Основы математической обработки информации

Семестр: 1
Лекции: 6
Практические занятия: 10
Контрольная работа: 1
Зачёт

ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»
Основы математической обработки информации
лектор Макеева О.В.

Соответствие ФГОС ВО

Согласно ФГОС ВО по направлениям подготовки

44.03.02 Психолого-педагогическое образование

44.03.05 Педагогическое образование

в результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции.

Среди них **общекультурная компетенция** ОК-3:

способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном

Описание компетенции ОК-3

- **знать**

  основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки данных, идеи и приёмы математического моделирования;

Описание компетенции ОК-3

- **уметь**

оперировать с математическими объектами используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания строить простейшие математические модели (в том числе в предметной области в соответствии с профилем подготовки) и интерпретировать результаты работы с моделью;

Описание компетенции ОК-3

- **владеть** понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка) при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.

Лекция 1. Числа, множества, операции, отношения. Структурирование данных. Комбинаторика.

§0. Из истории единицы...

§1. Процедуры счёта и измерения как простейшие случаи построения математической модели

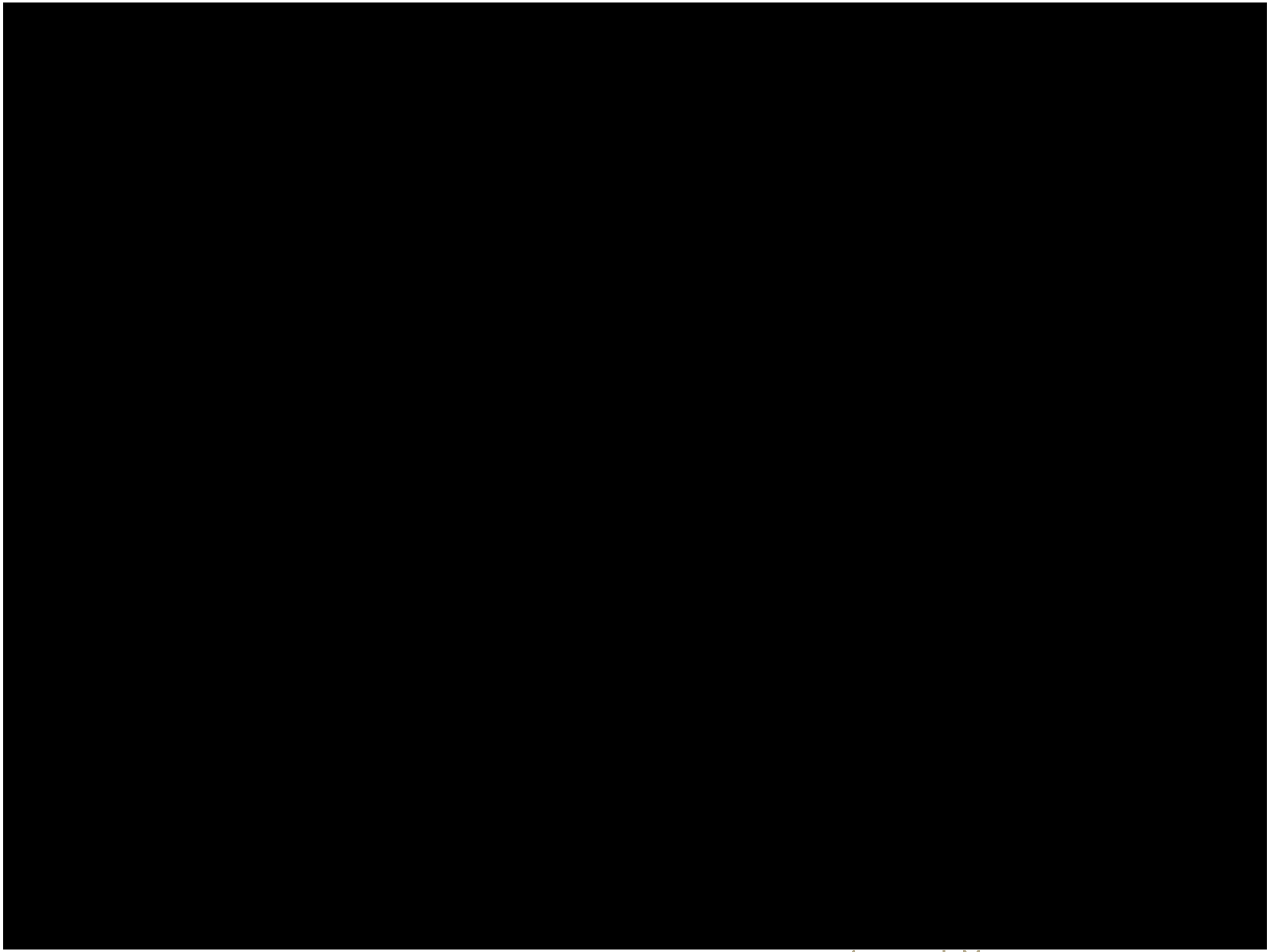
§2. Множества

§3. Структурирование

§4. Комбинаторика

§5. Графы

Из истории единицы…



§ 1. Процедура счета и процедура измерения как простейшие случаи построения математической модели объекта

1) **Число**
2) **Цифра**
3) **Числовые множества**

