

Обзор проблемы определения размера лота и планирования

Виды обслуживания

- * Корректирующее обслуживание
- * Модифицирующее обслуживание
- * Ремонтное обслуживание
- * Профилактическое обслуживание

Задача

Задача состоит в том, чтобы определить график технического обслуживания оборудования, количество спроса, размеры партии и графики производства таким образом, чтобы ожидаемая прибыль была максимизирована.

Допущения

Машина имеет следующие три состояния:

1. Работа с высокой эффективностью (состояние 1).
2. Работа с низкой эффективностью (состояние 2).
3. Когда машина выходит из строя (состояние r).

Допущения

- * Модель находится в многопараллельной машинной среде.
- * Горизонт планирования конечен и состоит из T периодов.
- * Спрос на продукт не известен перед каждым периодом и определяется моделью. Для каждого продукта это значение колеблется между нижней и верхней границей спроса.
- * Затраты на хранение, затраты на настройку и производственные затраты не зависят от времени.
- * Целевая функция - максимизация выручки от продаж за вычетом затрат на производство, хранение и настройку.

Параметры

\overline{T} - количество плановых периодов

P - количество продуктов

N - количество позиций в горизонте планирования

π_n - период, в котором находится позиция n , $n = \overline{1, N}$

C_t - доступная мощность в каждом периоде t , $t = \overline{1, T}$

Ld_{jt} - нижняя граница спроса на продукт j в период t

$$j = \overline{1, P}, t = \overline{1, T}$$

Ud_{jt} - верхняя граница спроса на продукт j в период t $j = \overline{1, P}$,

$$t = \overline{1, T}$$

n_t - количество позиций в период t , $t = \overline{1, T}$

Параметры

F_t - первая позиция в период t , $t = \overline{1, T}$

L_t - последняя позиция в период t , $t = \overline{1, T}$

h_j - стоимость хранения одной единицы продукции j , $j = \overline{1, P}$

r_{jt} - выручка от реализации одной единицы товара j в период t ,
 $j = \overline{1, P}$, $t = \overline{1, T}$

Cp_j - производственные затраты на одну единицу продукции j ,
 $j = \overline{1, P}$

p_j - время обработки для одной единицы продукта j , $j = \overline{1, P}$

S_{ij} - стоимость установки для перехода от продукта i к продукту j ,
 $i = j = \overline{1, P}$

St_{ij} - время настройки перехода от продукта i к продукту j ,
 $i = j = \overline{1, P}$

I_{j0} - начальный уровень запасов для продукта j , $j = \overline{1, P}$

Переменные

I_{ij} – уровень запасов продукта j на конец периода t

D_{jt} – принятый спрос на продукт j в период t

Q_{jt} – количество продукта j , произведенного в позиции n

Y_{jt} – двоичная переменная, равная 1, когда состояние установки в позиции n относится к продукту j

X_{ijn} – положительная переменная, количество которой всегда равно 0 или 1. Эта переменная равна 1, когда состояние установки изменяется с продукта i на продукт j в позиции n

Математическая модель

$$\text{Max} \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T r_{jt} D_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{n=1}^N C_{pj} Q_{jn} - \sum_{j=1}^P \sum_{i=1}^P \sum_{n=1}^N S_{ij} X_{ijn} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T h_j I_{jt}$$

Ограничения

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{n=F_t}^{L_t} Q_{jn} - D_{jt} \quad j = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T$$

$$Ld_{jt} \leq D_{jt} \leq Ud_{jt} \quad j = 1, \dots, P, \quad t = 1, \dots, T$$

$$Q_{jn} \leq M_{j\pi_n} Y_{jn} \quad j = 1, \dots, P, \quad n = 1, \dots, N$$

$$M_{jt} = \min \left\{ \frac{C_t}{P_j}, \sum_{k=t}^T Ud_{jk} \right\} \quad j = 1, \dots, P, \quad n = 1, \dots, N$$

Параметры

- * R - количество продуктов
- * \neq_{jt} - количество микропериодов, содержащих позицию n
- * n_t - количество позиций, доступных в период t
- * nr_t - число микропериодов обслуживания в период t
- * β - коэффициент полезного действия, когда машина находится в состоянии 2
- * Cp_j – себестоимость производства j
- * ρ_{jk} - норма использования машины k для производства изделия j
- * S_{ijk} - стоимость установки станка k для производства элемента j после элемента i
- * St_{ijk} - время установки станка k для изготовления элемента j после элемента i
- * e - ставка дисконтирования в каждом периоде

Параметры

c_r – цена ремонтного обслуживания

m_j - минимальный размер производственной партии j

P_i^{tr} – вероятность состояния 1 после $(tr - 1)$
микропериодов от последнего РМ

n_{nr} - количество макропериодов, включающих
обслуживание

C_{rp} – стоимость профилактического обслуживания

U_k - техническое обслуживание для машины k за
микропериод

δ_{ij} - вероятность перехода из состояния i в j

Параметры

F_{tk} – первая позиция в период t для машины k , $k = 1, \dots, K$, $t = 1, \dots, T$

