Соловьёв Л. М. , Соловьёва Г.Н.

Готовимся к ЕГЭ, формат 2010

Стереометрия. Задания С 2.

Тематика задач

слайды

- Угол и расстояние между скрещивающимися прямыми — 3 - 9
- Расстояние от точки: до прямой (до плоскости) — 10 - 11
- Угол между прямой и плоскостью , — 12 - 13
- Двугранный угол (между плоскостями) - - ЛИНЕЙНЫЙ угол. — 14 - 19

32 задач пробного, досрочного и ЕГЭ разных регионов России

чертежи и решения с анимацией

(Word. PowerPoint 2007)

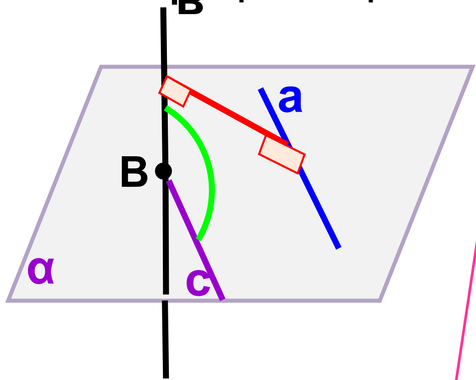
Анжеро-Судженск 2010

Теория

Основные понятия -

Тематика задач

а ∸ в - скрещивающиеся:



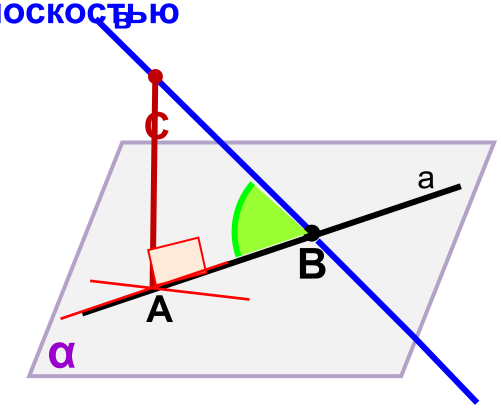
а Є α в ∩ α = (•) В

✔. с ll а в плоскости α через точку В.

* угол между а и в :

* Расстояние между а и в их общий перпендикуляр.

* угол между прямой и плоскостью



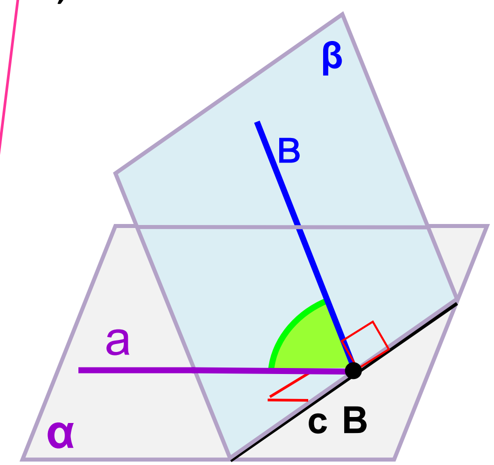
С ⊥ пл. α

АВ проекция прямой ВС на плоскость

* угол между прямой и её проекцией - АВС

* СА - расстояние от точки С до плоскости.

* двугранный угол - ребро с,



В - точка ребра

а ⊥ с в ⊥ с

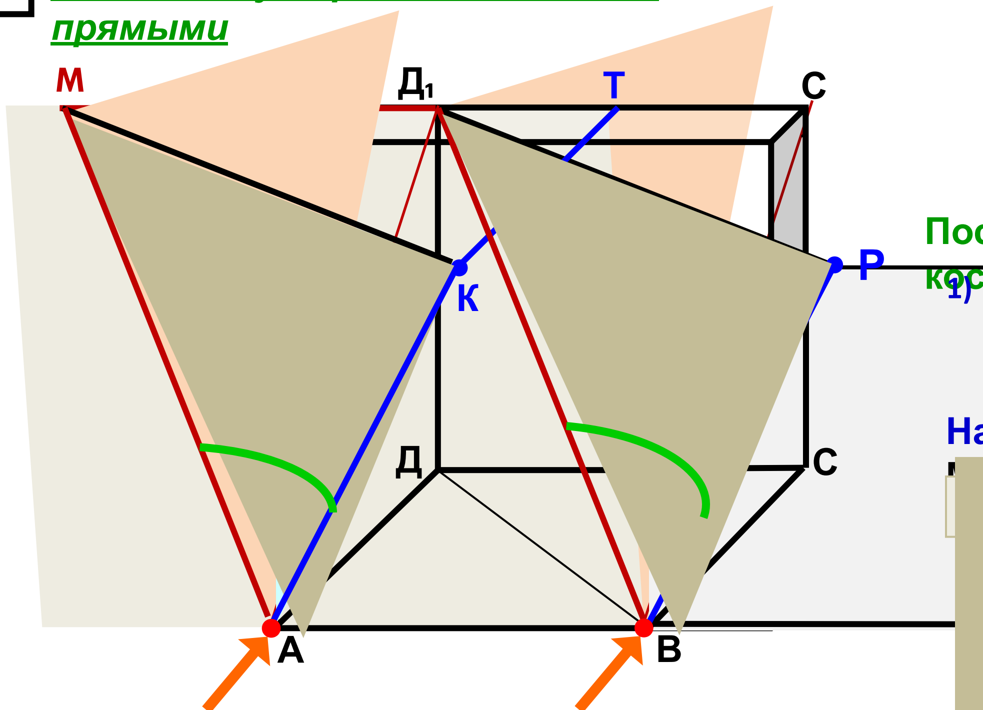
* линейный угол.

Далее задачи с решениями.

Первое, что нужно - усвоение условия задачи !

3

Угол между скрещивающимися прямыми



№1. В кубе А…Д1 точка К - середина рёбра $А_1В_1$.
Найдите косинус угла между прямыми АК и $ВД_1$. АК и $ВД_1$ скрещивающиеся прямые

Построение угла между ними - искомого косинуса:

1) Прямая $ВД_1$ и точка А - дают единственную плоскость.

2) В этой плоскости проводим АМ параллельно $ВД_1$.

3) Угол МАК - ИСКОМЫЙ !

Выход на Δ МАК.

Найдём стороны ΔАМК и т. косинусов для МАК

План решения

***

Вычисления самостоятельно

Ответ: √15/15

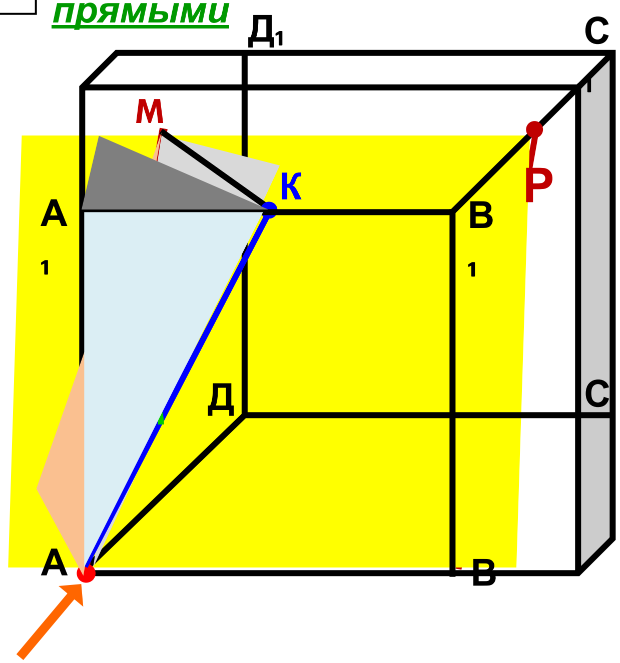
Второй способ с построения угла между скрещивающимися прямыми:

Укажите плоскость, проходящую через одну из прямых и точку другой прямой.
В этой плоскости через взятую точку провести *прямую, параллельную* взятой

Получаем – угол между скрещивающимися прямыми *по определению*

4

Угол между скрещивающимися прямыми



№ 2. В кубе А…Д$_1$ точки К и Р - середины рёбер соответственно A_1B_1 и B_1C_1.
Найдите косинус угла между прямыми АК и ВР.

