Сокращенные таблицы истинности

Значение сложного высказывания определяется (в некоторых случаях) значением только одного из составляющих.

Например, суждение «*Волга является одной из самых протяженных рек в России и впадает в Балтийское море*» - ложно, и для того, чтобы это показать, достаточно ложности высказывания «*Волга впадает в Балтийское море*»

Поскольку конъюнкция двух высказываний **истинна** е.т.е. истинны эти высказывания одновременно,
конъюнкция двух высказываний **ложна**, если известно, что одно из этих высказываний ложно, и значение другого высказывания этот результат не изменит.

Сокращенные таблицы истинности

Конъюнкция

$(\alpha \wedge \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \wedge \alpha) = \text{Ложь}$

$(\alpha \wedge \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \wedge \alpha) = \alpha$

Нестрогая дизъюнкция

$(\alpha \vee \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \vee \alpha) = \alpha$

$(\alpha \vee \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \vee \alpha) = \text{Ист.}$

Эквиваленция

$(\alpha \leftrightarrow \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \leftrightarrow \alpha) = \neg\, \alpha$

$(\alpha \leftrightarrow \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \leftrightarrow \alpha) = \alpha$

Строгая дизъюнкция

$(\alpha \dot{\vee} \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \dot{\vee} \alpha) = \alpha$

$(\alpha \dot{\vee} \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \dot{\vee} \alpha) = \neg\, \alpha$

Импликация

$(\alpha \rightarrow \text{Ложь}) = \neg\, \alpha$ $\quad$ $(\text{Ложь} \rightarrow \alpha) = \text{Ист.}$

$(\alpha \rightarrow \text{Ист.}) = \text{Ист.}$ $\quad$ $(\text{Ист.} \rightarrow \alpha) = \alpha$

Стрелка Пирса

$(\alpha \downarrow \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \downarrow \alpha) = \neg\, \alpha$

$(\alpha \downarrow \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \downarrow \alpha) = \text{Ложь}$

Штрих Шеффера

$(\alpha \mid \text{Ложь}) = (\text{Ложь} \mid \alpha) = \text{Ист.}$

$(\alpha \mid \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \mid \alpha) = \neg\, \alpha$

Сокращенные таблицы истинности

Рассмотрим пример:

$$(((a \lor \neg b) \downarrow c) \rightarrow a), \text{ при } a = «\textit{Ист.}»$$

Подставим значения

$$(((\textit{Ист.} \lor \neg b) \downarrow c) \rightarrow \textit{Ист.})$$

Подберем соответствующее правило

$(\alpha \rightarrow \textit{Ист.}) =$ *Ист.*, *независимо от значения и сложности «α»*

Таким образом, $(((a \lor \neg b) \downarrow c) \rightarrow a) = «\textit{Ист.}»$, при $a = «\textit{Ист.}»$

Сокращенные таблицы истинности

В некоторых случаях необходимо применить несколько правил. Например …

$(((a \lor \neg b) \downarrow (c \to a))$, при a = «*Ист.*»

Подставим значения

$(((\text{Ист.} \lor \neg b) \downarrow (c \to \text{Ист.}))$

Подберем соответствующие правила

$(\text{Ист.} \lor \alpha) = \text{Ист.} \qquad (\alpha \to \text{Ист.}) = \text{Ист.}$

Промежуточный результат:

$$(\text{Ист.} \downarrow \text{Ист.})$$

Подберем еще одно правило

$$(\alpha \downarrow \text{Ист.}) = (\text{Ист.} \downarrow \alpha) = \text{Ложь}$$

Таким образом, $(((a \lor \neg b) \downarrow (c \to a))$ = «*Ложь*», при a = «*Ист.*»

Сокращенные таблицы истинности

В некоторых случаях исходная формула лишь упрощается, но значение определить не удается.
Например …

$((a \lor (\neg b \downarrow c)) \to a)$, при a = «*Ложь*»

Подставим значения

$((\textit{Ложь} \lor (\neg b \downarrow c)) \to \textit{Ложь}))$

$(\textit{Ложь} \lor \alpha) = \alpha$ *Подберем соответствующее правило*

Промежуточный результат:

$((\neg b \downarrow c) \to \textit{Ложь})$

Подберем еще одно правило $(\alpha \to \textit{Ложь}) = \neg\, \alpha$

Таким образом, $((a \lor (\neg b \downarrow c)) \to a) = \neg\, (\neg b \downarrow c)$, при a = «*Ложь*»

Сокращенные таблицы истинности

Рассмотрим процедуру построения таблицы истинности для формулы
$((c \leftrightarrow (\neg b \to \neg a)) \to a)$

a	b	c	$((c \leftrightarrow (\neg b \to \neg a)) \to a)$
И	И	И	И
И	И	Л	И
И	Л	И	И
И	Л	Л	И
Л	И	И	Л
Л	И	Л	И
Л	Л	И	Л
Л	Л	Л	И

При a=«Ист.» получаем
$((c \leftrightarrow (\neg b \to \text{\textit{Ложь}})) \to \text{\textit{Ист.}})$

Применяем правило:
$(\alpha \to \text{\textit{Ист.}}) = \text{\textit{Ист.}}$

Получаем значение всей формулы = «*Ист.*» при a= «Ист.», независимо от значений «b» и «c»

При a=«Ложь» получаем
$((c \leftrightarrow (\neg b \to \text{\textit{Ист.}})) \to \text{\textit{Ложь}})$

Применяем правило:
$(\alpha \to \text{\textit{Ист.}}) = \text{\textit{Ист.}}$

Получаем $((c \leftrightarrow \text{\textit{Ист.}}) \to \text{\textit{Ложь.}})$

Применяем правило:
$(\alpha \leftrightarrow \text{\textit{Ист.}}) = (\text{\textit{Ист.}} \leftrightarrow \alpha) = \alpha$

Получаем $(c \to \text{\textit{Ложь.}})$

И по правилу $(\alpha \to \text{\textit{Ложь}}) = \neg\, \alpha$
получаем $\neg\, c$

Задания к тесту

2) Примените метод сокращённых таблиц.
Формула $((a \dot{\vee} b) \leftrightarrow c)$, при b = «*Ист.*» равна:

A. $(\neg b \leftrightarrow c)$
B. «Ист.»
C. «Ложь»
D. $(b \leftrightarrow c)$

1) Примените метод сокращённых таблиц.
Формула $((a \vee b) \leftrightarrow c)$, при b = «*Ист.*» равна:

A. c
B. «Ист.»
C. «Ложь»
D. a

3) Примените метод сокращённых таблиц.
Формула $((b \rightarrow (a \rightarrow c)) \vee (d \wedge b))$, при b = «*Ложь*» равна:

A. c
B. «Ист.»
C. «Ложь»
D. a
E. $(a \rightarrow c)$
F. $((a \rightarrow c) \vee d)$

4) Примените метод сокращённых таблиц.
Формула $(((b \leftrightarrow a) \rightarrow (b \rightarrow c)) \vee \neg b)$, при b = «*Ист.*» равна:

A. c
B. «Ист.»
C. «Ложь»
D. $(a \rightarrow c)$
E. $(a \leftrightarrow c)$