КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ, ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ.

Основные понятия алгебры логики

Джорж Буль, 19 век, «Алгебра логики»

В устройствах ЛОС сигналы принимают два состояния: ***логического «0»*** и ***логической «***1» при этом если X=1, то $\bar{X} \neq 0$ и наоборот, если X=0, то $\bar{X} \neq 1$.

Высказывание - всякое утверждение относительно, которого можно сказать, оно является «истинным» или «ложным» и имеет значение истинности, равное соответственно либо «1» либо «0».

Простое высказывание или логическая переменная не зависит от истинности других высказываний.

Сложное высказывание или логическая функция - зависит от истинности составляющих его простых высказываний

Основные простые функции (элементы) алгебры логики.

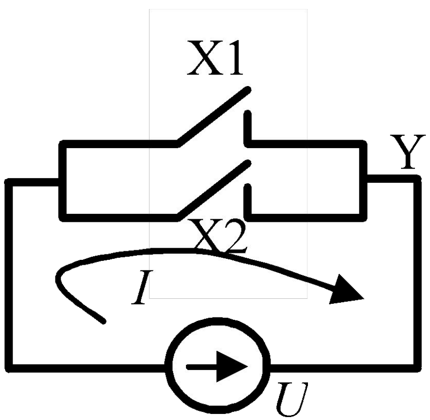
<u>Логическое сложение</u> или ***<u>дизъюнкция</u>*** иначе логическая связь **ИЛИ** двух (нескольких) высказываний (переменных).

Y*=1** (истинно), если хотя бы одна из ***n переменных *X* =1 (если одна истинна).

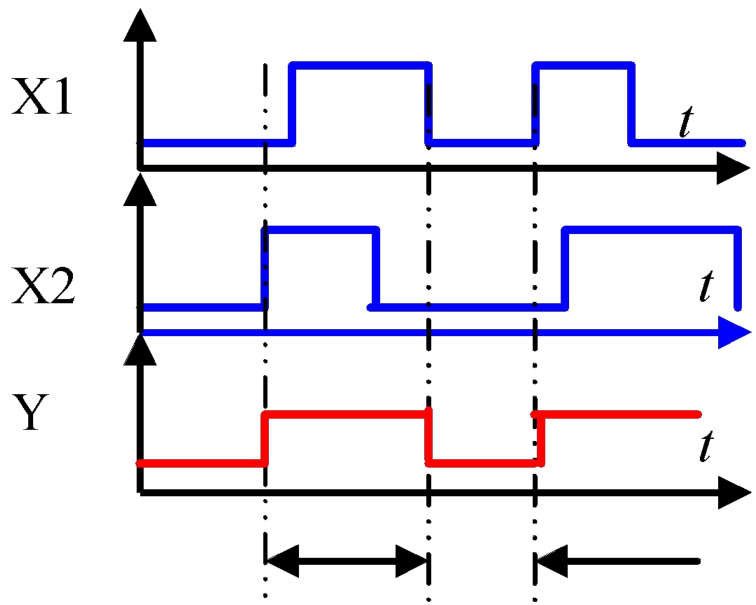
Y*=0** (ложно), если все из ***n переменных *X* =0 (если все ложны)

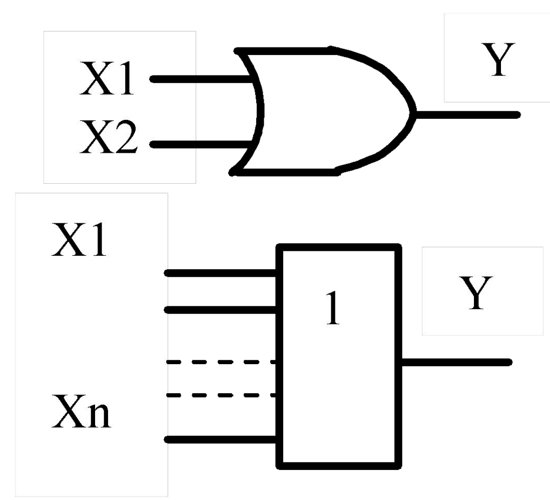
Y=X1 или ***X2*** или ***X3*** или…или ***Xn***

$Y = X1 \cup X2 \cup \ldots \cup Xn$ $\qquad$ $Y = X1+X2+\ldots+Xn.$



«ИЛИ»





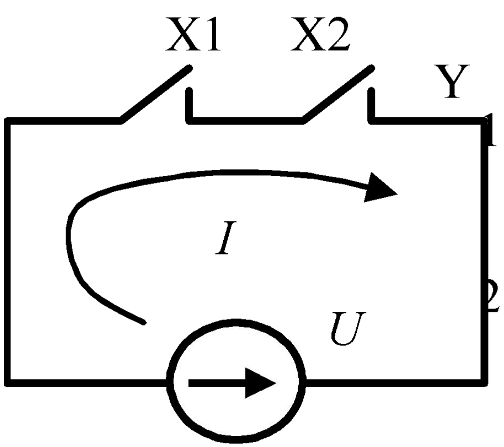
<u>Логическое умножение</u> или ***<u>конъюнкция</u>*** иначе логическая связь "И", двух или нескольких высказываний.

Y = 1 (истинно), если все *n* переменные *X* = 1 (все истинны).