АК и ВР - *скрещивающиеся*, *угол между ними* - ГЛАВНОЕ в *задаче*!

1). На АК берём точку А.

2). Прямая ВР и точка А дают плоскость.

3). В этой плоскости проводим прямую АМ II ВР.

4). *Искомый угол* МАК.

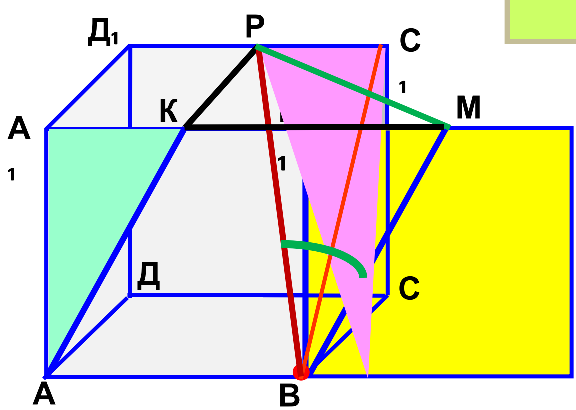
5). Выходим на Δ МАК.

Решение (схема), пусть ребро

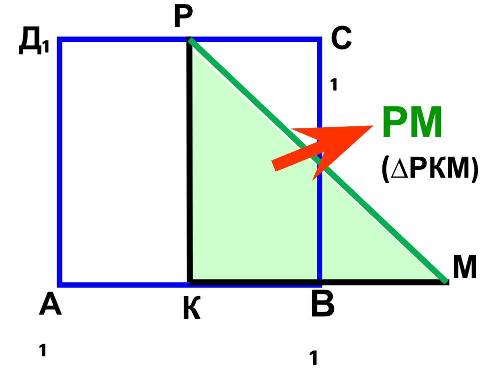
Сначала самостоятельно

Кликнуть.
Внимательно следить по чертежу
за непрерывной анимацией .
***
(план решения, вычисления самостоятельно)

МАК



1. ВМ = АК в Δ AA_1K
2. ВР (см. рис.) в Δ BPC_1
(сначала BC_1 в Δ BCC_1)
3. РМ - вынесенный чертёж:



Прямая АК и точка В → плоскость, в ней ВМ параллельно АК → *искомый* Δ МВР.

ВМ - ? МР - ? ВР - ?

$MP^2 = BM^2 + BM^2 - 2\,BM \cdot BP \cdot \cos MBP$ →

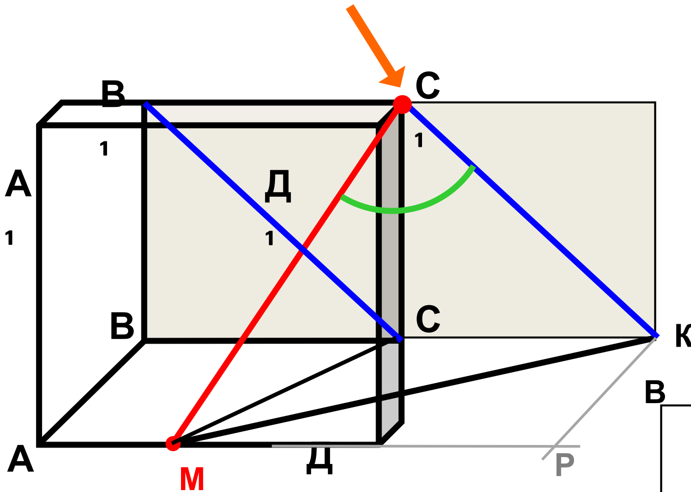
cos MBP

(0,8 и $3\sqrt{5}/5$) - Ответы №№ 2, 3.

5

Угол между скрещивающимися прямыми

№ 4. Точка М – середина ребра АД куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$.
Найдите угол между прямыми $С_1М$ и $В_1С$.



Прямая $В_1С$ и точка $С_1$ прямой $МС_1$ - единственная плоскость.

В этой плоскости - $С_1К$ || $В_1С$. Угол $МС_1К$ искомый в Δ $МС_1К$.

1) $С_1К$ в Δ $С_1СК$ по т. Пифагора $\sqrt{2}$ (ребро куба за 1).

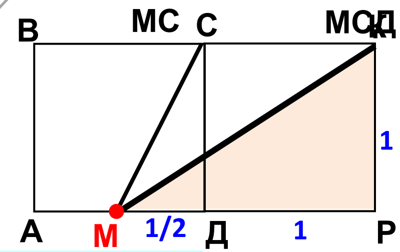
2) МС, проекцию МС, в Δ $МС_1С$ по т. Пифагора.

Сначала МС, проведя в Δ МСД по т. Пифагора.

МС $\sqrt{5}/2$.

Вынесенный чертёж :

МС = 3/2.



Как ещё можно найти $МС_1$?

3) В Δ МКР МК = $\sqrt{13}/2$.

Нашли все три стороны Δ $МС_1К$, т. косинусов для МК:

$$МК^2 = С_1М^2 + С_1К^2 - 2\, С_1М \cdot С_1К \cos МС_1К$$

Подставим МК, $С_1М$, $С_1К$.

cos $МС_1К$ = $\sqrt{2}/6$. Угол $МС_1К$ = arccos ($\sqrt{2}/6$).

Помните!

Сколько бы Вы не рассматривали готовых и Вам хорошо понятных решений - решать не научитесь до тех пор, пока не решите задачу САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Сначала сами,

не получается, смотрите, закройте, решайте

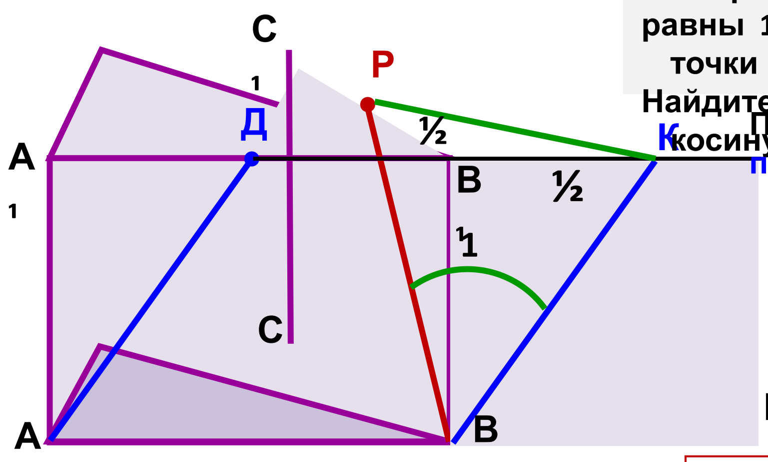
Укажите плоскость, проходящую через одну из прямых и точку другой прямой.

В этой плоскости через взятую точку провести *прямую, параллельную* взятой

Получаем – угол между скрещивающимися прямыми *по определению*

6

Угол между скрещивающимися прямыми



5. В правильной треугольной призме А…$С_1$, все рёбра которой равны 1,
точки Д и Р – середины рёбер соответственно $А_1В_1$ и $В_1С_1$. Найдите косинус угла между прямыми АД и ВР.

К

Прямая АД и точка В в одной плоскости.

Продлим плоскос…
проводим ВК |…

Угол КВР,

cos ВКР - ?

Δ КВР

Вынесенный чертёж

После появления чертежа кликнуть и следить за появлением данных на рисунках

Нанесём данные на чертежах

Cos КВР → по т. косинусов → Δ КВР → ВР, ВК, КР

→ Δ $ВВ_1Р$
→ Δ $ВВ_1К$
→ Δ $КВ_1Р$

→ по т. Пифагора

$РК^2 = ВР^2 + ВК^2 - 2\,ВР \cdot ВК \cdot \cos КВР$

6. В правильной четырёхугольной пирамиде МАВСД, все рёбра которой равны 1,
точки К и Р середины рёбер соответственно МВ и МС. Найдите косинус угла…
м…

Кликнуть .

