

# **Растяжение и сжатие.**

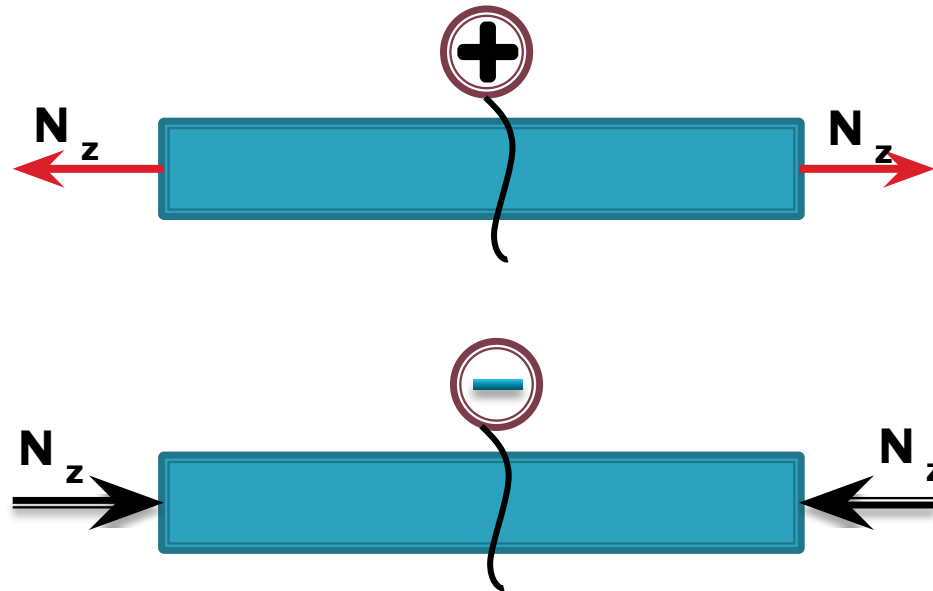
**Статически определимые системы.**

**Определение внутренних усилий,  
напряжений, деформаций и перемещений.**

**Расчеты на прочность.**

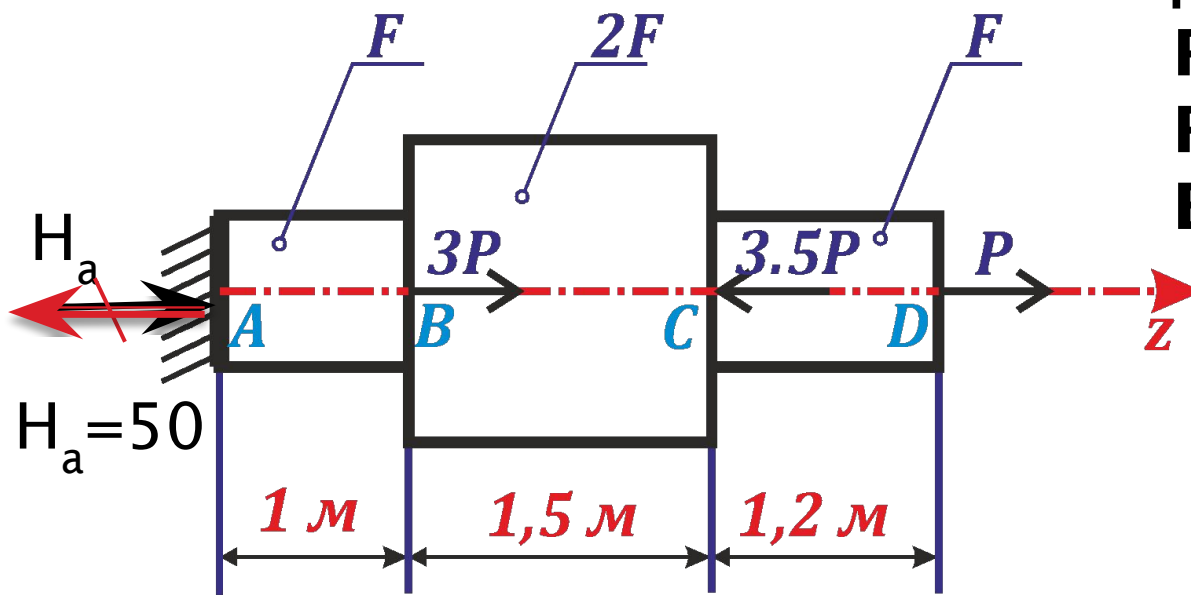
- При растяжении и при сжатии в поперечных сечениях стержней действует только продольное усилие ( $N_z$ ).
- Расчетные формулы для растянутых и сжатых стержней одинаковы. Различаются только знаком продольного усилия.