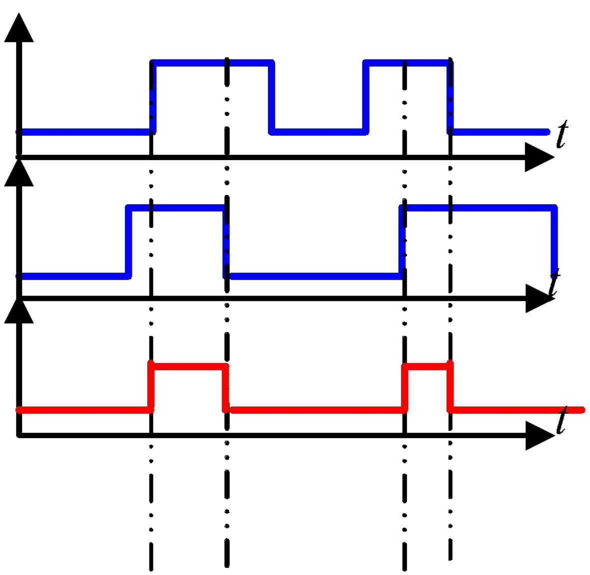
Y = 0 (ложно), если хотя бы одна *n* переменная *X* = 0 (одна ложна)

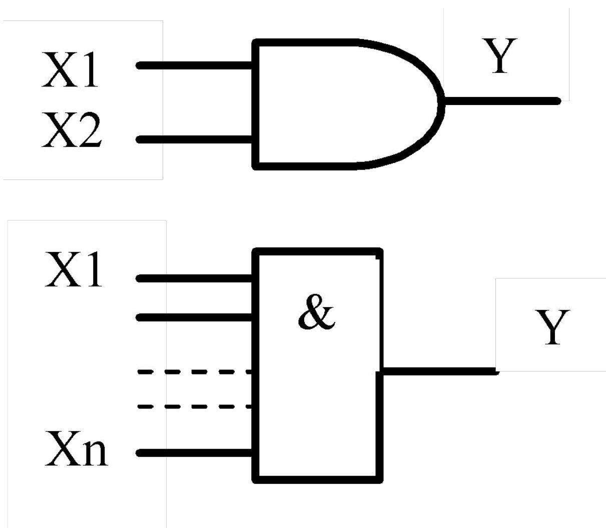
$\boldsymbol{Y = X1}$ **и** $\boldsymbol{X2}$ **и … и** $\boldsymbol{Xn}$

$\boldsymbol{Y = X1 \cap X2 \cap \ldots \cap Xn}$ **или** $\boldsymbol{Y = X1 \cdot X2 \cdot \ldots \cdot Xn.}$

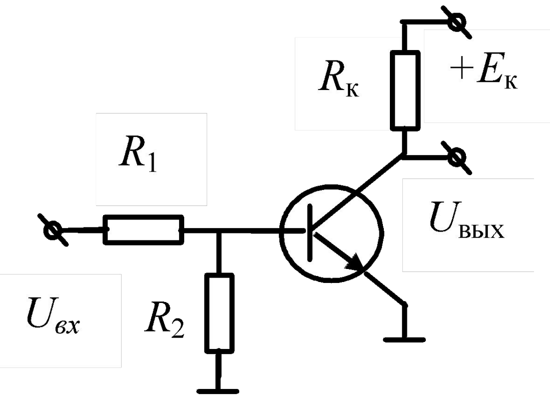


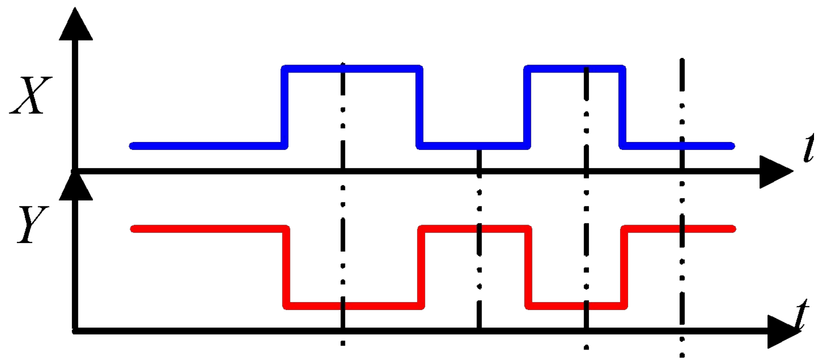
«И»

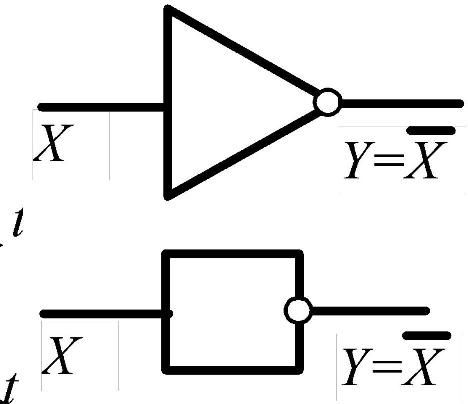




<u>Логическое отрицание</u> или ***<u>инвертор</u>*** иначе логическая связь НЕ Аналитическая запись: $\boldsymbol{Y} = \overline{X}$







Логическую функцию можно представить ***<u>таблицей истинности</u>***

Сложение (дизъюнкция)			Умножение (конъюнкция)		
X1	***X2***	***Y***	***X1***	***X2***	***Y***
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0

Инверсия		
X		$Y = \overline{X}$
1		0
0		1

Свойства переключательных функций.

Функции вида $Y=f(x1, x2,\ldots xn)$ называется переключательной функцией ПФ.

ПФ могут быть представлена: **аналитически (формулой)**, **таблицей истинности, принципиальной логической схемой**.