Следите за построением угла,
дополнительными построениями,
нанесением данных.

(Обоснования Ваши !)

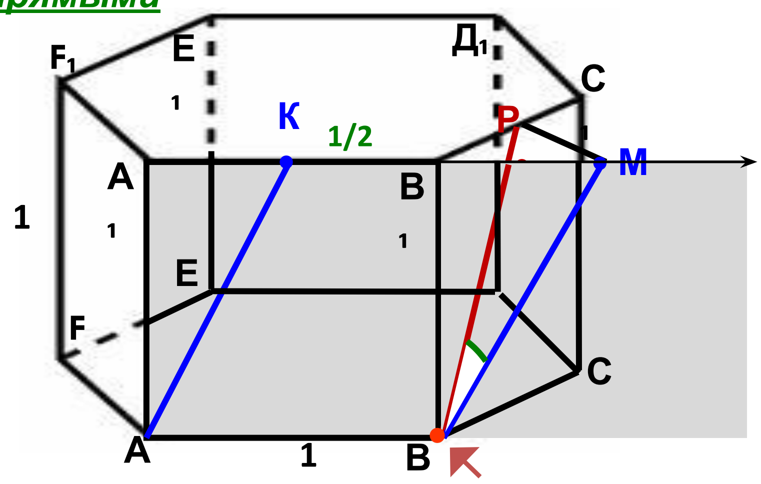
Прежде сами решите.

Затем посмотрите.

ТАК.

7

Угол между скрещивающимися прямыми



№ 7-8. **В правильной шестиугольной призме А…F₁ все рёбра равны 1.**

1) АК и В →

2) ВМ ІІ АК плоскость.

3) Угол РВМ - искомый

4) Выход на Δ РВМ

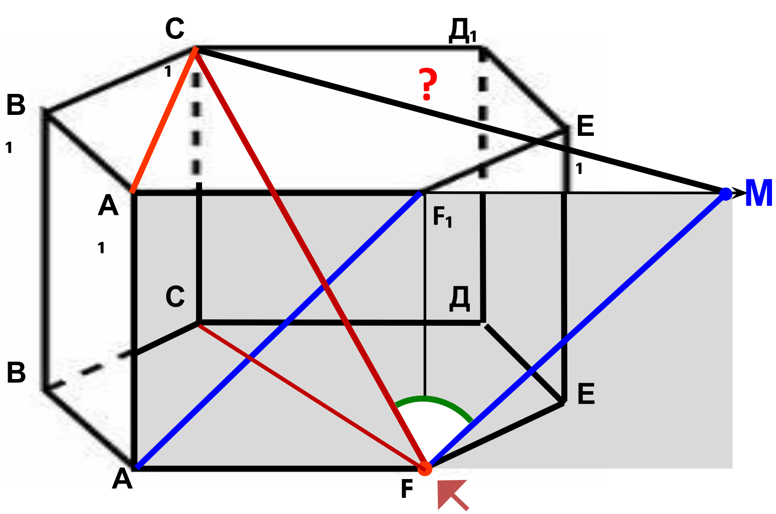
План решения – сначала ВАШ (вычисления самостоятельно)

вынесенный чертёж И данные на чертежах

0,9

7) Точки К и Р середины рёбер соответственно A_1B_1 и B_1C_1. Найдите косинус угла между прямыми АК и ВР.

Немного о правильном 6 - угольнике



1) AF_1 и F →

2) FM ІІ AF_1. плоскость.

3) Угол C_1FM - искомый

4) Выход на Δ

План решения – сначала ВАШ (вычисления самостоятельно)

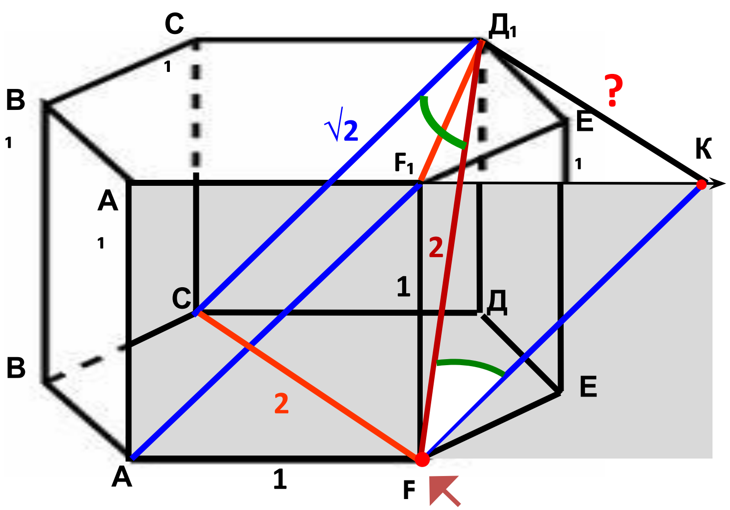
вынесенный чертёж И данные на чертежах

0

8) Найдите косинус угла между прямыми AF_1 и FC_1.

Угол между скрещивающимися прямыми

№ 9. В правильной шестиугольной призме А…F_1 все рёбра равны 1.
Найдите косинус угла между прямыми AF_1 и $FД_1$.



Описание построения по условию задачи

Вынесенный чертёж

План решения
(следите, данные появляются на рисунках)

Ответ: 45°

Рациональный способ решения с построения
угла между скрещивающимися прямыми

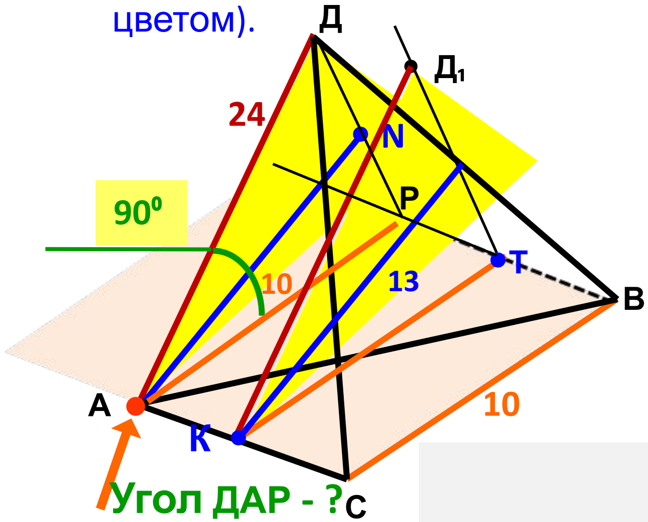
FC. СД₁F.

Укажите плоскость, проходящую через одну из прямых и точку другой прямой.
В этой плоскости через взятую точку провести *прямую, параллельную* взятой

Получаем – угол между скрещивающимися прямыми *по определению*

9

Угол между скрещивающимися прямыми (прямые выделены разным цветом).

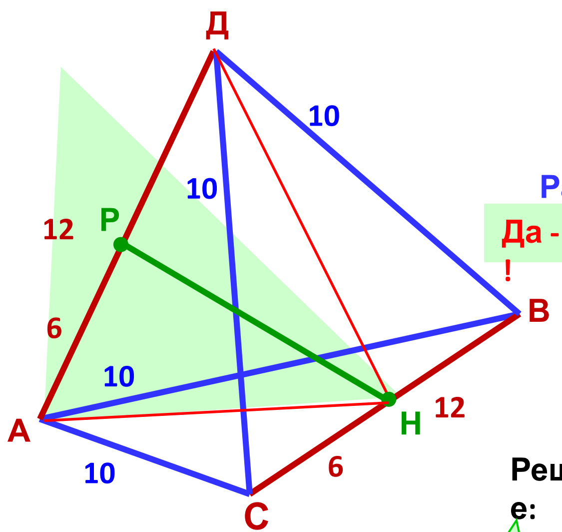


№ 10*. Ребра АД и ВС пирамиды ДАВС равны 24 см. и 10 см.
Расстояние между серединами рёбер ВД и АС равно 13 см.