§ 1.Процедура счета и процедура измерения как простейшие случаи построения математической модели объекта

Число – важнейшее понятие математики, используется для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов.

Письменными знаками для обозначения чисел служат **цифры**.

Числовые множества:

- натуральные числа;
- целые числа;
- рациональные числа;
- действительные числа.

§ 1. Процедура счета и процедура измерения как простейшие случаи построения математической модели объекта

Множество **N** = {1, 2, 3, …} – чисел, используемых при счёте предметов, называется множеством **натуральных чисел** или натуральным рядом.

Множество **Z** = {…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}, состоящее из натуральных чисел, чисел им противоположных и числа ноль называется множеством **целых чисел**.

§ 1. Процедура счета и процедура измерения как простейшие случаи построения математической модели объекта

Множество **Q** = {m/n} – чисел, которые можно представить в виде обыкновенной дроби, где m – целое число, n – натуральное число, называется множеством **рациональных чисел.**

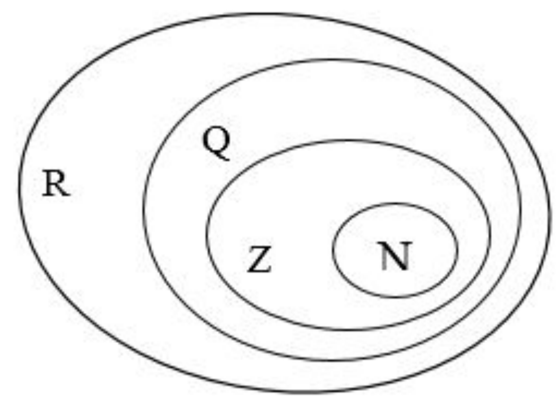
Всякое рациональное число можно единственным способом записать с помощью бесконечной периодической десятичной дроби.

$$\frac{1}{2} = 0{,}5 = 0{,}5(0) \qquad \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0,(3)$$

§ 1. Процедура счета и процедура измерения как простейшие случаи построения математической модели объекта

Множество **I** – всех бесконечных непериодических десятичных дробей называется множеством **иррациональных чисел.**

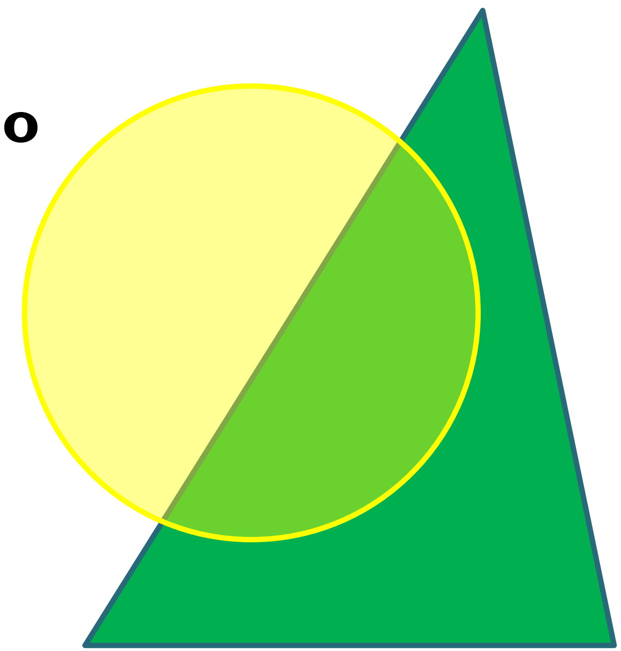
Множество **R** – всех бесконечных (периодических и непериодических) десятичных дробей называется множеством **действительных чисел.**