***Дополнение*.**

Если q переменная, то ее дополнением будет переменная $\overline{q}$

Если Y= $(q+p+R)$ функция, то ее дополнением будет функция

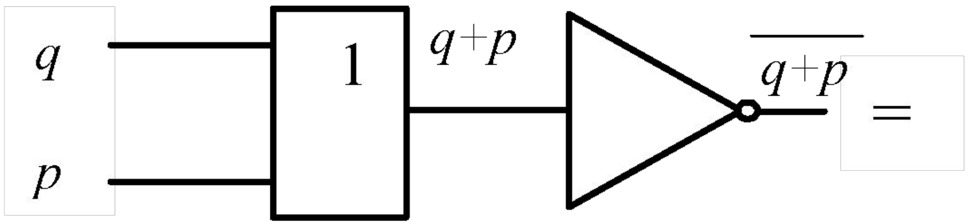
$$\overline{Y}=\overline{(q+p+R)}$$

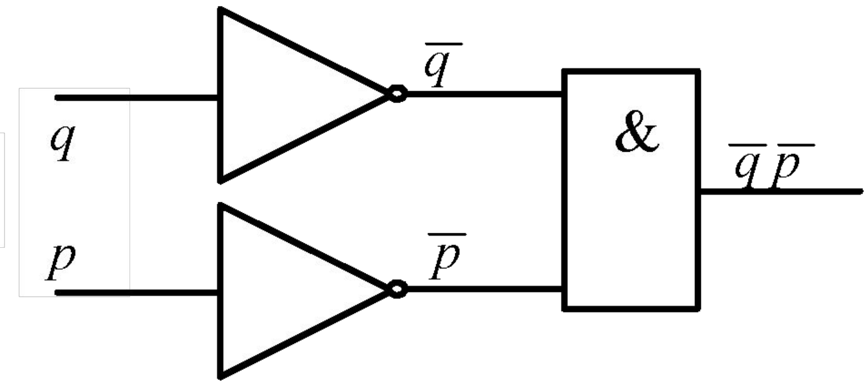
Основные законы алгебры логики (АЛ).

В АЛ есть 4 основных закона, которые устанавливают эквивалентность логических функций и образованных логических связей с помощью простых логических функций **И, ИЛИ НЕ**.

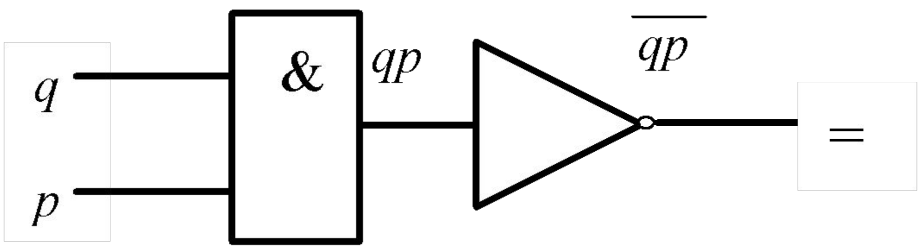
Закон	Для логического сложения	Для логического умножения
Переместительный (коммутативный)	$p + q = q + p$	$p \times q = q \times p$
Сочетательный (ассоциативный)	$(p+q)+R = p+(q+R)$	$(p\times q) \times R = p\times (q\times R)$
Распределительный (дистрибутивный)	$(p+q)\times R = p\times R+q\times R$	$q\times p+R = (p+R) \times(q+R)$
Закон инверсии или Моргана	$\overline{q + p} = \overline{q} \times \overline{p}$	$\overline{q \times p} = \overline{q} + \overline{p}$

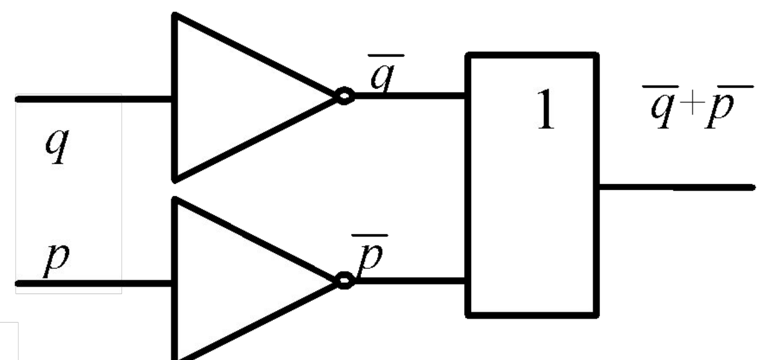
Закон Моргана представленный логическими схемами





Для логического сложения





Для логического умножения

Аксиомы для одной логической переменной.