Чертёж и данные по условию.

Вынесенный чертёж

№ 11. В пирамиде ДАВС известны длины рёбер: АВ = АС = ДВ = ДС =10,
ВС = ДА = 12. Найдите расстояние между прямыми АД и СВ.



Пирамида. Данные по условию.

Отметим, что: Δ САВ Δ АДН

Равнобедренны! Равные! Общее основание СВ. То их высоты к СВ- ? Да - !

Пересекаются в одной точке Н и равны - высоты ДН и АН. Заметим:

Δ АДН равнобедренный (СВ перпендикулярна АН и ДН, то и РН – признак) Высота НР общий $\perp$ АД и СВ. НР - ?

Главное - указали, расстояние между скрещивающимися прямыми.

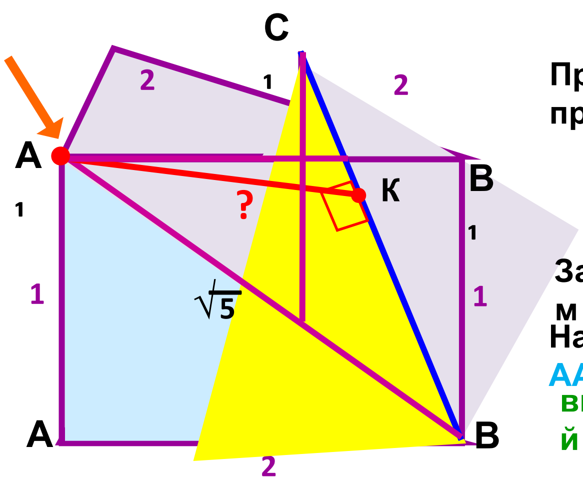
Решение: АН = 8 в Δ АНС по т. Пифагора. НР = $2\sqrt{7}$ в Δ АРН по т. Пифагора.

Расстояние между скрещивающимися прямыми - их общий перпендикуляр *

10

Расстояние от точки до прямой (до плоскости) - перпендикуляр к ним из этой точки !

№ 12. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ высота равна 1, а ребро основания равно 2. Найти расстояние от точки A_1 до прямой BC_1.



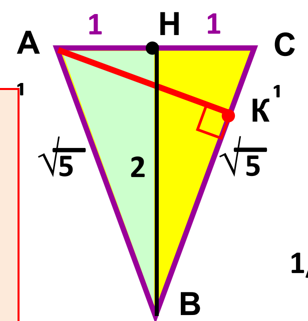
Призма правильная.

Прямая BC_1 и точка A_1 определяют единственную плоскость A_1C_1B

Искомое расстояние - A_1K ⊥ BC_1, т.е. A_1K высота △ A_1C_1B

Заметим - BC_1 = BA_1 - диагонали равных боковых граней правильной призмы.

Находим их в △ AA_1B по т. Пифагора: $\sqrt{5}$. Чтобы найти A_1K, сделаем вынесенный чертёж:



Проведём высоту BH, то в △ A_1HB BH = 2 .

Искомое A_1K тоже высота △ A_1C_1B

Помогут две формулы S △ A_1C_1B :

Часто применяется

1/2 A_1C_1 · BH = 1/2 BC_1 · A_1K . Умножим на 2, подставим:

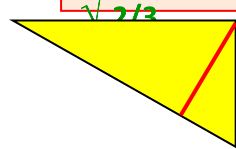
$2 \cdot 2 = \sqrt{5} \cdot A_1K$. A_1K = $4/\sqrt{5}$ = $0{,}8\sqrt{5}$.

Чертёж к задаче 12а
после самостоятельного решения
непрерывная анимация

№ 12 - а.

В кубе АВСД $A_1B_1C_1Д_1$ все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки С до прямой $ВД_1$.

$\sqrt{2/3}$



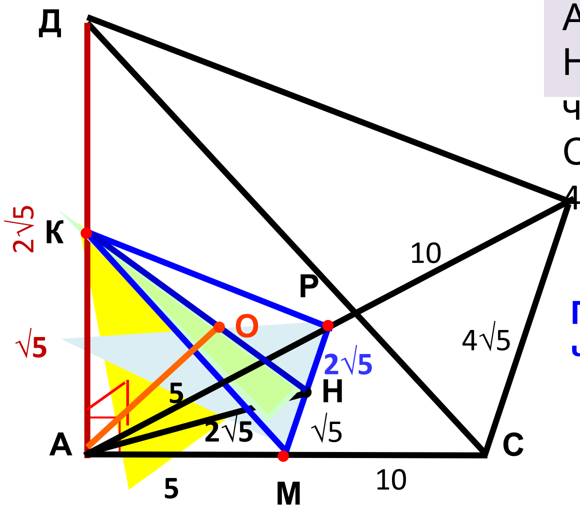
подсказка

Пробный в Подмосковье, март 2010

11

Расстояние от точки до прямой (до плоскости) - перпендикуляр к ним из этой от точки!

№ 13. Ребро пирамиды ДАВС перпендикулярно плоскости основания АВС.
Найдите расстояние от вершины А до плоскости, проходящей через
Середины рёбер АВ, АС и АД, если АД = 2√5, АВ = АС = 10, ВС = 4√5.



АД **перпендикуляр** к АВ и АС.

К, М и Р - середины рёбер.

Плоскость КМР, **до которой надо найти расстояние** **от вершины А.**

Данные по условию, **Точки - середины, то** **АМ = АР = 5,** **МР = 2√5,** **КА = √5**

Покажем искомое расстояние на чертеже.

Δ МКР и Δ МАР - равнобедренные, с общим основанием МР.

Δ МКР - равнобедренный, так как **наклонные КМ и КР** имеют **равные проекции** **АМ и АР** - половины равных сторон.

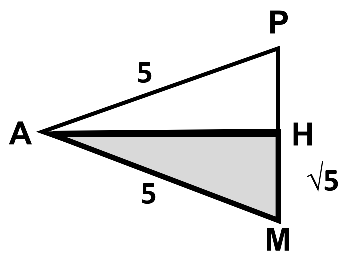
Проведём КН высоту Δ КМН, **Н - середина МР.** **Где МН = √5,**

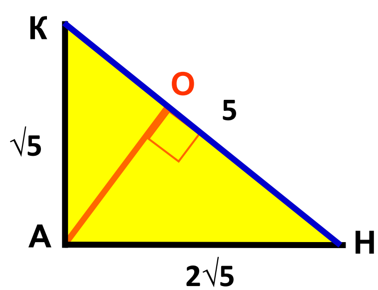
АН – высота Δ АМН, **→ Δ АМН равнобедренный**

Проводим АО в АКН - высоту к КН **- это искомое расстояние** **от А до пл. КМР.**

Т. к. МР ⊥ пл. Δ АКР (по признаку), то МР ⊥ АО

Р Е Ш Е Н И Е:





АН = 2√5, **В Δ АМН.**

$\boxed{АН} \xrightarrow[\text{по т. Пифагора}]{\text{прямоугольный}} \boxed{\Delta\ АМН}$ $\sqrt{20}$

$\boxed{КН} \xrightarrow[\text{по т. Пифагора}]{\text{прямоугольный}} \boxed{\Delta\ АКН}$ $\boxed{5}$

$\boxed{АО} \xrightarrow{\text{прямоугольный}} \boxed{\Delta\ АКН}$

АО · КН = АК · АН

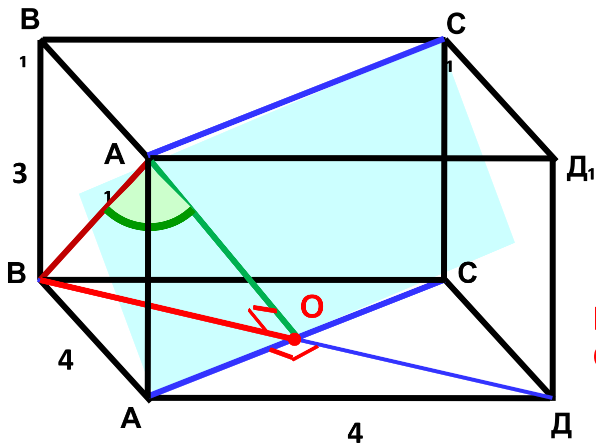
(**из формул площади**)

АО · 5 = √5 · √20.