§ 2. Множества

1) **Множество**

2) **Пустое множество**
3) **Универсальное множество**



4) **Равные множества**
5) **Подмножество**
6) **Булеан**

7) **Виды множеств**

8) **Операции над множествами**

§ 2. Множества

Множество – это совокупность объектов, объединённых по некоторому признаку.
Объекты называют **элементами множества**, а объединяющий признак – **характеристическим свойством**.

Множество можно задать перечислив его элементы или сформулировав характеристическое свойство.

A = { сложение, вычитание, умножение, деление} – множество основных арифметических операций

сложение $\in$ A; интеграл $\notin$ A

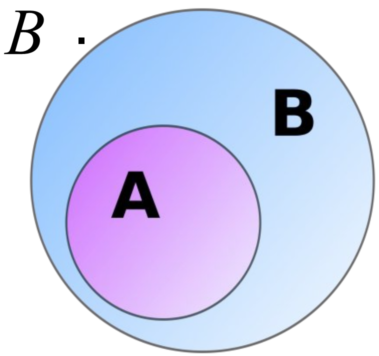
§ 2. Множества

Множество, не содержащее элементов называют **пустым** и обозначают $\varnothing$.
Множество, содержащее все мыслимые элементы называют **универсальным** и обозначают ***U.***

Множества называют **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов.

§ 2. Множества

Множество А, все элементы которого принадлежат множеству В, называется **подмножеством** множества В и записывают $A \subset B$.



$\varnothing \subset A \quad A \subseteq A$

Множество всех подмножеств множества А называется его **булеаном** и обозначается 2^A.

$$A = \{1,2,3\}$$

$$2^A = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$

§ 2. Множества

Виды множеств:

- конечные/бесконечные
- дискретные/непрерывные
- ограниченные/неограниченные

$$A = \{1,2\}$$

$$B = (1,2)$$

$$C = [1,2]$$

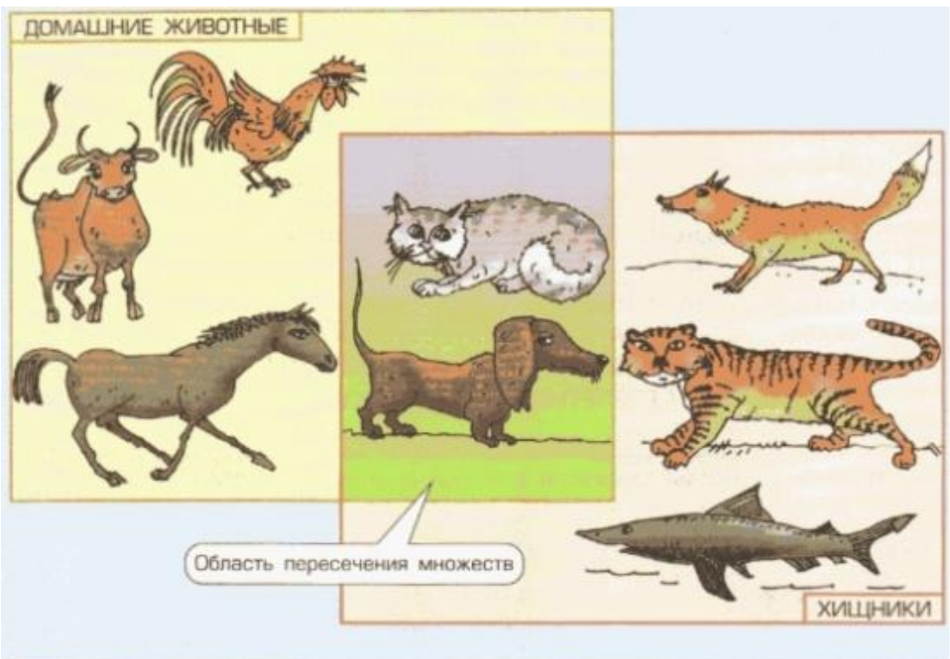
$$F = \{\ldots,-2,-1,0,1,2\}$$

$$D = [1,+\infty)$$

§ 2. Множества

Операции над множествами:

