



# Круги Эйлера Применение к решению задач



# Леонард Эйлер

**ИДЕАЛЬНЫЙ**

**МАТЕМАТИК**

**XVIII ВЕКА**

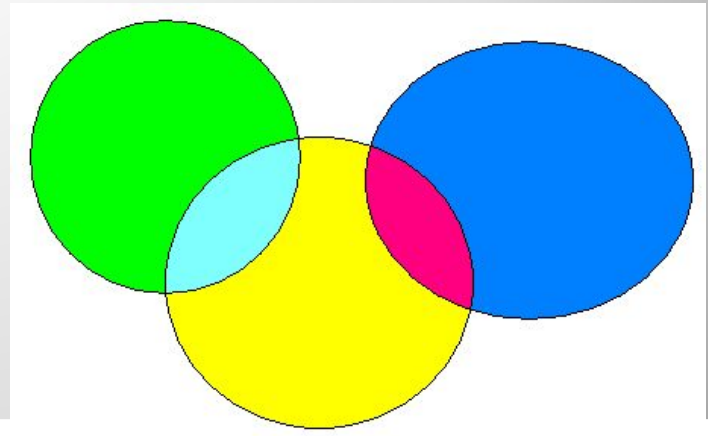
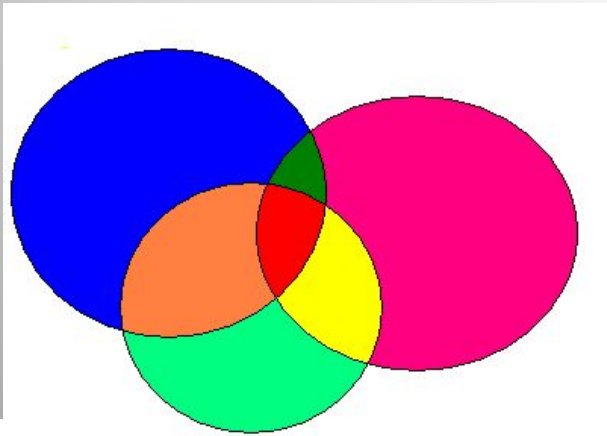
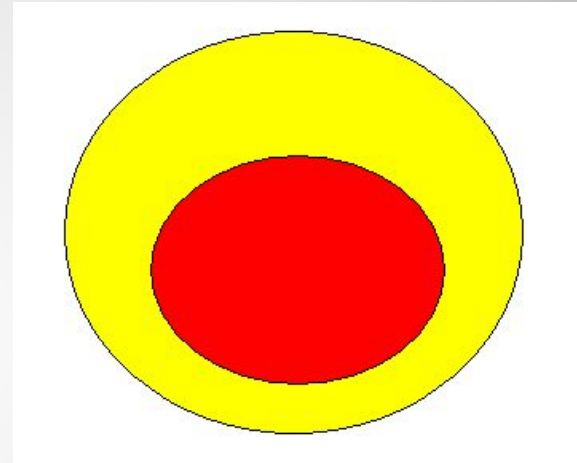
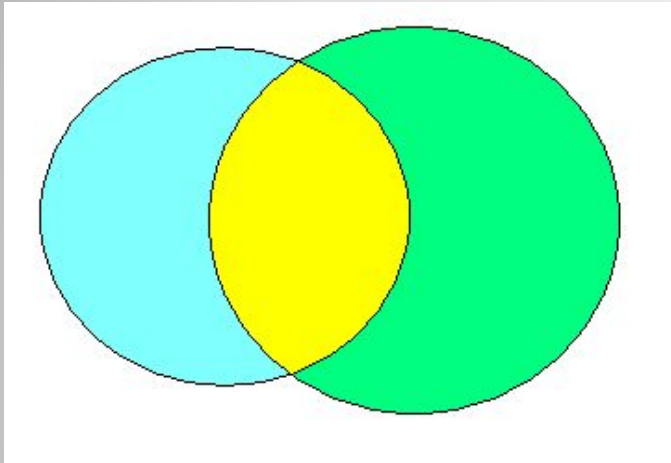


● Это один из величайших математиков. Родился он в Швейцарии, много лет жил и работал в Петербурге, поэтому его можно считать русским ученым. За свою жизнь он написал более 800 работ по математике, физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки.

- Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной литературе по математике столь же часто, как имя Эйлера. В Энциклопедии можно найти сведения о шестнадцати формулах, уравнениях, теоремах и т. д., носящих имя Эйлера.

- Эйлер писал тогда, что «круги очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».
- При решении целого ряда задач Леонард Эйлер использовал идею изображения множеств с помощью кругов и они получили название «круги Эйлера».

# Типы кругов Эйлера



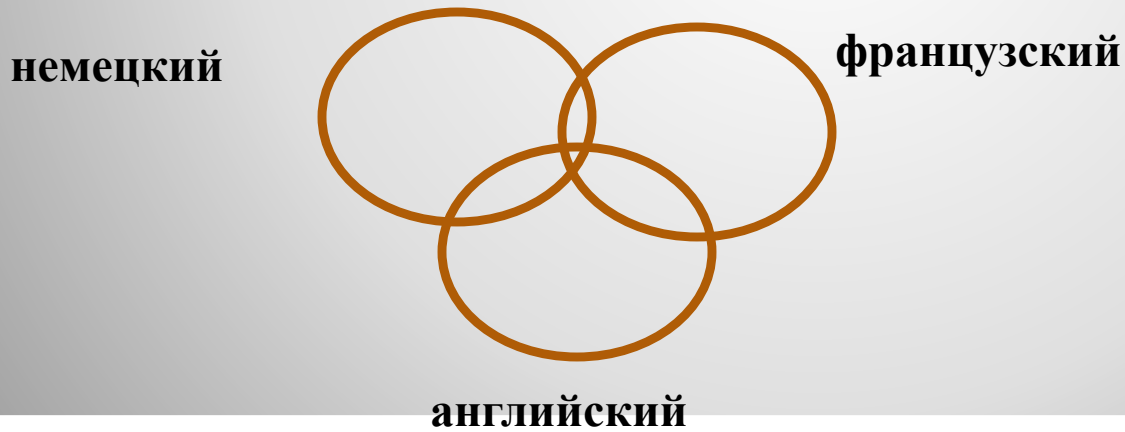
## Задача:

Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3.

Сколько туристов не владеют ни одним языком?

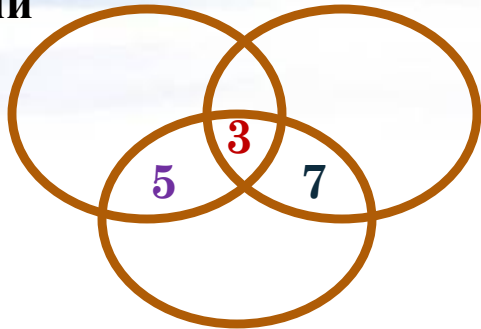
## Решение:

Выразим условие задачи графически. Обозначим кругом тех, кто знает английский, другим кругом – тех, кто знает французский, и третьим кругом – тех, кто знают немецкий.



Всеми тремя языками владеют три туриста, значит, в общей части кругов вписываем число 3.

немецкий



французский

английский

Английским и французским языками владеют 10 человек, а 3 из них владеют ещё и немецким. Значит, английским и французским владеют  $10 - 3 = 7$  человек.

В общую часть английского и французского кругов вписываем цифру 7.

Английским и немецким языками владеют 8 человек, а 3 из них владеют ещё и французским. Значит, английским и немецким владеют  $8 - 3 = 5$  человек.

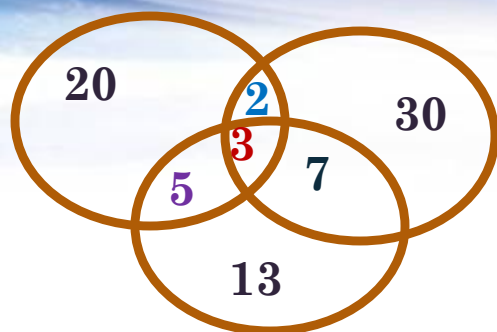


В общую часть английского и немецкого кругов вписываем число 5.



немецкий

французский



английский

Немецким и французским языками владеют 5 человек, а 3 из них владеют ещё и английским. Значит, немецким и французским владеют  $5-3=2$  человека.

В общую часть немецкого и французского кругов вписываем цифру **2**.