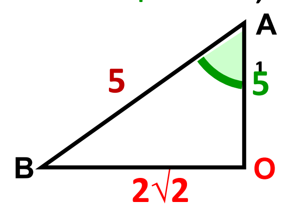
АО = 2.

Угол между прямой и плоскостью - *угол между прямой и её проекцией на плоскость*

№ 14. В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ найдите угол межу плоскостью $АА_1С$ и прямой $А_1В$, если $АА_1 = 3$, $АВ = 4$, $ВС = 4$.



Параллелепипед, в основании квадрат (по условию).
плоскость $АА_1С_1С$, прямая $А_1В$. Угол межу ними ?
Это угол между прямой $А_1В$ и её проекцией на пл. $АА_1С_1С$.
АВСД - квадрат (по условию), диагонали перпендикулярны.
$ВО \perp АС$. $А_1О \perp ВО$ (по т. о 3-х перпендикулярах) →
$ВО \perp$ пл. $АА_1С_1С$ (признак перпендикулярности прямой и плоскости).
$А_1О$ проекция $А_1В$ на плоскость $АА_1С_1С$.
Угол $ВА_1О$ - искомый
$\Delta ВА_1О$ прямоугольный, $\angle ВА_1О$ - определение синуса (ВО : $А_1В$).



1. $А_1В$ в $\Delta ВА_1А$ по т. Пифагора, 5
2. ВО ½ ВД в Δ АВД по т. Пифагора, $2\sqrt{2}$
3. $\sin ВА_1О$ = ВО : $А_1В$ = $2\sqrt{2} : 5$.
$\angle ВА_1О$ = arcsin $0,4\sqrt{2}$.

№ 15.

В прямоугольном параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$, у которого $АА_1 = 4$, $А_1Д_1 = 6$, $С_1Д_1 = 6$, найдите тангенс угла между плоскостью $АДД_1$ и прямой МК, проходящей через середины рёбер АВ и $В_1С_1$.

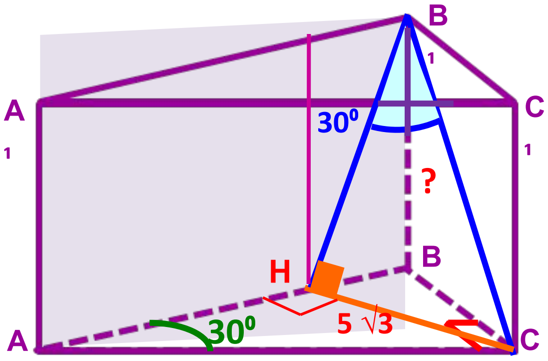
(ориентир при решении - рис. параллелепипеда к задаче № 14)

Ответ

Самостоятельно. Ответ.
Затрудняетесь.
Кликнуть план решения.

13

Угол между прямой и плоскостью - *угол между прямой и её проекцией на плоскость*



16. **16. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник АВС, угол С = 90^0, угол А = 30^0, АС = 10 $\sqrt{3}$. Диагональ боковой грани B_1C составляет угол 30^0 с плоскостью AA_1B_1. Найдите высоту призмы.**

Укажем угол между прямой B_1C и плоскостью AA_1B_1B. Нужна проекция B_1C на эту плоскость! Из точки С проводим СН ⊥ АВ, СН ⊥ пл. AA_1B_1B, т. к. призма прямая. Значит СН ⊥ HB_1. $HB_1C = 30^0$. BB_1 -?

АС = 10 $\sqrt{3}$

BB_1 → прямоугольный ΔBB_1C по т. Пифагора

B_1C → прямоугольный ΔHB_1C, угол 30^0 → 2CH - ?

ВС → прямоугольный ΔABC по опред tg 30^0

→ CH → прямоугольный ΔAHC, НС против 30^0

CH = $5\sqrt{3}$, $B_1C = 10\sqrt{3}$.

BC = 10.

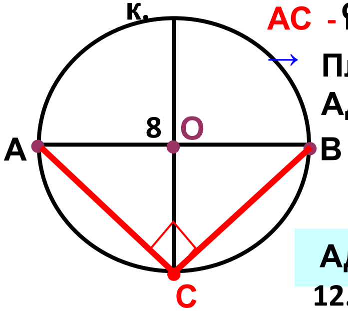
$BB_1 = 10\sqrt{2}$ - ответ.

Казань. Февраль 2010.

№ 17. **В прямом круговом цилиндре диаметр нижнего основания АВ равен 8 ,**
точка С - середина дуги АВ. Найдите высоту цилиндра AD, если угол между
прямой АД и плоскостью ДВС равен 30^0.

Главное - указать угол между АД и пл. ДВС.

Вынесенный чертёж основания :



∠ АСВ = 90^0, т. к. вписанный и опирается на диаметр.

АС - проекция ДС → ДС ⊥ СВ (т. о 3-х перпендикулярах).

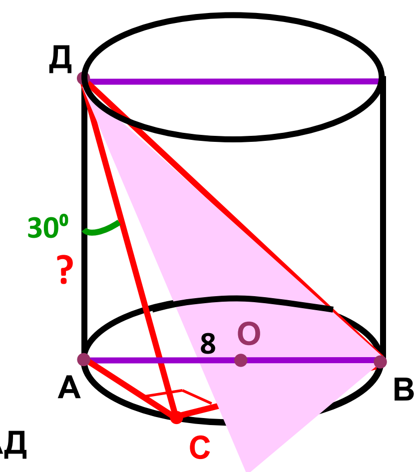
Пл. АДС ⊥ пл. ДВС, то угол АДС = 30^0 - по условию.

1. Δ АВС - прямоугольный, АС = $4\sqrt{2}$ по т. Пифагора).

2. Δ АДС - по условию, ∠ АДС = 30^0 (по условию).

tg 30^0 = АС : АД, $\sqrt{3}/3 = 4\sqrt{3}$: АД

АД = 12.



Решение аналогично,

arctg $\sqrt{2}/2$.

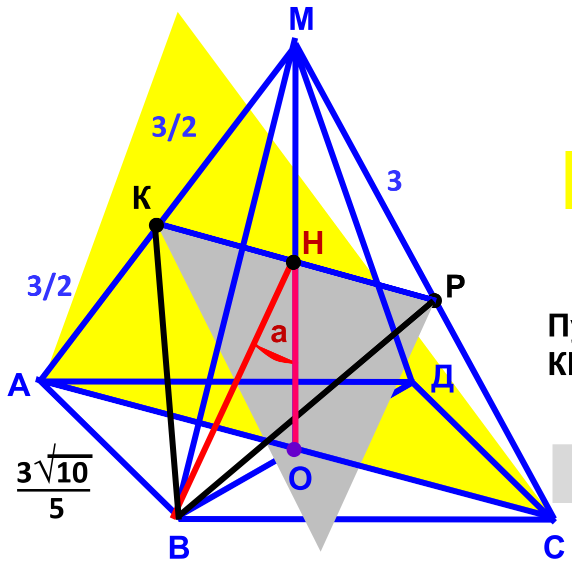
№ 18.

В прямом круговом цилиндре диаметр нижнего основания АВ = 6,
точка С - середина дуги АВ, высота цилиндра АД равна 6.
Найти угол между прямой АД и плоскостью ДВС.