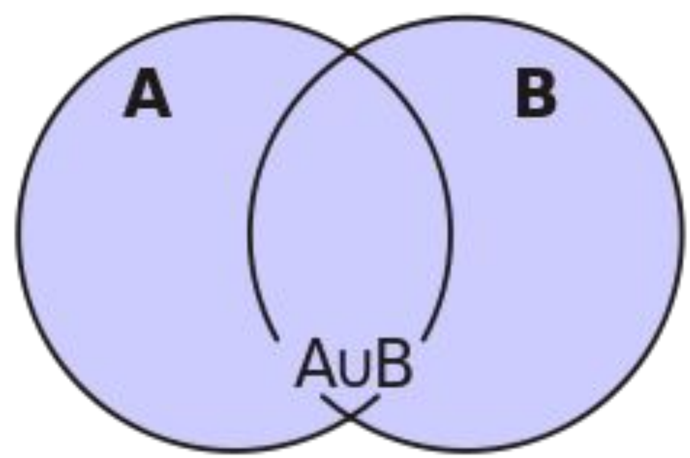
- объединение,
- пересечение,
- разность,
- декартово произведение



§ 2. Множества

Объединением множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат хотя бы одному из множеств А или В.

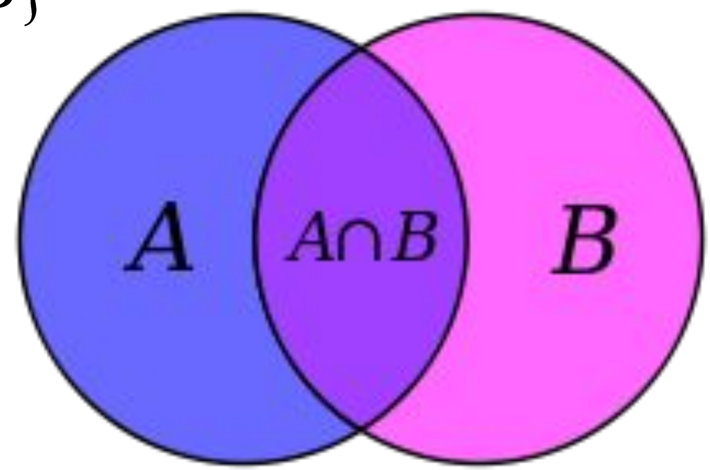
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$



§ 2. Множества

Пересечением множеств А и В называется множество, элементы которого одновременно принадлежат обоим множествам А и В.

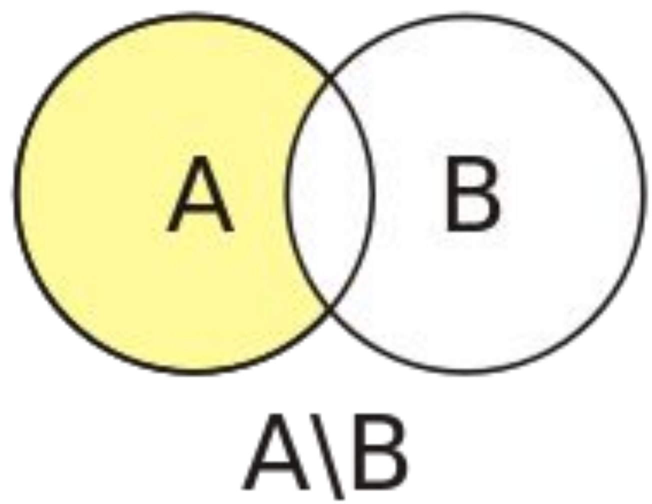
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$



§ 2. Множества

Разностью множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В.

