроме a[n] оказывается отсортированной, а a[n] стоит на последнем месте по праву: все меньшие элементы уже ушли влево.

Анализ сортировки выбором

- Метод основывается на нахождении максимального (минимального) значения и перестановках.
- Всего потребуется *n*-1 раз выполнить эту последовательность действий.
- В процессе сортировки будет увеличиваться отсортированная часть массива, а не отсортированная, соответственно, уменьшаться.
- Общее количество сравнений для сортировки выбором можно вычислить так:
  - $(n-1) + (n-2) + (n-3) + \ldots + [n-(n-1)] = n(n-1)/2 = n^2/2 - n/2 = 0(n^2)$ - это сценарий худшего и лучшего случаев.
- Сортировка выбором не учитывает частичной сортировки, которая может существовать в исходных данных.

Сортировка пузырьком

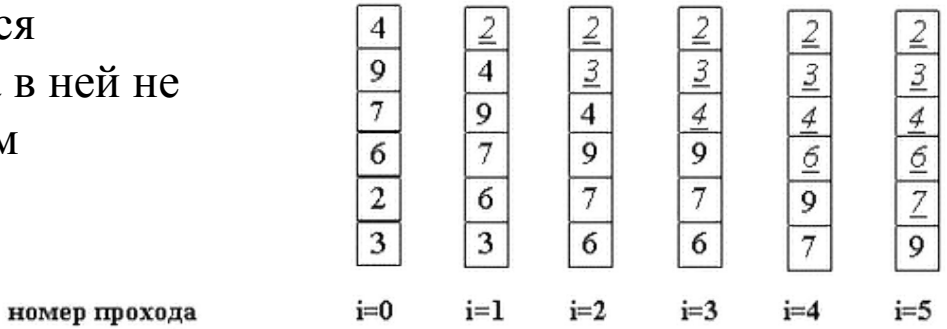
Расположим массив сверху вниз, от нулевого элемента - к последнему.
Идея метода: шаг сортировки состоит в проходе снизу вверх по массиву. По пути просматриваются пары соседних элементов. Если элементы некоторой пары находятся в неправильном порядке, то меняем их местами.



Нулевой проход, сравниваемые пары выделены

После нулевого прохода по массиву "вверху" оказывается самый "легкий" элемент - отсюда аналогия с пузырьком. Следующий проход делается до второго сверху элемента, таким образом второй по величине элемент поднимается на правильную позицию...

Делаем проходы по все уменьшающейся нижней части массива до тех пор, пока в ней не останется только один элемент. На этом сортировка заканчивается, так как последовательность упорядочена по возрастанию.



Анализ пузырьковой сортировки

- После каждой итерации только один элемент данных помещается в свою правильную позицию.
- При пузырьковой сортировке сравниваются и переставляются ***смежные*** элементы данных.
- Худший случай — когда элементы данных отсортированы в обратном порядке.
- Лучший случай — когда элементы данных уже отсортированы в правильном порядке.
- Пузырьковая сортировка легко реализуется и не требует дополнительной памяти.

Сортировка слиянием

- Метод сортировки "слиянием" состоит в разбиении данного массива на несколько частей, которые сортируются по отдельности и впоследствии "сливаются" в одну.
- Операция слияния:
  - из каждой части выбирается по одному элементу, и меньший из них помещается в результирующий массив.
  - так продолжается до тех пор, пока не будет исчерпана одна из частей,
  - оставшаяся часть просто переносится в конец результирующего массива.

Анализ сортировки слиянием

- Сортировка слиянием представляет собой пример стратегии "разделяй и властвуй":
  - В этом методе фаза разбиения очень простая: она просто делит список пополам. Фаза слияния более сложная.
- На каждом просмотре сортировка слиянием проходит весь список и выполняет *O(n)* сравнений.
- На первом просмотре при сортировке слиянием рассматривается только один список.
- На втором просмотре этот алгоритм разбивает список на две половины, а затем сортирует и сливает их.
- Поскольку список разбивается пополам, мы получаем не более log_2 подсписков для списка из *n* элементов.
- В худшем случае сортировка слиянием имеет производительность порядка $nlog_2n$.