Угол между плоскостями – двугранный угол - *линейный угол двугранного угла*

№ 19. Задача С2 . Вариант 101 **(пробный, март) Башкирия.**

В основании четырехугольной пирамиды МАВСД лежит квадрат АВСД со стороной (3√10)/5. Длина всех боковых ребер равна 3. точка К - середина ребра АМ. Через прямую ВК, параллельно диагонали АС проведена плос- кость. Определите величину угла между этой плоскостью и МАС.



Пирамида правильная. Основание - квадрат. высот вершин а пересечение диагоналей, боковые ребра по 3.

Точка К середина АМ. Прямая ВК.

Плоскость МАС и пересекающая её плоскость, имеют общую тоску К.

Значит пересекаются плоскости по прямой, проходящей через точку К.

Пусть - это КР || АС по признаку, т. к. АС || плоскости ВКР (по условию)

Строим линейный угол двугранного угла с ребром КР:

В Δ ВКР проводим ВН ⊥ КР Н - середина (ВК = ВР в равных гранях), и НО ⊥ КР, т. е

∠ ВНО - искомый в ΔВНО – прямоугольный.

1) ВО = ½ ВД, ВД - в Δ ВСД по т. Пифагора.   2) НО = ½ МО, МО - в Δ ВМО по т. Пифагора.

ВО и НО равны $\frac{3\sqrt{5}}{5}$, а = 45⁰ .

Провести перпендикуляры В точку ребра: в одной из граней – «принудительно» - выгодно для решения, в другой - «вынужденно» - из полученной точки на ребре.

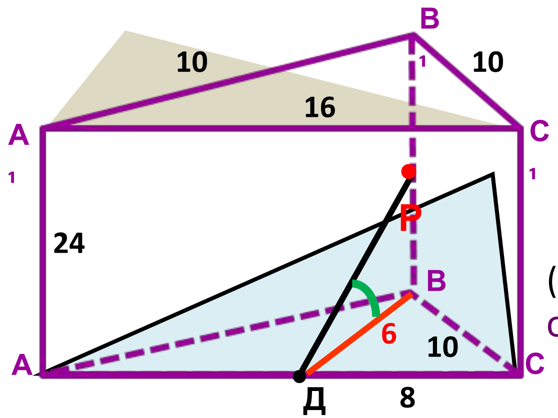
Получаем – линейный угол двугранного угла (между плоскостями) - *по определению*

15

Угол между плоскостями – двугранный угол - линейный угол двугранного угла

№ 22.

Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный Δ ABC, в котором AB = BC = 10, AC = 16. Боковое ребро призмы 24. Точка P - середина ребра BB_1. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.



Призма. Данные по условию. (•) P - середина ребра. Плоскость ACP.

Главное - указать ЛИНЕЙНЫЙ угол ДВУГРАННОГО угла (между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP).

Или всё равно, что угол между плоскостями AC P и ABC - основания ($A_1B_1C_1$ II ABC).

(•) P – середина. AP = CP – наклонные, AB и BC - их равные ПРОЕКЦИИ.

Проведём РД и ВД - высоты равнобедренных треугольников с общим основанием.

$\angle$ РДВ – линейный угол искомого двугранного угла.

tg РДВ = РВ : ДВ в Δ ДРВ. Равен 2

№ 23 – а,

В прямоугольном параллелепипеде $ABCДA_1B_1C_1Д_1$ известны ребра: AB = 3, AД = 4, CC_1 = 4. Найти угол между плоскостями $BДД_1$ и $AД_1B_1$.
ЕГЭ 2010. Кузбасс. 07.06.

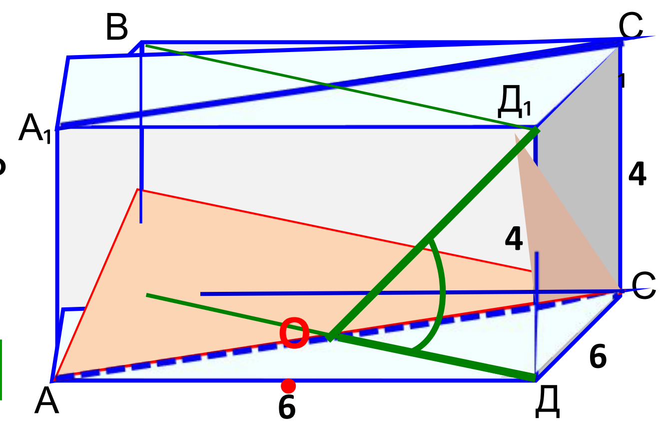
Решение № 23 а на слайде 19.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCДA_1B_1C_1Д_1$ известны ребра: AB = 5, AД = 12, CC_1 = 3. Найти угол между плоскостями $BДД_1$ и $AД_1B_1$.
ЕГЭ 2010. Кузбасс. 07.06.

Угол между плоскостями – двугранный угол - линейный угол двугранного угла

№ 24.

В прямоугольном параллелепипеде А … $Д_1$, у которого АВ = 6, ВС = 6, $СС_1$ = 4, найдите тангенс угла между плоскостями $АСД_1$ и $А_1В_1С_1$.

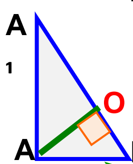


1. Плоскости по условию задачи - $АСД_1$ и $А_1В_1С_1$.
2. Заметим, что искомый двугранный угол - всё равно, что угол с ребром АС - образованного $АСД_1$ и АСД (основания параллельны).
3. По условию (данные на чертеже) - $\Delta АСД_1$ – равнобедренный: $АД_1 = Д_1С$ в прямоугольных $\Delta АД_1Д$ и $\Delta ДД_1С$ с катетами 6 и 4.
4. Высоты $\Delta АСД$ и $\Delta АД_1С$ и образуют искомый линейный угол.

Угол $Д_1ОД$ → прямоугольный определение tg → $\Delta Д_1ОД$ → $ДД_1 = 4$; ОД → ВД по т. Пифагора ½ ВД (АВСД квадрат) → Δ АВД → tg АВД = $ДД_1$: ОД

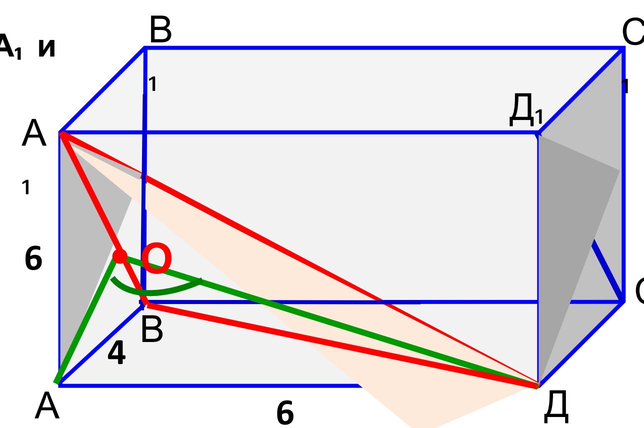
2/3√2

1. Двугранный угол между СДД₁ и $ВДА_1$ - Плоскости по условию всё равно, что между $АВА_1$ и $ВДА_1$



2. Проведём в перпендикуляр АО (высоту) к АВ.
3. ДО - перпендикуляр к $А_1В$ (по т. о 3 - х перпендикулярах)
($А_1В$ - перпендикуляр АО, то и к наклонной ДО).

Угол АОД - искомый линейный.



Δ АОД, tg АОД = АД : АО

АО в $\Delta АА_1В$: из подобия $\Delta АА_1В$ и Δ АОВ).