**ПРАВИЛО ЗНАКОВ**



# Пример 1.

- ▣ Для изображенного на рисунке 1 стержня требуется:
- ▣ определить внутренние усилия ( $N_z$ );
- ▣ построить эпюру нормальных сил ( $N_z$ );
- ▣ определить нормальные напряжения ( $\sigma_z$ );
- ▣ построить эпюру нормальных напряжений;
- ▣ определить перемещения поперечных сечений ( $\Delta_z$ );
- ▣ построить эпюру перемещений ( $\Delta_z$ ).

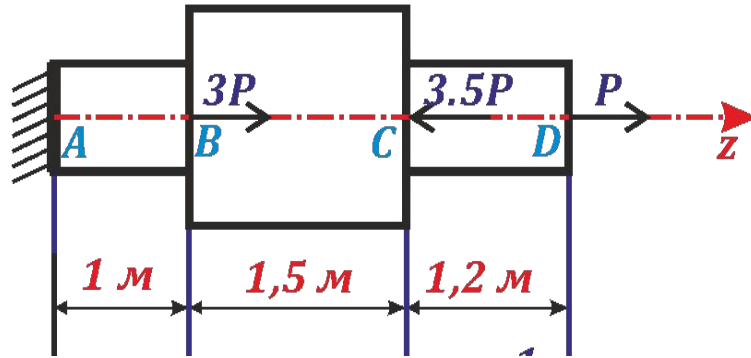


Дано:  
 $P=100$  кН  
 $R=180$  МПа  
 $E=200$  ГПа

Рис.1.

- 1. Определяем опорные реакции:
- ▶  $\sum F_z = 0: 3P - 3,5P + P + H_a = 0;$
- ▶  $H_a = -0,5P = -0,5 \cdot 100 = -50$  кН

## ▣ 2. Определяем внутренние усилия.



Участок CD:  $0 < z < 1,2 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{CD} + P = 0$$

$$N_{CD} = P = 100 \text{ кН}$$

Участок BC:  $0 < z < 1,5 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{BC} + P - 3,5 P = 0$$

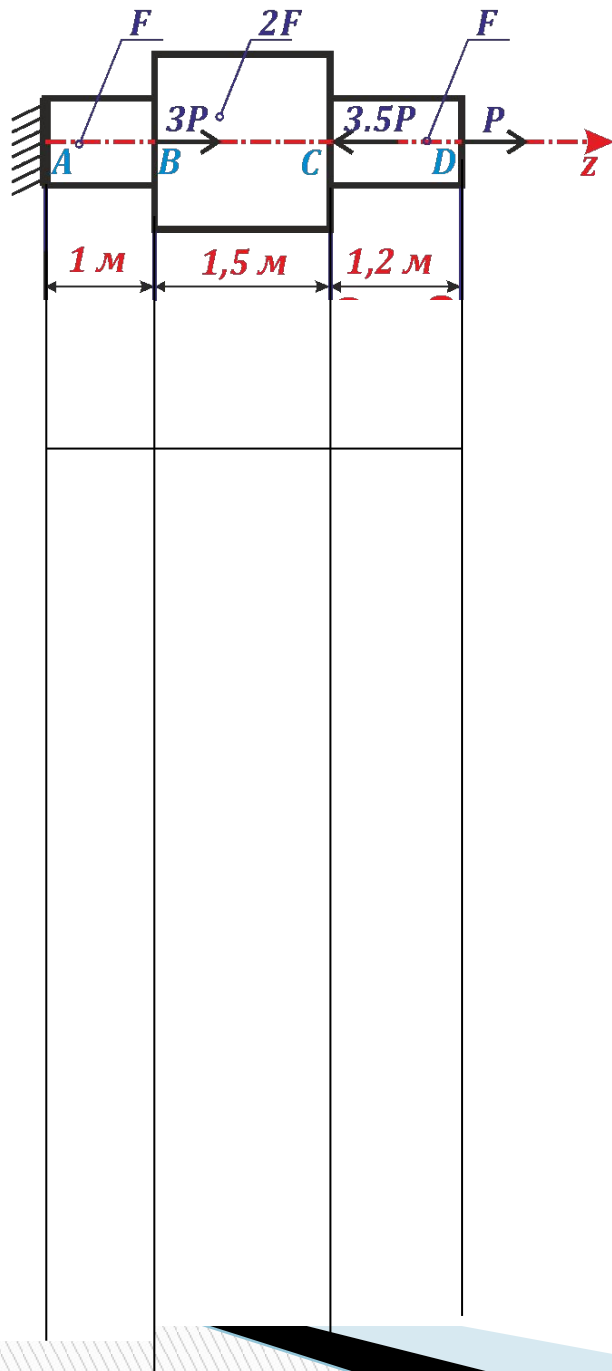
$$N_{BC} = -2,5 P = -2,5 \cdot 100 = \\ = -250 \text{ кН}$$

