

Представление (кодирование) чисел

Информация и информационные процессы

Двоичное кодирование в компьютере

Вся информация, которую обрабатывает компьютер должна быть представлена двоичным кодом с помощью двух цифр: **0** и **1**. *Эти два символа принято называть двоичными цифрами или битами.*

С помощью двух цифр 0 и 1 можно закодировать любое сообщение. Это явилось причиной того, что в компьютере обязательно должно быть организовано два важных процесса: кодирование и декодирование.

Кодирование – преобразование входной информации в форму, воспринимаемую компьютером, т.е. двоичный код.

Декодирование – преобразование данных из двоичного кода в форму, понятную человеку.

Почему двоичное кодирование

С точки зрения технической реализации использование двоичной системы счисления для кодирования информации оказалось намного более простым, чем применение других способов. Действительно, удобно кодировать информацию в виде последовательности нулей и единиц, если представить эти значения как два возможных устойчивых состояния электронного элемента:

0 – отсутствие электрического сигнала;

1 – наличие электрического сигнала.

Эти состояния легко различать. *Недостаток* двоичного кодирования – *длинные коды*. Но в технике легче иметь дело с большим количеством простых элементов, чем с небольшим числом сложных.

Способы кодирования и декодирования информации в компьютере, в первую очередь, зависит от вида информации, а именно, что должно кодироваться: числа, текст, графические изображения или звук.

Система счисления

Для записи информации о количестве объектов используются числа. Числа записываются с помощью набора специальных символов.

Система счисления — способ записи чисел с помощью набора специальных знаков, называемых цифрами.

Виды систем счисления

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

```
graph TD; A[СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ] --> B[УНАРНЫЕ]; A --> C[ПОЗИЦИОННЫЕ]; A --> D[НЕПОЗИЦИОННЫЕ];
```

УНАРНЫЕ

В *унарных* системах счисления существует единственная цифра и *величина*, обозначаемая цифрой в записи числа, *не зависит от положения* в числе.

III

ПОЗИЦИОННЫЕ

В *позиционных* системах счисления *величина*, обозначаемая цифрой в записи числа, *зависит* от её *положения* в числе (*позиции*).

211

НЕПОЗИЦИОННЫЕ

В *непозиционных* системах счисления *величина*, которую обозначает цифра, *не зависит от положения* в числе.

XXI

Непозиционные системы счисления

Каноническим примером фактически *непозиционной системы* счисления является **римская**, в которой в качестве цифр используются латинские буквы:

I обозначает 1, **V** - 5, **X** - 10, **L** - 50, **C** - 100, **D** - 500, **M** -1000.

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр.

Например, $II = 1 + 1 = 2$, здесь символ **I** обозначает 1 независимо от места в числе.

Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.

Пример: число 1988. Одна тысяча **M**, девять сотен **CM**, восемьдесят **LXXX**, восемь **VIII**. Запишем их вместе: **MCMLXXXVIII**.

$$MCMLXXXVIII = 1000 + (1000 - 100) + (50 + 10 + 10 + 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1988$$

Для изображения чисел в непозиционной системе счисления нельзя ограничиться конечным набором цифр. Кроме того, выполнение арифметических действий в них крайне неудобно.

Позиционные системы счисления

В позиционных системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.

Например, 11 – это одиннадцать, а не два: $1 + 1 = 2$ (сравните с римской системой счисления). Здесь символ 1 имеет различное значение в зависимости от позиции в числе.

Первые позиционные системы счисления

Самой первой такой системой, когда счетным "прибором" служили пальцы рук, была ***пятеричная***.

Некоторые племена на филиппинских островах используют ее и в наши дни, а в цивилизованных странах ее реликт, как считают специалисты, сохранился только в виде школьной пятибалльной шкалы оценок.

Двенадцатеричная система счисления

Следующей после пятеричной возникла **двенадцатеричная** система счисления. Возникла она в древнем Шумере. Некоторые учёные полагают, что такая система возникала у них из подсчёта фаланг на руке большим пальцем.

Широкое распространение получила двенадцатеричная система счисления в XIX веке. На ее широкое использование в прошлом явно указывают названия числительных во многих языках, а также сохранившиеся в ряде стран способы отсчета времени, денег и соотношения между некоторыми единицами измерения. Год состоит из 12 месяцев, а половина суток состоит из 12 часов.