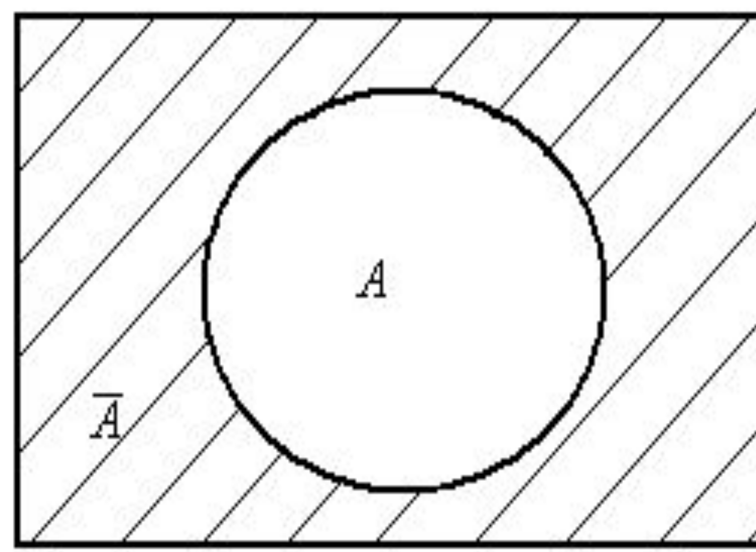
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$



§ 2. Множества

Дополнением множества А до универсального множества называется множество, элементы которого не принадлежат множеству А.

$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$$



§ 2. Множества

Декартовым произведением множества A и B называется множество, элементами которого являются упорядоченные пары, где первый элемент пары принадлежат множеству A, а второй – множеству B.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

A \ B	a	b
1	(1, a)	(1, b)
2	(2, a)	(2, b)
3	(3, a)	(3, b)

Задание 1.

С помощью координатной прямой дайте геометрическую интерпретацию каждого множества:

$$A = \{-4;0\}$$

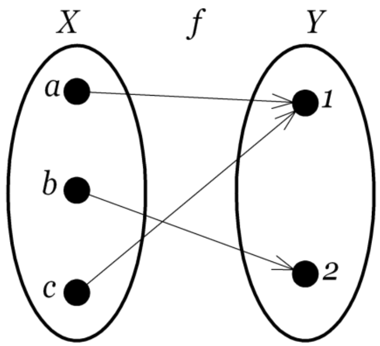
$$B = [-4;0]$$

$$C = (-4;0)$$

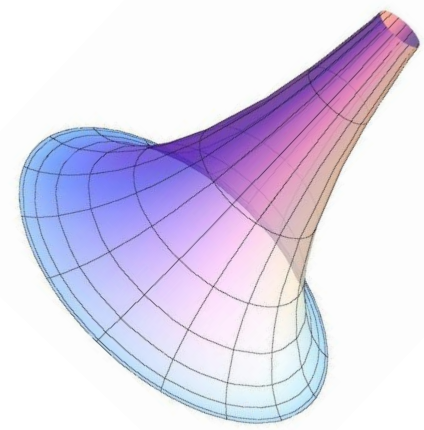
Какая операция позволяет из двух данных множеств получить третье?
Какая операция позволяет из двух данных множеств получить пустое множество?

Задание 2.

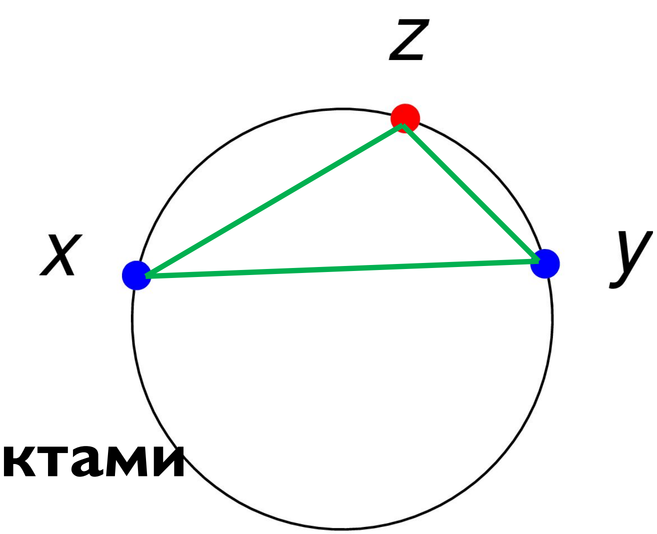
Все туристы группы владеют хотя бы одним иностранным языком. 6 человек – английским, 6 – немецким, 7 – французским, 4 – английским и немецким, 3 – немецким и французским, 2 – французским и английским, 1 – английским, немецким и французским. Сколько человек в группе?