Известно, что немецким языком владеют 30 человек, но  $5+3+2=10$  из них владеют и другими языками, значит, только немецкий знают 20 человек. Английский язык знают 28 человек, но  $5+3+7=15$  человек владеют и другими языками, значит, только английский знают 13 человек. Французский язык знают 42 человека, но  $2+3+7=12$  человек владеют и другими языками, значит, только французский знают 30 человек.



По условию задачи всего 100 туристов.  $20+30+13+5+2+3+7=80$  туристов знают хотя бы один язык, следовательно, 20 человек не владеют ни одним языком.

**Ответ:** 20 человек.

# Спортивная задача

В классе 38 человек. Из них 16 играют в баскет 17 - в хоккей, 18 - в футбол. Увлекаются двумя видами спорта –

баскетболом и хоккеем - четверо,  
баскетболом и футболом - трое,  
футболом и хоккеем - пятеро.

Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем футболом.

Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта?

Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

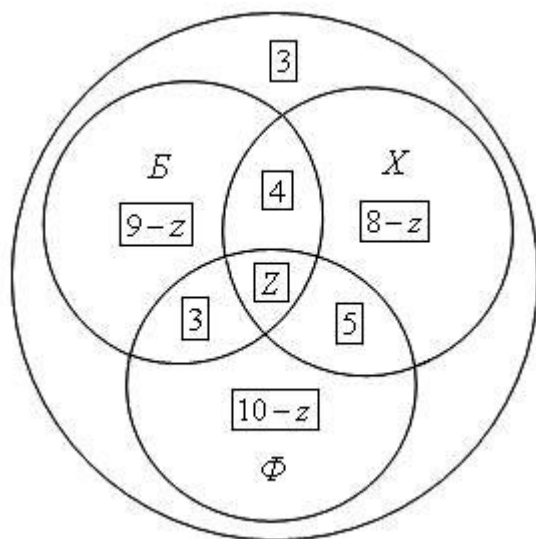


## РЕШЕНИЕ

Пусть большой круг изображает всех учащихся класса, а три меньших круга Б, Х и Ф изображают соответственно баскетболистов, хоккеистов и футболистов.

Тогда фигура Z, общая часть кругов Б, Х и Ф, изображает ребят, увлекающихся тремя видами спорта.

Из рассмотрения кругов Эйлера видно, что  
одним лишь видом спорта –  
баскетболом занимаются



$$16 - (4 + z + 3) = 9 - z;$$

одним лишь хоккеем  
 $17 - (4 + z + 5) = 8 - z;$

одним лишь футболом  
 $18 - (3 + z + 5) = 10 - z.$

**Составляем уравнение, пользуясь тем, что класс разбился на отдельные группы ребят; количества ребят в каждой группе обведены на рисунке рамочками:**

$$3 + (9 - z) + (8 - z) + (10 - z) + 4 + 3 + 5 + z = 38,$$

$$z = 2.$$

**Таким образом, двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта.**

**Складывая числа  $9 - z$ ,  $8 - z$  и  $10 - z$ , где  $z = 2$ , найдем количество ребят, увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.**

**Ответ.**

**Двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта человека.**

**Увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.**

# Спортивная задача

В футбольной команде «Спартак»

30 игроков:

18 нападающих.