Всегда справедливо для логического:

сложения	умножения
$p + 1 = 1$	$p \times 0 = 0;$
$p + \overline{p} = 1$	$p \times \overline{p} = 0$
$p = p + 0;$	$p = p \times 1$
$p = p + p + p\ldots$	$p = p \times p \times p\ldots$

$$p = \overline{\overline{p}}$$

Теоремы склеивания для 2-х переменных:

$p \times q + \overline{p} \times q = q;$

$(p + q) \times (\overline{p} + q) = q;$

Доказательство для первой и второй теоремы:

если p=1, то результат зависит от q,

если p=0, то результат зависит от q

Теоремы поглощения для-2х переменных:

$p + p \times q = p;$

$p(p + q) = p;$

$p + \overline{p}\, q = p + q;$

Доказательство для первой и второй теоремы:
если , p=1 то результат не зависит от q,
если p=0, то результат не зависит от q

$$p(q+\overline{q})+\overline{p}q = pq + p\overline{q} + \overline{p}q + pq = p(\overbrace{q+\overline{q}}^{=1}) + q(\overbrace{p+\overline{p}}^{=1}) = p+q$$

Для трех и более переменных всегда справедливы высказывания:

$(p + q)\,(p + r\,)\,(q + r) = pq + pr + qr\ ;$

$$p + \overline{p}q + \overline{pq}r + \overline{pqr}s..... = p + q + r + s.....$$

$$p(\overline{p} + q)(\overline{p} + \overline{q} + r)(\overline{p} + \overline{q} + \overline{r} + s)..... = pqrs.....$$

Проектирование логических устройств

Логическое устройство задается в виде таблиц истинности

X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

$$Y1 = f(x1, x2, x3)$$

$$Y2 = f(x1, x2, x3)$$

$$Y3 = f(x1, x2, x3)$$

Совершенные нормальные формы представления ЛФ

ЛФ всегда можно представить в виде:

- ***суммы произведений переменных,***
- ***произведения сумм переменных.***

Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) $Y=f(x1,x2,x3)$.

$$\textit{пример}: Y = x1 + x2 \cdot \overline{x3} + x1 \cdot \overline{x2} \cdot x3 + \overline{x1} \cdot x2 \cdot x3$$

Конъюнктивная нормальная форма (КНФ).

$$\textit{пример}: \ Y = (x1 + x2 + x3) \cdot (\overline{x3} + x1) \cdot \overline{x2} \cdot (x3 + \overline{x1} + x2)$$

Для каждой ЛФ может существовать несколько ДНФ и КНФ

Существует только один вид ДНФ и КНФ, в котором функция может быть записана единственным образом - *совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ*.

СНФ содержит все переменные (с инверсиями и без них) и нет одинаковых слагаемых для СНДФ и одинаковых произведений для СНКФ

СНДФ и СНКФ записи ЛФ формируются из таблиц истинности.

СНДФ

X1	X2	X3	У	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\overline{x1} \cdot x2 \cdot x3 = 1,$
1	0	0	0	
1	0	1	1	$x1 \cdot \overline{x2} \cdot x3 = 1,$
1	1	0	1	$x1 \cdot x2 \cdot \overline{x3} = 1,$
1	1	1	1	$x1 \cdot x2 \cdot x3 = 1.$

Комбинации переменных для которых У=1 называются ***конституентами единицы*** или ***минтермами***.

Сумма минтерм и определяет ее СНДФ:

$$\boxed{Y = \overline{x1} \cdot x2 \cdot x3 + x1 \cdot \overline{x2} \cdot x3 + x1 \cdot x2 \cdot \overline{x3} + x1 \cdot x2 \cdot x3.}$$

СНКФ.

X1	X2	X3	У
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$x1 + x2 + x3 = 0,$$

$$x1 + x2 + \overline{x3} = 0,$$

$$x1 + \overline{x2} + x3 = 0,$$

$$\overline{x1} + x2 + x3 = 0.$$

Эти суммы называются ***конституентами нуля*** или ***макстермами***.

Произведение макстерм определяет СНКФ.

$$\boxed{Y = (x1 + x2 + x3) \cdot (x1 + x2 + \overline{x3}) \cdot (x1 + \overline{x2} + x3) \cdot (\overline{x1} + x2 + x3).}$$

СНДФ

$$Y=\overline{x1}\cdot x2\cdot x3+x1\cdot\overline{x2}\cdot x3+x1\cdot x2\cdot\overline{x3}+x1\cdot x2\cdot x3.$$

$$Y=\overline{x1}\cdot x2\cdot x3+x1\cdot x2\cdot x3+x1\cdot\overline{x2}\cdot x3+x1\cdot x2\cdot x3+x1\cdot x2\cdot\overline{x3}+x1\cdot x2\cdot x3$$

$$\boxed{Y=x2\cdot x3+x1\cdot x3+x1\cdot x2}$$

СНКФ

$$Y=(x1+x2+x3)\cdot(x1+x2+\overline{x3})\cdot(x1+\overline{x2}+x3)\cdot(\overline{x1}+x2+x3).$$

$$Y=(x1+x2+x3)\cdot(x1+x2+\overline{x3})\cdot(x1+\overline{x2}+x3)\cdot(x1+x2+x3)\cdot$$
$$(\overline{x1}+x2+x3)\cdot(x1+x2+x3).$$ По теореме склеивания $(p+q)(p+\overline{q})=p$

$$Y=(x1+x2)\cdot(x1+x3)\cdot(x2+x3).$$

И по теореме склеивания для 3-х переменных: $(p+q)\,(p+r)\,(q+r)=pq+pr+qr$

$$\boxed{Y=x1\cdot x2+x1\cdot x3+x2\cdot x3}$$

$$F = \overline{x1} \cdot x2 + x1 \cdot x2 \quad = (\overline{x1} + x1)x2 = x2$$

$$F = x1 + x1 \cdot x2 + x3 = x1 + x3$$

$$F = x1 \cdot (\overline{x1} + x2) + x2 \cdot (\overline{x2} + x3) + x3 = x1 \cdot x2 + x3$$

$$F = \overline{x1 \cdot x2} + \overline{x1} \cdot x3 + x2 \cdot \overline{x4} = \overline{x1} + \overline{x2} + x2 \cdot \overline{x4} \qquad = \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x4}$$

$$F = x1 \cdot \overline{x2} + \overline{x1 \cdot x2} + \overline{x3} = x1 \cdot \overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x3} = \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x3} = \overline{x1x2x3}$$