Быстрая сортировка

- Алгоритм основан на сравнениях и обменах элементов, стоящих на возможно больших расстояниях друг от друга.
- Используется *рекурсивная реализация* сортировки:
  - Выбрать элемент данных и сделать его точкой разбиения таким образом, чтобы он разбивал массив на левый и правый подмассивы.

  - Применить быструю сортировку к левому подмассиву.
  - Применить быструю сортировку к правому подмассиву.

Анализ быстрой сортировки

- Быструю сортировку следует рассмотреть одной из первых при выборе метода внутренней сортировки.
- Этот алгоритм содержит сложную фазу разбиения и простую фазу слияния.
- В лучшем случае выполняется работа порядка $n\log_2 n$; в худшем случае выполненная работа эквивалентна работе при сортировке выбором, т.е. $O(n^2)$.
- Производительность быстрой сортировки сильно зависит от выбора точки разбиения.
- Лучше всего быстрая сортировка сортирует массивы, в которых порядок элементов в массиве случаен.

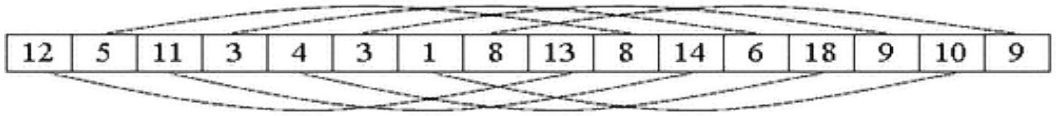
Сортировка Шелла

Сортировка Шелла является модификацией алгоритма сортировки простыми вставками.

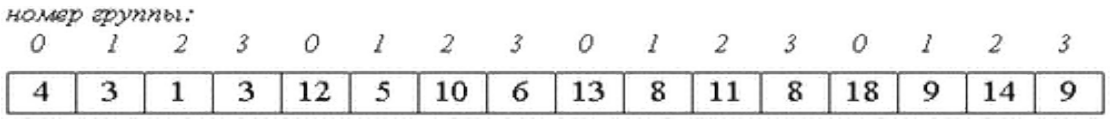
Рассмотрим следующий алгоритм сортировки массива a[0].. a[15].

12	8	14	6	4	9	1	8	13	5	11	3	18	3	10	9

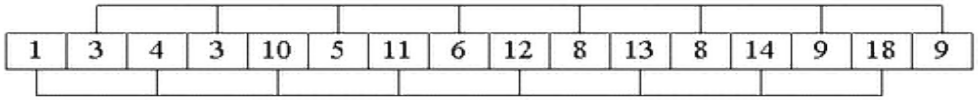
1. Сортируем простыми вставками каждые 8 групп из 2-х элементов (a[0], a[8[), (a[1], a[9]), ... , (a[7], a[15]).



2. Сортируем каждую из четырех групп по 4 элемента (a[0], a[4], a[8], a[12]), ..., (a[3], a[7], a[11], a[15]). В нулевой группе будут элементы 4, 12, 13, 18, в первой - 3, 5, 8, 9 и т.п.



3. Сортируем 2 группы по 8 элементов, начиная с (a[0], a[2], a[4], a[6], a[8], a[10], a[12], a[14]).



4. Сортируем вставками все 16 элементов.

1	3	3	4	5	6	8	8	9	9	10	11	12	13	14	18

Анализ сортировки Шелла

- Производительность худшего случая находится в интервале от $n^{1,5}$ до $1.6n^{1,25}$.
- Эффективность этого метода сильно зависит от выбора последовательности значений для h (число разбиений на подмассивы).
  - Не существует идеальной формулы для выбора этой последовательности, но хорошо подобранные последовательности показывают производительность сортировки по методу Шелла порядка $nlog_2n$.
- Сортировка по методу Шелла практически нечувствительна к исходным данным и показывает худшую производительность, чем пузырьковая сортировка и сортировка вставками, когда исходные данные почти отсортированы.
- Для случайных наборов данных сортировку Шелла следует рассматривать в числе первых.

Сортировка подсчетом

Идея алгоритма состоит в следующем:

- для каждого элемента найти, сколько элементов, меньших определенного числа,
- поместить это число на соответствующие место.