Участок AB:  $0 < z < 1 \text{ м}$

$$\sum F_z = 0: -N_{AB} + P - 3,5 P + 3 P =$$

0

$$N_{AB} = 0,5 P = 0,5 \cdot 100 = \\ = 50 \text{ кН}$$



- 3. Строим эпюру нормальных сил.
- 4. Определяем нормальные напряжения ( $\sigma_z$ ).

Из условия прочности:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} < R$$

где  $R$  – расчетное сопротивление материала (стали), МПа

определим значение площади  $F$

$$F_{\text{тр}} = 2F = \frac{N_z}{R} = \frac{250}{180} \cdot 10 = 13,9 \text{ см}^2$$

где  $N_z = 250$  кН – максимальное усилие в стержне;

$2F$  – величина площади на участке с максимальным усилием (участок BC).

$$F = \frac{13,9}{2} = 6,95 \text{ см}^2$$



- Подставляем найденное значение площади в формулу определения нормальных напряжений:

$$\sigma_z = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{50}{6,95} = 7,19 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 71,9 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = \frac{N_{BC}}{F_{BC}} = \frac{-250}{2 \cdot 6,95} = -17,98 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -179,8 \text{ МПа} \approx -180 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{100}{6,95} = 14,39 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 143,9 \text{ МПа} \approx 144 \text{ МПа}$$

- Строим эпюру нормальных напряжений  $\sigma_z$ .



## Определяем перемещения

### ▶ Закон Гука

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

### ▶ Нормальные напряжения

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (2)$$

### ▶ $\varepsilon$ – относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3)$$

### ▶ Приравниваем правые части выражений (1) и (2)

$$\varepsilon E = \frac{N}{F} ; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{N}{EF}$$

### ▶ Подставляем значение относительной деформации $\varepsilon$ (3)

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EF} ;$$

### ▶ Абсолютная деформация

$$\Delta l = \frac{N l}{EF} \quad (4)$$



## Определяем абсолютные деформации

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EF_{AB}} = \frac{50 \cdot 1 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 6,95} = 0,0359 \text{ см} = 0,359 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} l_{BC}}{EF_{BC}} = \frac{-250 \cdot 1,5 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 6,95} = -0,1349 \text{ см} = -1,349 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} l_{CD}}{EF_{CD}} = \frac{100 \cdot 1,2 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 6,95} = 0,0863 \text{ см} = 0,863 \text{ мм}$$

## Определяем перемещения $\Delta$

$$\Delta_A = 0$$

$$\Delta_B = \Delta_A + \Delta l_{AB} = 0 + 0,359 = 0,359 \text{ мм}$$

$$\Delta_C = \Delta_B + \Delta l_{BC} = 0,359 - 1,349 = -0,99 \text{ мм}$$

$$\Delta_D = \Delta_C + \Delta l_{CD} = -0,99 + 0,863 = -0,127 \text{ мм}$$

Строим эпюру перемещений  $\Delta$



- Для заданного стержня определить внутренние усилия, нормальные напряжения, перемещения. Построить эпюры.
- Дано:  $P=50$  кН;  $F = 10$  см<sup>2</sup>;  $E=200$  ГПа,  $R=160$  Мпа.