Примеры преобразования заданных ЛФ к более простым выражениям используя законы и аксиомы АЛ.

$$F = \overline{x1} \cdot x2 + x1 \cdot x2 = x2 \cdot \underbrace{(\overline{x1} + x1)} = x2$$

$$F = x1 + x1 \cdot x2 + x3 = x1 \cdot (1 + \cancel{x2}) + x3 = x1 + x3$$

$$F = x1 \cdot (\overline{x1} + x2) + x2 \cdot (\overline{x2} + x3) + x3 =$$

$$= \cancel{x1 \cdot \overline{x1}} + x1 \cdot x2 + \cancel{x2 \cdot \overline{x2}} + x2 \cdot x3 + x3 =$$

$$= x1 \cdot x2 + x3 \cdot (\cancel{x2} + 1) = x1 \cdot x2 + x3$$

$$F = \overline{x1 \cdot x2} + \overline{x1} \cdot x3 + x2 \cdot \overline{x4} = \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x1} \cdot x3 + x2 \cdot \overline{x4} =$$

$$= \overline{x1} \cdot (1 + \cancel{x3}) + \underbrace{(\overline{x2} + x2 \cdot \overline{x4})} = \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x4}$$

Закон Моргана

Теорема поглощения

$$F = x1 \cdot \overline{x2} + \overline{x1 \cdot x2} + \overline{x3} = x1 \cdot \overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x3} = \overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x3} = \overline{x1 x2 x3}$$

Закон Моргана

Карты «Карно»

При большем числе переменных используют специальные методы преобразования. К таким методам относятся ***карты Карно*.**

КК для 2-х переменных

	X1	$\overline{X1}$
X2	$X1\ X2$	$\overline{X1}\ X2$
$\overline{X2}$	$X1\ \overline{X2}$	$\overline{X1}\ \overline{X2}$

X_1	X_2	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

	X1	$\overline{X1}$
X2	0	1
$\overline{X2}$	1	0

Карту Карно заполняют минтермами

Для 3-х переменных

	X1	X1	$\overline{X1}$	$\overline{X1}$
X2	$X1\ X2\ X3$	$X1\ X2\ \overline{X3}$	$\overline{X1}\ X2\ \overline{X3}$	$\overline{X1} X2 X3$
$\overline{X2}$	$X1\ \overline{X2}\ X3$	$X1\ \overline{X2}\ \overline{X3}$	$\overline{X1}\ \overline{X2}\ \overline{X3}$	$\overline{X1}\ \overline{X2}\ X3$
	X3	$\overline{X3}$	$\overline{X3}$	X3

Правило для составления КК.

Соседние ячейки могут отличаться только на один элемент, который является его дополнением.

Для 4-х переменных

	$X1$	$X1$	$\overline{X1}$	$\overline{X1}$	
$X2$	$X1X2X3X4$	$X1X2\overline{X3}X4$	$\overline{X1}X2\overline{X3}X4$	$\overline{X1}X2X3X4$	$X4$
$X2$	$X1X2X3\overline{X4}$	$X1X2\overline{X3}\,\overline{X4}$	$\overline{X1}X2\overline{X3}\,\overline{X4}$	$\overline{X1}X2X3\overline{X4}$	$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	$X1\overline{X2}X3\overline{X4}$	$\boxed{X1\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4}}$	$\overline{X1}\,\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4}$	$\overline{X1}\,\overline{X2}X3\overline{X4}$	$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	$X1\overline{X2}X3X4$	$X1\overline{X2}\,\overline{X3}X4$	$\overline{X1}\,\overline{X2}\,\overline{X3}X4$	$\overline{X1}\,\overline{X2}X3X4$	$X4$
	$X3$	$\overline{X3}$	$\overline{X3}$	$X3$	

Соседними называют клетки - справа, слева, сверху, снизу.

Если минтермы расположены в соседних клетках, то говорят, что они «склеиваются».

Правила группирования:

- Карта Карно не имеет границ. Крайние верхние и нижние, правые и левые - соседние.
- Группирование (объединение) производят по 2, 4, 8 и более соседних клеток.
- Сколько объединений (групп) столько и слагаемых будет в упрощенной форме функции.
- Одна клетка может входить в несколько групп.
- Каждое слагаемое упрощенной функции включает только произведения переменных, которые входят во все клетки объединения.

Пример.

X1	X2	X3	**Y**	Минтерм
0	**0**	**0**	**1**	$\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot\overline{X3}$
0	**0**	**1**	**1**	$\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot X3$
0	**1**	**0**	**1**	$\overline{X1}\cdot X2\cdot\overline{X3}$
0	**1**	**1**	**0**	
1	**0**	**0**	**0**	
1	**0**	**1**	**1**	$X1\cdot\overline{X2}\cdot X3$
1	**1**	**0**	**0**	
1	**1**	**1**	**1**	$X1\cdot X2\cdot X3$

	$\overline{X1}X2$	$\overline{X1}\,\overline{X2}$	$X1\overline{X2}$	$X1X2$
$\overline{X3}$	y3	y1		
$X3$		y2	y4	y5

$$X = \underbrace{\overline{X1}\,\overline{X2}\,\overline{X3}}_{y1} + \underbrace{\overline{X1}\,\overline{X2}\,X3}_{y2} + \underbrace{\overline{X1}\,X2\,\overline{X3}}_{y3} + \underbrace{X1\,\overline{X2}\,X3}_{y4} + \underbrace{X1\,X2\,X3}_{y5}$$

$$X = \overline{X1}\cdot\overline{X3} + \overline{X1}\cdot\overline{X2} + X1\cdot X3$$