§ 3. Структурирование данных



1) **Отношение на множествах**
2) **Свойства отношений**
3) **Виды отношений**
4) **Отображения**
5) **Виды отображений**
6) **Расстояние между объектами**
7) **Измерение объекта**



§ 3. Структурирование данных

Бинарным отношением между множествами А и В называется подмножество декартова произведения АхВ.

Бинарным отношением на множестве А называется подмножество декартова квадрата АхА.

$$A = \{1,2,3,4\}$$

$$P = \{(x;y) | x, y \in A, x - y = 2\}$$

$$P = \{(3;1),(4;2)\}$$

§ 3. Структурирование данных

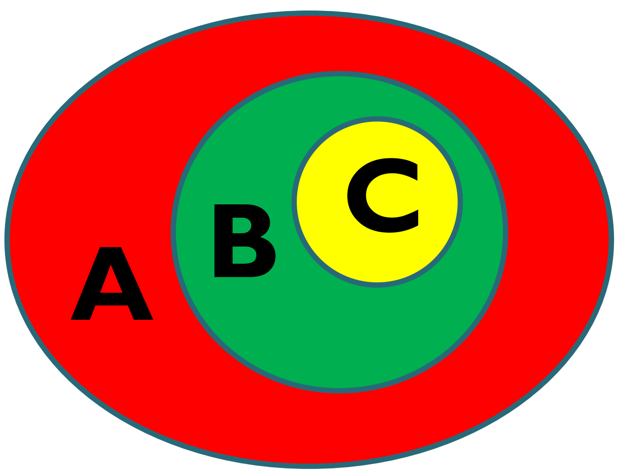
Свойства бинарных отношений на множестве А:

- рефлексивность: $\forall x \in A, (x; x) \in P$
- симметричность: $\forall x, y \in A, (x; y) \in P \Rightarrow (y; x) \in P$
- антисимметричность: $\forall x, y \in A,$
  $(x; y) \in P, (y; x) \in P \Rightarrow x = y$
- транзитивность: $\forall x, y, z \in A,$
  $(x; y) \in P, (y; z) \in P \Rightarrow (x; z) \in P$

§ 3. Структурирование данных

Примеры бинарных отношений на множестве А:

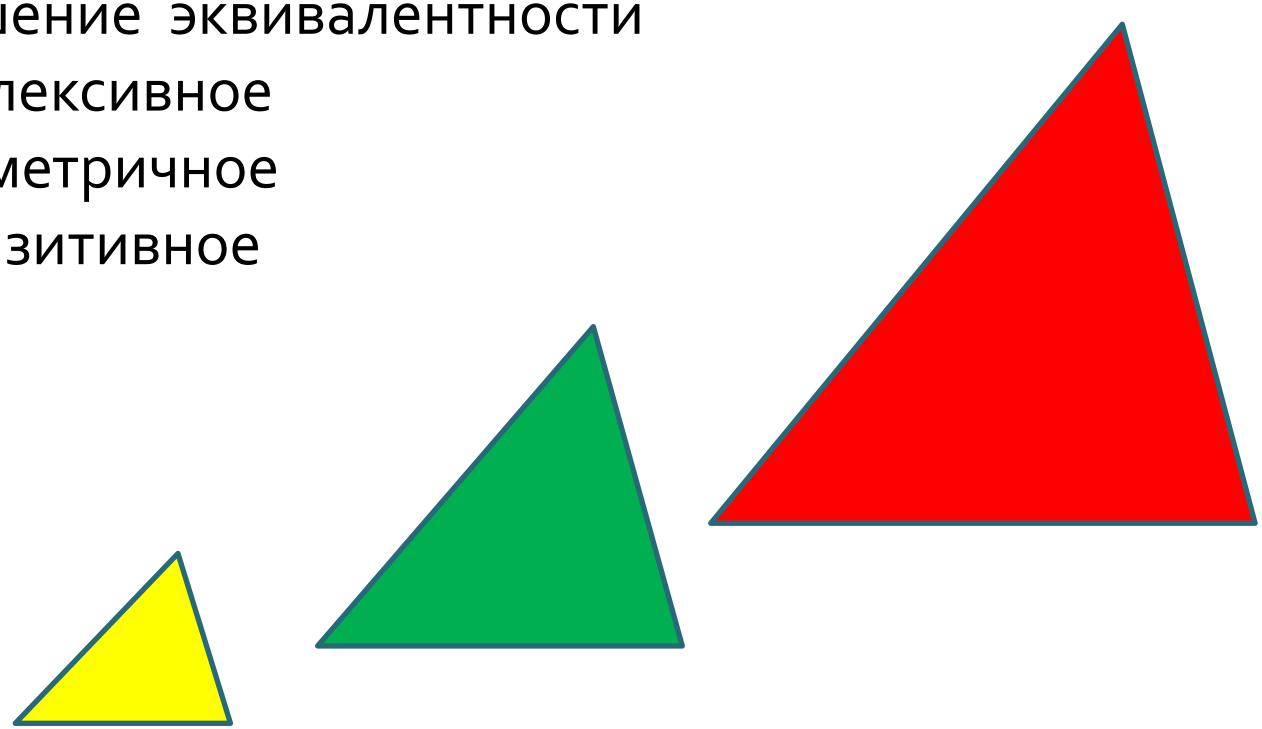
- Отношение включения
  - рефлексивное: $A \subseteq A$
  - антисимметричное: $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$
  - транзитивное: $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$