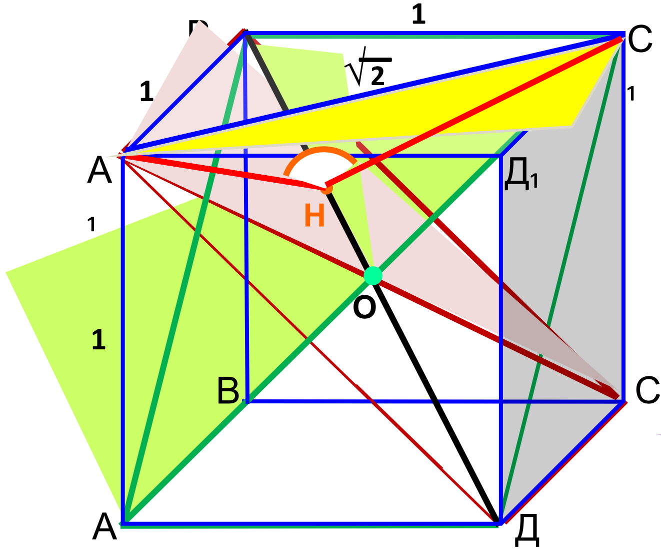
АО : АВ = $АА_1$: $А_1В$.

Tg АОД = (12√13):13

№ 25.

В прямоугольном параллелепипеде А … $Д_1$, у которого АВ = 4, ВС = 6, $СС_1$ = 4, найдите тангенс угла между плоскостями $СДД_1$ и $ВДА_1$.

Угол между плоскостями – двугранный угол - линейный угол двугранного угла



№ 26. Дан куб А … Д₁ . Найдите угол между плоскостями АВ₁С₁ и А₁В₁С.

1. Плоскости: Δ АВ₁С₁ и Δ А₁В₁С . Их линия В₁Д – ребро искомого двугранного угла.

2. Главное: построить линейный угол этого двугранного угла.

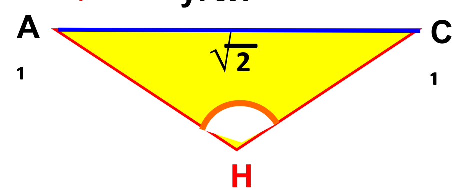
На ребре В₁Д следует выбрать точку (удобную для решения); в эту точку провести перпендикуляры к ребру В₁Д в гранях у…

(•) О - точка пересечение диагоналей куба

В₁О = А₁О = С₁О Δ ОА₁В₁ Δ ОС₁В₁ равнобедренные, равны е.

Проведём А₁Н ⊥ В₁О то и С₁Н ⊥ В₁О (высоты этих …ов).

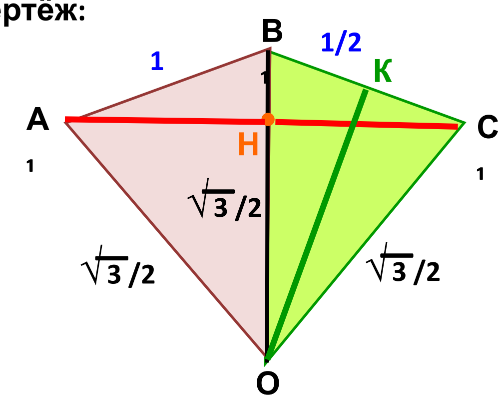
∠ А₁НС₁ - искомый ЛИНЕЙНЫЙ угол в Δ А₁НС₁ равнобедренны…



Остаётся найти А₁Н = НС₁.

Затем и угол А₁НС₁ по т. косинусов.

Вынесенный чертёж:



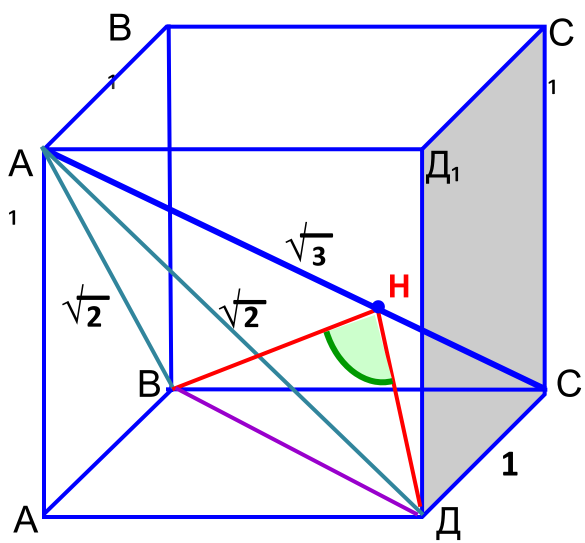
Диагональ куба $\sqrt{3}$, то ОА₁ = ОВ₁ = ОС₁ = $\sqrt{3}/2$.

НС₁ - по формулам S ΔОВ₁С₁: ½ ОВ₁ · НС₁ = ½ ОК · В₁С₁ , где ОК = $\sqrt{2}/2$. по т. Пифагора в ΔОВ₁К

НС₁ = $\sqrt{2/3}$.

Угол А₁НС₁ по т. косинусов для А₁С₁: **120⁰**

18



Диагональ куба служит ребром двугранного угла, грани которого проходят через вершины В и Д. Найдите величину этого угла.

Сравните с предыдущей задачей.

Она же - с другой трактовкой условия.

A_1C – диагональ куба - **ребро двугранного угла.**

Для начала, предположим, что ребро куба равно 1.

Тогда диагональ куба равна $\sqrt{3}$

Плоскости через В и Д, диагональ A_1C - **по условию**: ?

Рассмотрим Δ A_1CB и Δ A_1CD. **Они равны по трем сторонам.**

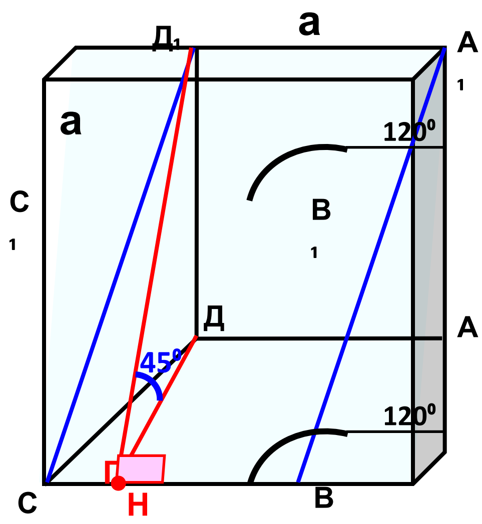
Опустим перпендикуляры - высоты к A_1C из точек В и Д.

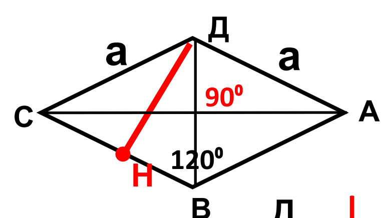
Раз треугольники равны, их высоты тоже равны

и п...

$\angle$ **ВНО** **- искомый линейный угол** **120^0**

В прямом параллелепипеде АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ основанием служит ромб со стороной, равной а, угол АВС = 120. Через сторону ВС и вершину А$_1$ проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол 45. Найдите площадь сечения.





Вынесенный чертёж основания - ромб, **чтобы определиться с построением линейного угла.**

На основной чертёж: **ДН** $\perp$ **СВ, то и** **Д$_1$Н** $\perp$ **СВ** **(т. о 3 – х перпендикулярах)**

$\angle$ **Д$_1$НД = 45^0.** **То ДН = Д$_1$Д = (а$\sqrt{3}$) : 2.** **В Δ Д$_1$НД Д$_1$Н = $\sqrt{3}/2$.** **(по т. Пифагора)**

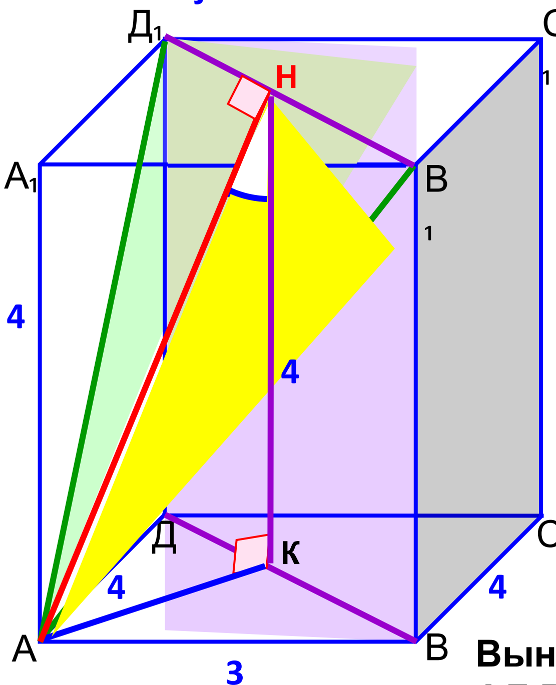
S СД$_1$А$_1$В = а^2 $\sqrt{3}/2$.