Такой же результат получается, если воспользоваться логическими преобразованиями с помощью аксиом и законов АЛ.

$$X=\overline{X}_1\overline{X}_2\overline{X}_3+\overline{X}_1\overline{X}_2X_3+X_1\overline{X}_2X_3+\overline{X}_1X_2\overline{X}_3+X_1X_2X_3$$

$$X=\overline{X}_1\overline{X}_2\overline{X}_3+\overline{X}_1\overline{X}_2X_3+X_1\overline{X}_2X_3+\overline{X}_1X_2\overline{X}_3+\color{red}{\overline{X}_1\overline{X}_2\overline{X}_3}+X_1X_2X_3$$

$$X=\overline{X}_1\overline{X}_2\overbrace{(\overline{X}_3+X_3)}^{=1}+\overline{X}_1\overline{X}_3\overbrace{(\overline{X}_2+X_2)}^{=1}+X_1X_3\overbrace{(\overline{X}_2+X_2)}^{=1}$$

$$X=\overline{X}_1\overline{X}_2+\overline{X}_1\overline{X}_3+X_1X_3$$

X1	X2	X3	**Y**	Минтерм
0	**0**	**0**	**1**	$\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot\overline{X3}$
0	**0**	**1**	**1**	$\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot X3$
0	**1**	**0**	**1**	$\overline{X1}\cdot X2\cdot\overline{X3}$
0	**1**	**1**	**0**	
1	**0**	**0**	**0**	
1	**0**	**1**	**1**	$X1\cdot\overline{X2}\cdot X3$
1	**1**	**0**	**0**	
1	**1**	**1**	**1**	$X1\cdot X2\cdot X3$

	$\overline{X1}X2$	$\overline{X1}\,\overline{X2}$	$X1\overline{X2}$	$X1X2$
$\overline{X3}$	y3	y1		
$X3$		y2	y4	y5

$$Y=\underbrace{\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot\overline{X3}}_{y1}+\underbrace{\overline{X1}\cdot\overline{X2}\cdot X3}_{y2}+\underbrace{\overline{X1}\cdot X2\cdot\overline{X3}}_{y3}+\underbrace{X1\cdot\overline{X2}\cdot X3}_{y4}+\underbrace{X1\cdot X2\cdot X3}_{y5}$$

$$Y=\overline{X1}\cdot\overline{X3}+\overline{X1}\cdot\overline{X2}+X1\cdot X3$$

X1	X2	X3	X4		Y
0	0	0	0		1
0	0	0	1		0
0	0	1	0		0
0	0	1	1		1
0	1	0	0		1
0	1	0	1		0
0	1	1	0		0
0	1	1	1		1
1	0	0	0		1
1	0	0	1		0
1	0	1	0		0
1	0	1	1		1
1	1	0	0		1
1	1	0	1		1
1	1	1	0		0
1	1	1	1		1

	X1	X1	$\overline{X1}$	$\overline{X1}$	
X2	1	1		1	X4
X2		1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$		1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	1			1	X4
	X3	$\overline{X3}$	$\overline{X3}$	X3	

$$Y = \overline{X1}\,\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4} + \overline{X1}\,\overline{X2}X3X4 + \overline{X1}X2\overline{X3}\,\overline{X4} + \overline{X1}X2X3X4 + X1\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4} +$$
$$X1\overline{X2}X3X4 + X1X2\overline{X3}\,\overline{X4} + X1X2\overline{X3}X4 + X1X2X3X4$$

X1	X2	X3	X4		Y
0	0	0	0		1
0	0	0	1		0
0	0	1	0		0
0	0	1	1		1
0	1	0	0		1
0	1	0	1		0
0	1	1	0		0
0	1	1	1		1
1	0	0	0		1
1	0	0	1		0
1	0	1	0		0
1	0	1	1		1
1	1	0	0		1
1	1	0	1		1
1	1	1	0		0
1	1	1	1		1

	X1	X1	$\overline{X1}$	$\overline{X1}$	
X2	1	1		1	X4
X2		1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$		1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	1			1	X4
	X3	$\overline{X3}$	$\overline{X3}$	X3	

$$Y = \overline{X3}\ \overline{X4} + X3X4 + X1X2\overline{X3}$$

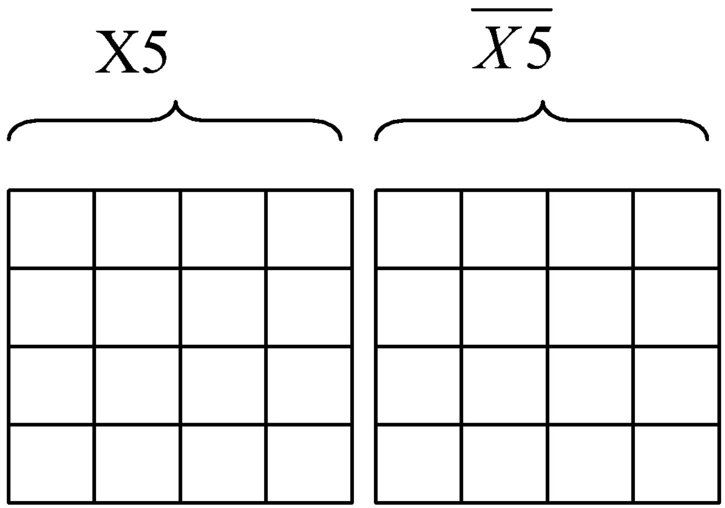
$$Y = \overline{X1}\,\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4} + \overline{X1}\,\overline{X2}X3X4 + \overline{X1}X2\overline{X3}\,\overline{X4} + \overline{X1}X2X3X4 + X1\overline{X2}\,\overline{X3}\,\overline{X4} + X1\overline{X2}X3X4 + X1X2\overline{X3}\,\overline{X4} + X1X2\overline{X3}X4 + X1X2X3X4$$