§ 3. Структурирование данных

Виды бинарных отношений на множестве А:

- Отношение эквивалентности
  - рефлексивное
  - симметричное
  - транзитивное



§ 3. Структурирование данных

Виды бинарных отношений на множестве А:

❑Отношение частичного порядка
- рефлексивное
- антисимметричное $x \le y$ - "не больше"
- транзитивное

❑Отношение строгого порядка
- антирефлексивное
- антисимметричное $x < y$ - "меньше"
- транзитивное

Задание 3.

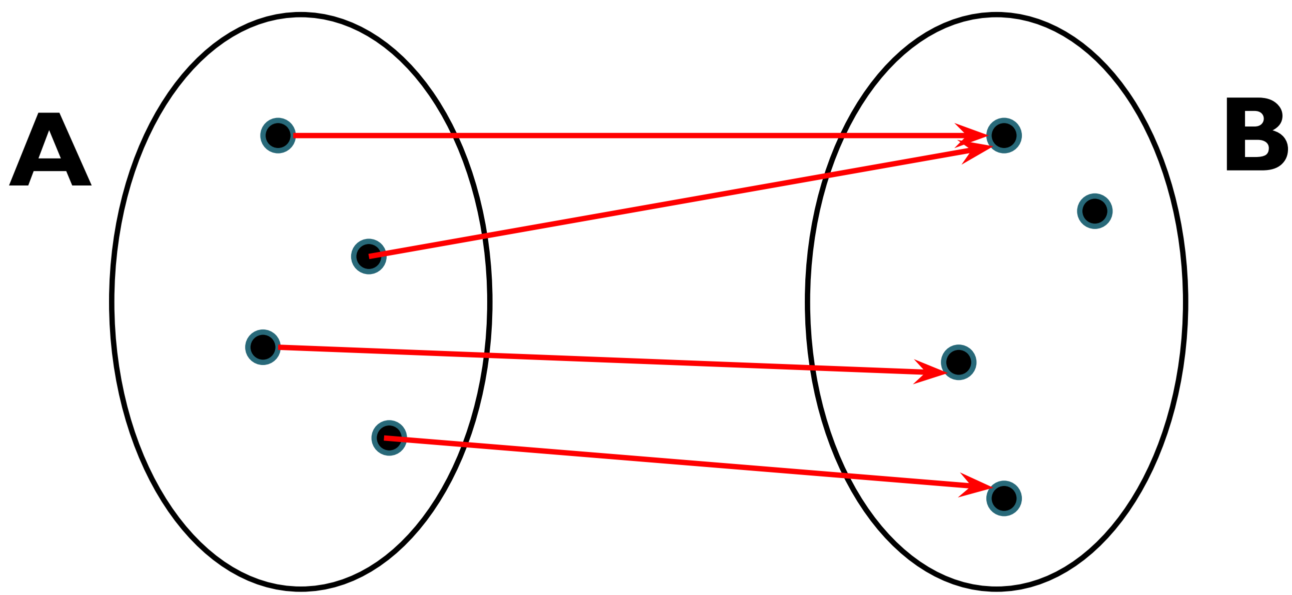
Пусть М – множество людей. Говорят, что элементы x, y этого множества находятся в отношении Р, если x и y одного возраста. Проверьте отношение Р на рефлексивность, симметричность, антисимметричность и транзитивность.
Является ли отношение Р отношением порядка? Отношением эквивалентности?