11 полузащитников,

17 защитников

Вратари

3 могут быть нападающими и защитниками,

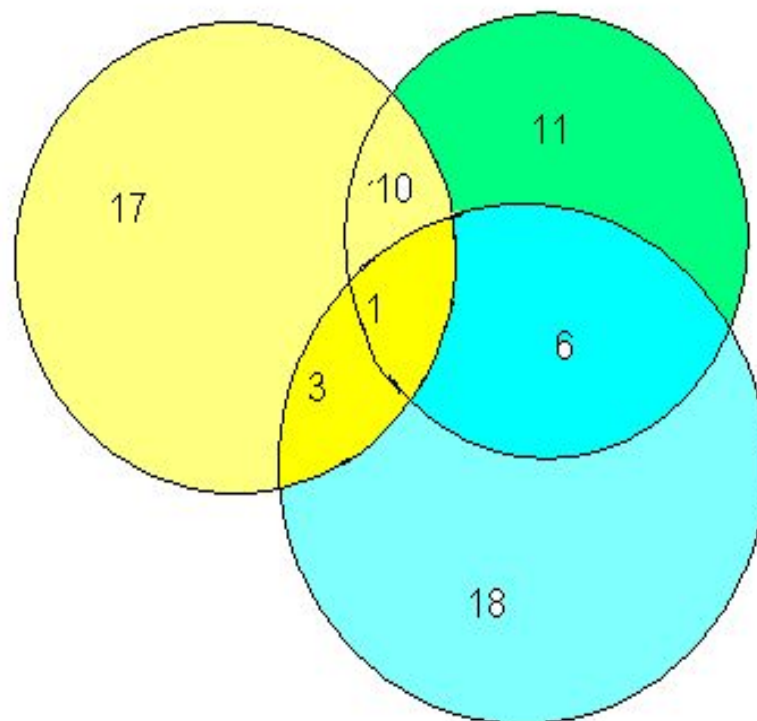
10 защитниками и полузащитниками,

6 нападающими и защитниками

1 и нападающим, и защитником, и полузащитником.

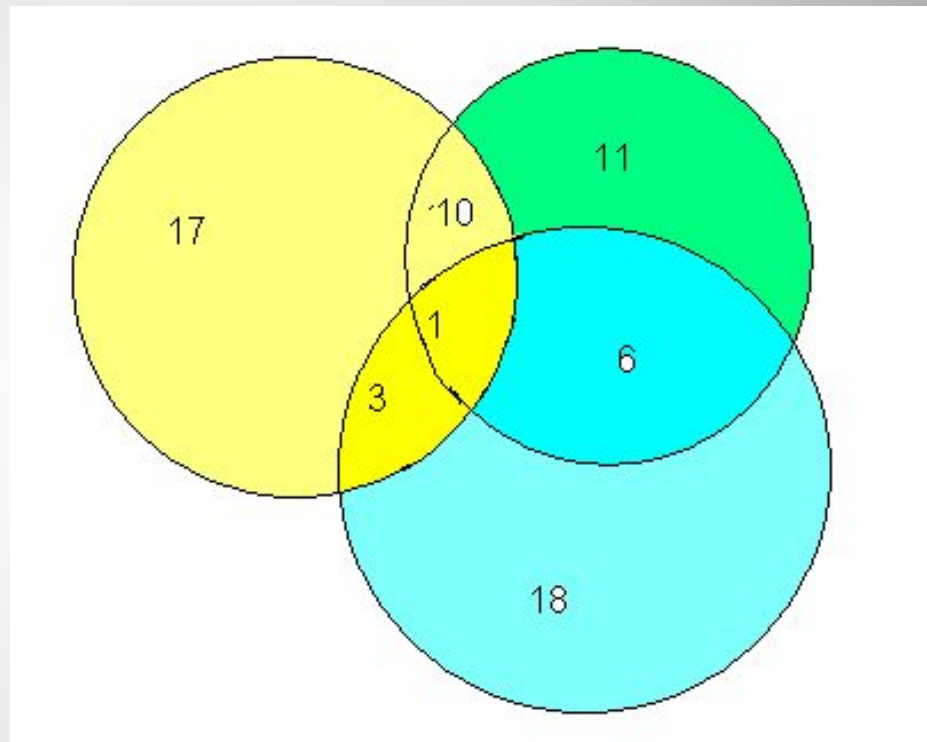
Вратари не заменимы.

Сколько в команде «Спартак» вратарей?



# Решение

- $18+11+17-3-10-6+1=28$  (игроков) на этой диаграмме. Но в команде всего 30 футболистов. Значит вратарей будет  $30-28=2$ .  
Ответ: 2 вратаря.



## **Решите самостоятельно**

**1. В большой дружной семье много детей. Семеро из них любят яблоки, пятеро – груши, шестеро – персики, четверо – яблоки и персики, трое - яблоки и груши, двое – персики и груши, а один – и яблоки, и груши, и персики.**

**Сколько детей было в этой семье?**

# **Выводы**

- **Применение кругов Эйлера (диаграмм Эйлера-Венна) позволяет легко решить задачи, которые обычным путем разрешимы лишь при составлении системы трех уравнений с тремя неизвестными.**