L_{tk} - последняя позиция в периоде t для машины k

N - общее количество позиций на горизонте планирования

F_{rtk} – первая позиция РМ в периоде t для машины k

L_{rtk} – последняя позиция РМ в периоде t для машины k

N_r – общее количество позиций РМ

Параметры

$$F_t = \sum_{k=1}^{t-1} n_k + 1$$

$$L_t = F_t + n_t - 1$$

$$N = \sum_{t=1}^T n_t$$

$$F_{rt} = \sum_{k=1}^{t-1} nr_k + 1$$

$$L_{rt} = F_{rt} + nr_t - 1$$

$$Nr = \sum_{t=1}^T nr_t$$

Переменные

- * I_{jt}^+ - инвентаризация продукта j на конец периода t
- * I_{jt}^- - нехватка продукта j в конце периода t
- * Q_{jnk} - объем производства продукта j в микропериоде n для машины k
- * tr_{nrk} – количество микропериодов (плюс 1) между последним РМ и периодом обслуживания nr для машины k
- * Y_{jnk} - двоичная переменная; это 1, если продукт j производится в положении n на машине k
- * X_{ijnk} – если настройка машины K выполнена для производства продукта j в положении n ; когда продукт i производится в этой позиции, он равен 1; в противном случае ноль $j, i = 1, \dots, R, k = 1, \dots, K, n = 1, \dots, N$
- * nr_k - двоичная переменная; РМ был выполнен в период обслуживания nr на машине k

Интегрированная модель

$$\begin{aligned}
 \max E(Z) = & \sum_{j=1}^R \sum_{t=1}^T (1-e)^{t-1} r_{jt} D_{jt} - \sum_{j=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (1-e)^{t-1} c p_j Q_{jnk} \\
 & - \sum_{j=1}^R \sum_{i=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (1-e)^{\pi_n-1} S_{ij} X_{jink} - \sum_{j=1}^R \sum_{t=1}^T (1-e)^{t-1} h_j I_{jt}^+ \\
 & - \sum_{j=1}^R \sum_{t=1}^T (1-e)^{t-1} b_j I_{jt}^- - cr \sum_{k=1}^K \sum_{nr=1}^{Nr} \sum_{\tau r}^{Nr} \frac{(1-e)^{\pi_{nr}-1} P r^{\tau r}}{(tr_{nrk} - tr) M + 1} \\
 & - cr p \sum_{k=1}^K \sum_{nr=1}^{Nr} (1-e)^{\pi_{nr}-1} q_k^{nr}
 \end{aligned}$$

Ограничения

$$I_{jt}^+ = I_{j(t-1)}^+ - I_{j(t-1)}^- + \sum_{k=1}^K \sum_{n=F_{tk}}^{L_{tk}} Q_{jnk} - D_{jt} + I_{jt}^- \quad \forall t, j$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N Q_{jnk} = \sum_{t=1}^T D_{jt} \quad \forall j$$

$$Ld_{jt} \leq D_{jt} \leq Ud_{jt} \quad \forall t, j \quad Q_{jnk} \leq MY_{jnk} \quad \forall j, n, k$$

$$\sum_{j=1}^R \sum_{n=F_{tk}}^{L_{tk}} \rho_{jk} Q_{jnk} + \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R \sum_{n=F_{tk}}^{L_{tk}} St_{ijk} X_{ijnk} \leq \sum_{nr=F_{tk}}^{L_{tk}} \sum_{\tau r=1}^{Nr} \frac{[P_1^{\tau r} U_k + P_2^{\tau r} U_k^\beta \dagger]}{(\tau r_{nrk} - \tau r) M + 1} \quad \forall k, t$$

Ограничения

$$\sum_{j=1}^R Y_{jnk} = 1 \quad \forall n, k$$

$$X_{ijnk} \geq Y_{i(n-1)k} + Y_{jnk} - 1 \quad \forall j, i, n, k$$

$$tr_{nrk} = tr_{(nr-1)k} (1 - q_k^{nr}) + 1 \quad \forall n, k$$

$$Y_{jnk}, q_k^{nr} \in \{0, 1\} \quad \forall j, n, k, nr$$

$$X_{ijnk}, Q_{jnk}, I_{jt}^+, I_{jt}^-, tr_{nrk}, D_{jt} \geq 0 \quad \forall j, n, k, i$$

Вероятность перехода

$$P_1^{tr} = P_1^{tr-1}\delta_{11} + P_r^{(tr-1)}$$

$$P_2^{tr} = P_2^{tr-1}\delta_{22} + P_1^{tr-1}\delta_{12}$$

$$P_r^{tr} = P_2^{tr-1}\delta_{2r} + P_1^{tr-1}\delta_{1r}$$

$$P_1^1 = P_2^1 = P_r^1 = 0$$

$$P_1^2 = 1, \quad P_2^2 = P_r^2 = 0$$

| | 1 | 2 | R |
|---|---------------|---------------|---------------|
| 1 | δ_{11} | δ_{12} | δ_{1r} |
| 2 | 0 | δ_{22} | δ_{2r} |
| 3 | 1 | 0 | 0 |



Благодарю за внимание!