Задание 4.

Пусть N – множество натуральных чисел. Говорят, что элементы x, y этого множества находятся в отношении P, если x делится на y без остатка. Проверьте отношение P на рефлексивность, симметричность, антисимметричность и транзитивность.
Является ли отношение P отношением порядка? Отношением эквивалентности? Постройте график отношения.

§ 3. Структурирование данных

Бинарное отношение называется **отображением** или **функцией** из множества А во множество В, если каждому элементу из множества А сопоставляется единственный элемент во множестве В.



§ 3. Структурирование данных

Отображение называется **сюръективным,** если каждый элемент множества В имеет прообраз во множестве А.

Отображение называется **инъективным**, если различные элементы множества А имеют различные образы во множестве В.

Отображение называется **биективным (взаимно однозначным)**, если оно одновременно сюръективно и инъективно.

§ 3. Структурирование данных

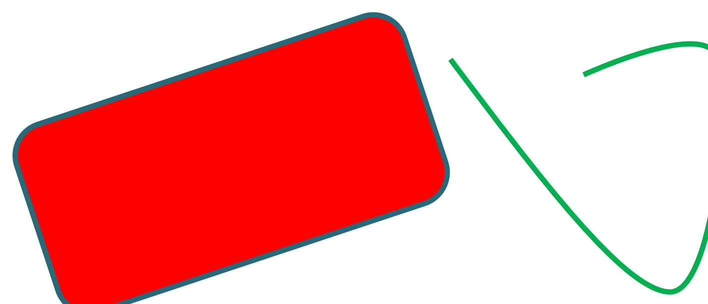
Множество А называется **метрическим пространством**, если для любых его элементов x и y определено расстояние (или **метрика) –** функция $\rho(x, y)$, удовлетворяющая свойствам:

- неотрицательность: $\rho(x, y) \geq 0$
- аксиома тождества: $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
- аксиома симметрии: $\rho(x, y) = \rho(y, x)$
- аксиома треугольника: $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$

§ 3. Структурирование данных

Мерой множества А называется неотрицательная функция μ, обладающая свойствами:

- мера пустого множества равна нулю: $\mu(\varnothing) = 0$
- мера объединения непересекающихся множеств равна сумме их мер: $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B), A \cap B = \varnothing$



Задание 5.

Изобразите множество точек плоскости координаты которых удовлетворяют условию:

$$(x-3)^2+(y+4)^2=25$$

$$(x-3)^2+(y+4)^2\le 25$$

$$4<(x-3)^2+(y+4)^2\le 25$$

Найдите меру множества.

§ 4. Комбинаторика (самостоятельное повторение)

1) **Комбинаторика**
2) **Правила комбинаторики**
3) **Основные комбинаторные объекты**

§ 5. Графы (самостоятельное ознакомление)

1) Граф и его элементы
2) Виды графов
3) Представление отношений и процессов
4) Комбинаторные схемы

Задание 6.

На множестве улиц

$$A = \{\text{Гончарова, Карла Маркса, Спасская}\}$$

города Ульяновска задано отношение **Р.** Говорят, что улица Х находится в отношении **Р** с улицей У, если с улицы Х можно на машине продолжить движение по улице У. Представьте отношение в виде множества (как подмножество декартова квадрата множества А). Изобразите отношение в виде графа G. Запишите матрицу смежности вершин графа G.

Задание 7.

Представьте в виде дерева алгоритм проведения зачета, когда после двух неправильных ответов на вопросы преподавателя студент получает «не зачтено». В качестве вершин графа выделите:
В – вопрос преподавателя, ОП – правильный ответ студента, ОНП – неправильный ответ студента, З – «зачтено», НЗ – «не зачтено».

Основы математической обработки информации

Продолжение следует…