	X1	X2	X3	X4		Y
0	0	0	0	0		1
1	0	0	0	1		0
2	0	0	1	0		0
3	0	0	1	1		1
4	0	1	0	0		1
5	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]		X
6	0	1	1	0		0
7	0	1	1	1		1
8	1	0	0	0		1
9	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]		X
10	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]		X
11	1	0	1	1		1
12	1	1	0	0		1
13	1	1	0	1		1
14	[redacted]	[redacted]	[redacted]	[redacted]		X
15	1	1	1	1		1

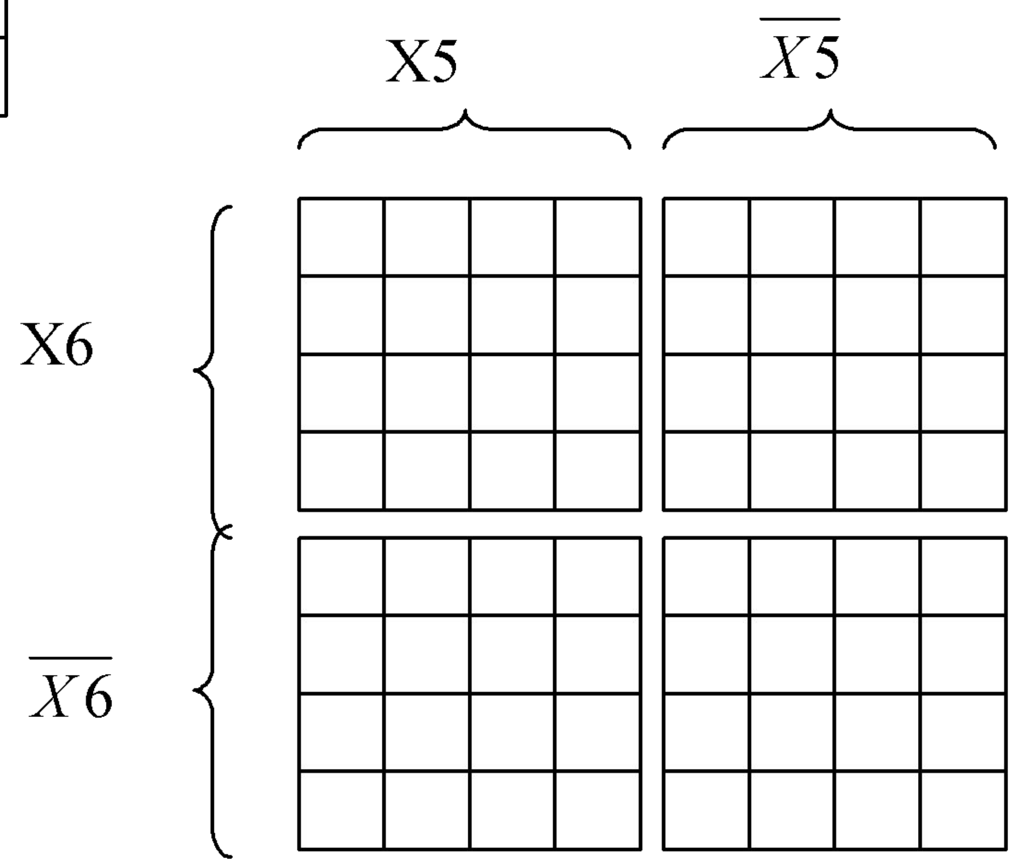
	X1	X1	$\overline{X1}$	$\overline{X1}$	
X2	1	1	X	1	X4
X2	X	1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	X	1	1		$\overline{X4}$
$\overline{X2}$	1	X		1	X4
	X3	$\overline{X3}$	$\overline{X3}$	X3	

$$Y = X1 + \overline{X3}\;\overline{X4} + X3X4$$

Для 5 переменных



Для 6 переменных



Функциональные логические схемы

ЛФ (переключательную) можно составить из И, ИЛИ, НЕ

Пример. Рассмотрим ЛФ «исключающая ИЛИ» (операция сложения по модулю два, неравнозначность).