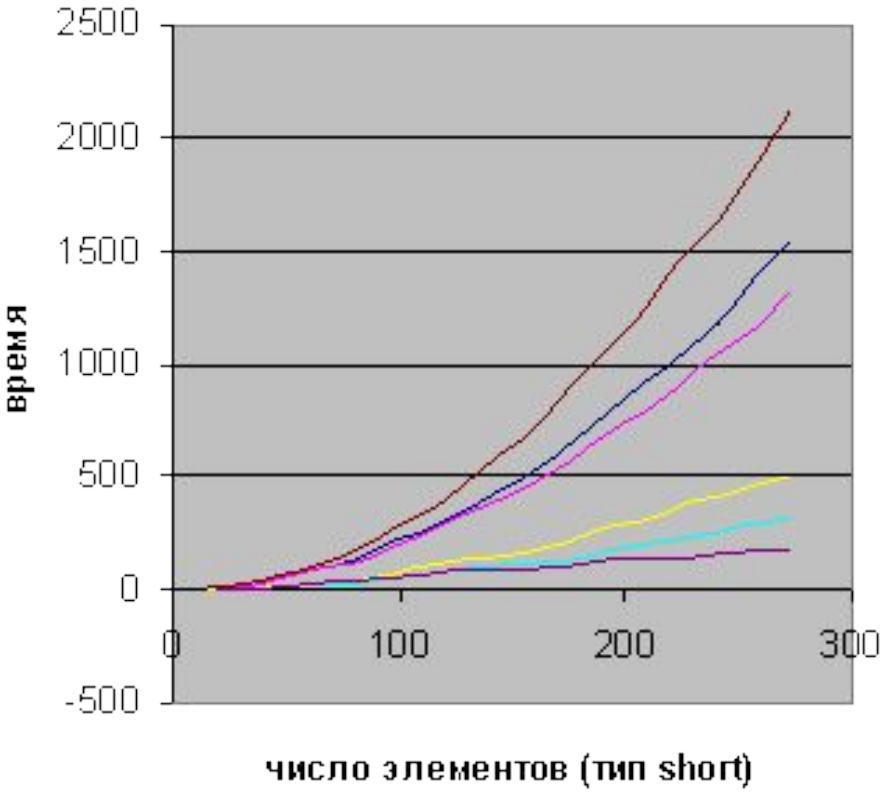
Особенности алгоритма:

- Сортировка подсчетом метод подходит для сортировки целых чисел из не очень большого диапазона.
- Этот простой метод не использует вложенных циклов и, учитывая небольшой диапазон значений, время его работы есть $O(n)$.

Поразрядная сортировка

- Поразрядная (цифровая) сортировка является *улучшенной сортировкой подсчетом*, которая позволяет сортировать числа большего диапазона, используя другую устойчивую сортировку.
- Идея состоит в следующем:
  - Отсортировать числа по младшему разряду,
  - Потом устойчивой сортировкой отсортировать по второму, третьему, и так до старшего разряда.
  - В качестве устойчивой сортировки можно выбрать сортировку подсчетом, в виду малого времени работы.
- Время работы всей сортировки есть $O(n)$.
- Таким способом можно сортировать не только числа, но и строки, если же использовать сортировку слиянием в качестве устойчивой, то можно сортировать объекты по нескольким полям.

Сравнение времени сортировок



коричневая линия: сортировка пузырьком;
синяя линия: шейкер-сортировка;
розовая линия: сортировка выбором;
желтая линия: сортировка вставками;
голубая линия: сортировка вставками со сторожевым элементом;
фиолетовая линия: сортировка Шелла

Сравнение характеристик методов сортировки

Метод сортировки	***Преимущества***	***Недостатки***
Сортировка вставками	• Простой код • Стабильная сортировка • ***O****(n)* сравнений в лучшем случае • Сортировка массивов по месту	*0(n²)* сравнений в среднем
Быстрая сортировка	Самая быстрая в среднем случае	• Сложный код • Очень плохая производительность в худшем случае • Необходимо дополнительное стековое пространство *O(logn)* • Нестабильная сортировка
Сортировка выбором	• Простой код • Стабильная сортировка • Сортировка массивов по месту • Количество перестановок *O(n)*	Среднее количество сравнений *0(n²)*
Сортировка по методу Шелла	• Простой код • Сортировка массивов по месту • Производительность худшего случая лучше других методов *0(n^1,25)*	• Нестабильная сортировка • Быстрая сортировка в большинстве случаев лучше сортировки Шелла