Элементом двенадцатеричной системы в современности может служить счёт дюжинами. Первые три степени числа 12 имеют собственные названия: 1 дюжина = 12 штук; 1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки; 1 масса = 12 гроссов = 144 дюжины = 1728 штук.

Английский фунт состоит из 12 шиллингов.

Шестидесятеричная система счисления

Следующая позиционная система счисления была придумана еще в Древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация была ***шестидесятеричная***, т.е. в ней использовалось шестьдесят цифр!

В более позднее время использовалась арабами, а также древними и средневековыми астрономами. Шестидесятеричная система счисления, как считают исследователи, являет собой синтез уже вышеупомянутых пятеричной и двенадцатеричной систем.

Какие позиционные системы счисления используются сейчас?

В настоящее время наиболее распространены *десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная* системы счисления.

Двоичная, восьмеричная (в настоящее время вытесняется шестнадцатеричной) и шестнадцатеричная система часто используется в областях, связанных с цифровыми устройствами, программировании и вообще компьютерной документации.

Современные компьютерные системы оперируют информацией представленной в цифровой форме. **Числовые данные преобразуются в двоичную систему счисления.**

Десятичная система счисления

Современные цифры	Арабские цифры	Индийские цифры
0	٠	०
1	١	१
2	٢	२
3	٣	३
4	٤	४
5	٥	५
6	٦	६
7	٧	७
8	٨	८
9	٩	९

Десятичная система счисления

— позиционная система
счисления по основанию 10.

Предполагается, что основание
10 связано с количеством
пальцев рук у человека.

Наиболее распространённая
система счисления в мире.

Для записи чисел используются
символы **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**,
называемые арабскими
цифрами.

Двоичная система счисления

Двоичная система счисления — позиционная система счисления с основанием 2. Используются цифры 0 и 1.

Двоичная система используется в цифровых устройствах, поскольку является наиболее простой и удовлетворяет требованиям:

- Чем меньше значений существует в системе, тем проще изготовить отдельные элементы.
- Чем меньше количество состояний у элемента, тем выше помехоустойчивость и тем быстрее он может работать.
- Простота создания таблиц сложения и умножения — основных действий над числами

Алфавит десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Соответствие десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления

p=10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p=2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
p=8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20
p=16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.

При одновременной работе с несколькими системами счисления для их различения основание системы обычно указывается в виде нижнего индекса, который записывается в десятичной системе:

123_{10} — это число 123 в десятичной системе счисления;

1111011_2 — то же число, но в двоичной системе.

Двоичное число 1111011 можно расписать в виде: $1111011_2 = 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0$.

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием p **в десятичную**, надо представить это число в виде суммы степеней p и произвести указанные вычисления в десятичной системе счисления.

Например, переведем число 1011_2 в десятичную систему счисления. Для этого представим это число в виде степеней двойки и произведем вычисления в десятичной системе счисления.

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

Рассмотрим еще один пример. Переведем число $52,74_8$ в десятичную систему счисления.

$$52,74_8 = 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = 5 \cdot 8 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 1/8 + 4 \cdot 1/16 = 40 + 2 + 0,875 + 0,25 = 42,9375_{10}$$

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ \hline 20 & 10 \\ \hline \textcircled{0} & 10 \\ \hline & \textcircled{0} \\ & 5 \\ \hline & 4 \\ \hline & \textcircled{1} \\ & 2 \\ \hline & 2 \\ \hline & \textcircled{0} \\ & 2 \\ \hline & \textcircled{1} \end{array}$$

Перевод из **десятичной** системы счисления в систему счисления с основанием p осуществляется последовательным делением десятичного числа и его десятичных частных на p , а затем выписыванием последнего частного и остатков в обратном порядке.

Переведем десятичное число 20_{10} в двоичную систему счисления (основание системы счисления $p=2$). В итоге получили $20_{10} = 10100_2$.

Числа в компьютере

Числа в компьютере хранятся и обрабатываются в двоичной системе счисления. Последовательность нулей и единиц называют двоичным кодом.

Специфической особенностью представления чисел в памяти компьютера рассмотрим на других уроках по теме «**системы счисления**».

Вопросы:

- Что такое система счисления?
- Какие два вида систем счисления вы знаете?
- Что такое основание системы счисления? Что такое алфавит системы счисления? Примеры.
- В какой системе счисления хранятся и обрабатываются числа в памяти компьютера?