Угол между плоскостями – двугранный угол - *линейный угол двугранного угла*

№ 23

В прямоугольном параллелепипеде АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$ известны ребра: АВ = 3, АД = 4, СС$_1$ = 4. Найти угол между плоскостями ВДД$_1$ и АД$_1$В$_1$.

ЕГЭ 2010. Кузбасс. 07.06.



Плоскость ВДД$_1$ → Диагональное сечение ВДД$_1$В$_1$.

Плоскость АД$_1$В$_1$ → Д$_1$В$_1$ - ребро искомого двугранного угла

Линейный угол искомого двугранного угла:

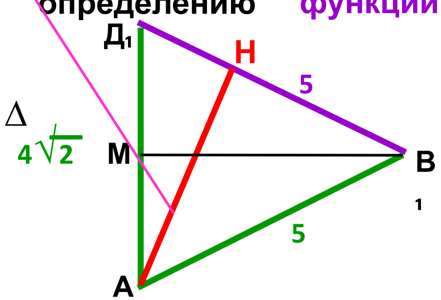
АН ⊥ Д$_1$В$_1$, НК ⊥ Д$_1$В$_1$ → ∠ АНК - в Δ прямоугольный

Это уже 1 балл из 2 возможных за решение задачи

НК – известно, как равное боковому ребру, НК = 4.

Знать бы АН или АК, то угол АНК по определению легко находится тригонометрической функции

Вынесенный чертёж Δ АД$_1$В$_1$



Д$_1$В$_1$ = 5, Δ Д$_1$С$_1$В$_1$

АВ$_1$ = 5, Δ АВ$_1$В

АД$_1$ = $4\sqrt{2}$, Δ АА$_1$Д$_1$

т. ПИФАГОРА

В$_1$М = $\sqrt{17}$

Площадь Δ АД$_1$В$_1$ (приём сравнения):

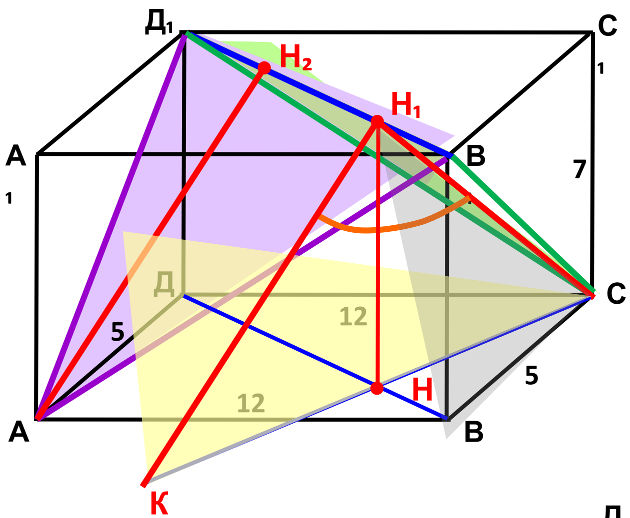
½ АД$_1$· В$_1$М = ½ Д$_1$В$_1$ · АН → АН →

Cos ∠ АНК = НК : АН. Но сначала В$_1$М:

∠ АНК = arccos $\frac{5\sqrt{34}}{34}$

Угол между плоскостями – двугранный угол - *линейный угол двугранного угла*

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1Д_1$ известны три измерения AB = 12 , BC = 5, CC_1 = 7. Найдите угол между плоскостями $CB_1Д_1$ и $AB_1Д_1$.



Параллелепипед, Измерения

Плоскости: $\triangle CB_1Д_1$ и $\triangle AB_1Д_1$

Далее надо построить линейный угол угла между плоскостями - это перпендикуляр в каждой грани в одну точку ребра $B_1Д_1$.

Проведём анализ по чертежу, заметив: $\triangle CB_1Д_1 = \triangle AB_1Д_1$ ($B_1Д_1$ - общая, $CB_1 = AД_1$, $CД_1 = AB_1$).

$= CH_1$

Проведём высоты к общему основанию $B_1Д_1$. Да, но Не в одну точку.

В обоих случаях ближе к меньшей стороне, но РАВНЫЕ!

$\triangle AB_1Д_1$ $H_1 \parallel H_2A$ K (равн

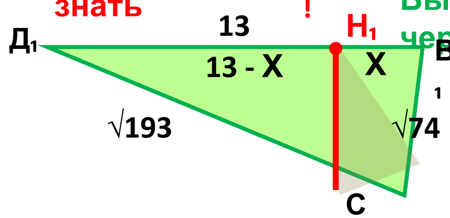
Для построения линейного угла в плоскости - в $\triangle KH_1C$ равнобедренный

Угол KH_1C - искомый.

Можем найти сначала угол CH_1H в $\triangle CH_1H$ по опред. косинуса.

Но надо знать CH_1!

Вынесенный чертёж:



стороны - диагонали по т. Пифагора

Пусть H_1B_1 = X, по т. Пифагора в 2-х треуг.

CH_1 : $74 - X^2 = 193 - (13 - x)^2$.

X = 25/13,

$\triangle CH_1B_1$ по т. Пифагора: CH_1 = 109/13,

в $\triangle CH_1H$	cos CH_1H =	$HH_1 : CH_1$ =	7 : 109/13 =	91/109.

Угол CH_1H = arccos 91/109.

Угол KH_1C = 2arccos 91/109.

Итоговый обобщающий к С 2

СТЕРЕОМЕТРИЯ

Главное - верно указать на чертеже ИСКОМОЕ (слайд 2) и план решения.

Это уже 1 балл из 2 возможных за решение задачи

Чертёж советуем выполнять ЭТАПАМИ текста условия, что помогает ПРОГНОЗУ поиска пути решения задачи.

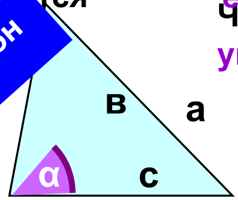
ПЛАНИМЕТРИЯ

Используйте принцип «ИЩИ ТРЕУГОЛЬНИК»

Если определить ТРИ любых элемента треугольника, - разрешима любая задача !!!

Часто встречаются «классические» задачи:

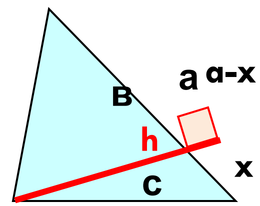
разносторонний



Чтобы найти ЛЮБОЙ угол ∆, хорошо знать ТРИ стороны.

Применить т. косинусов.

$a^2 = в^2 + c^2 - 2вс \cdot \cos\alpha$

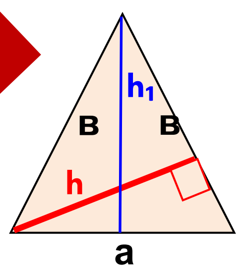


Чтобы найти ЛЮБУЮ высоту ∆, хорошо знать ТРИ стороны.

Уравнение: по т. Пифагора в двух ∆, введя х

или ½ ah = S по формуле ГЕРОНА

равнобедренный



Чтобы найти ВЫСОТУ к БОКОВОЙ стороне ∆, хорошо знать стороны.

Высоту к основанию найти её по т. Пифагора.

УРАВНЕНИЕ:

½ в h = ½ а h₁ → h

Удачи на ЕГЭ!