X_1	X_2	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

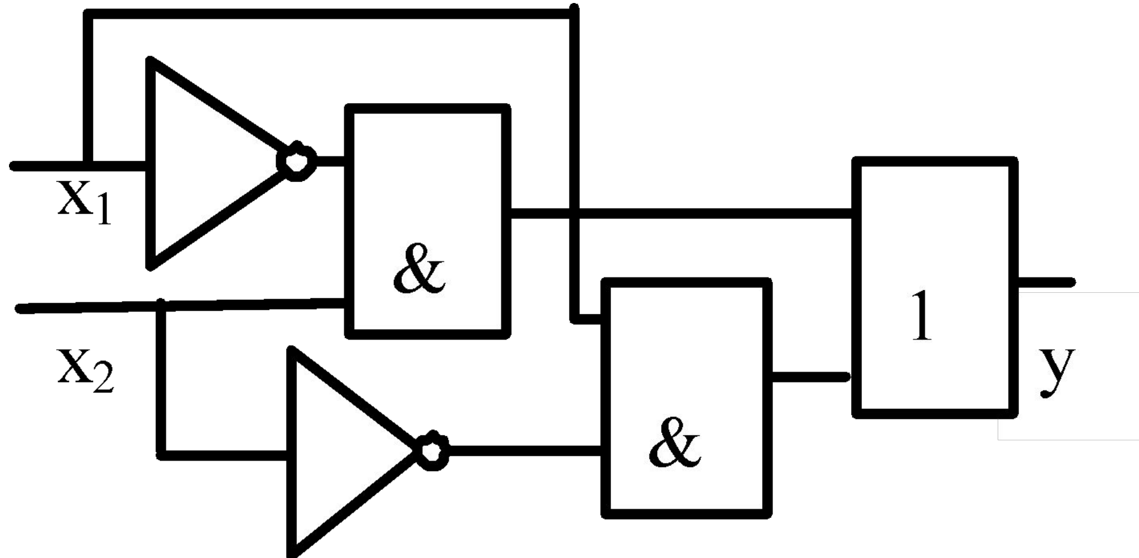
$$Y = x_1 \oplus x_2 = \overline{x_1} x_2 + x_1 \overline{x_2} + \overline{x_1} x_1 + x_2 \overline{x_2}$$

$$= \overline{x_1}(x_2 + x_1) + \overline{x_2}(x_2 + x_1)$$

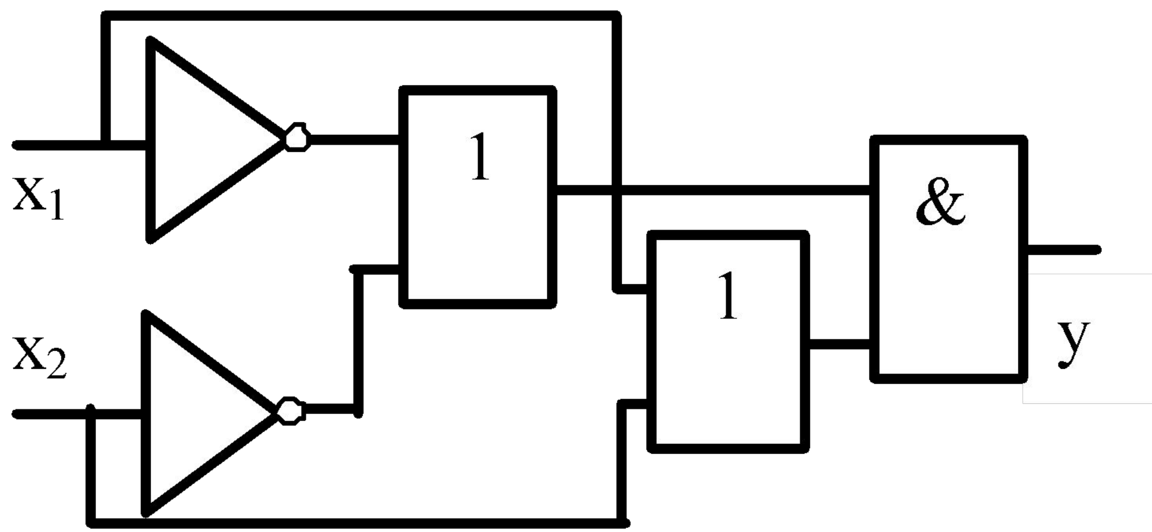
$$Y = x_1 \oplus x_2 = (x_1 + x_2)(\overline{x_1} + \overline{x_2})$$

$$Y = x_1 \oplus x_2 = (x_1 + x_2)\overline{x_1 x_2}$$

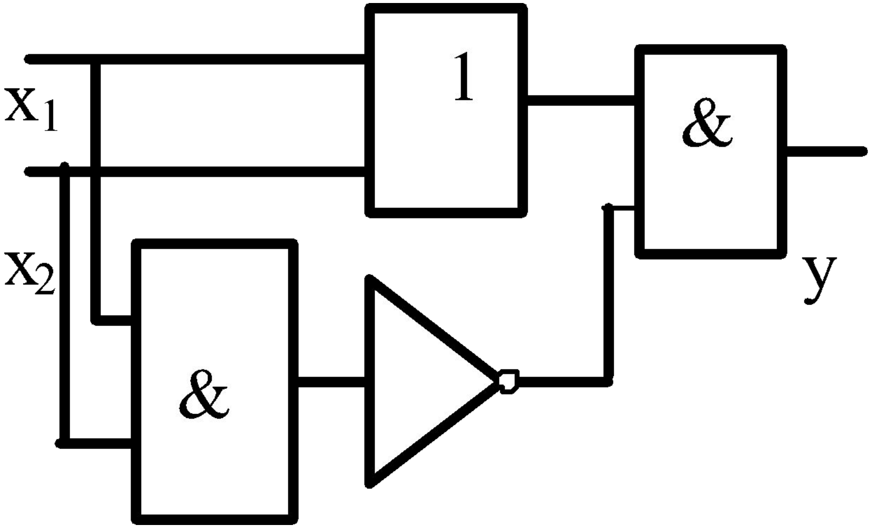
$$x_1 \oplus x_2 = \overline{x_1} x_2 + x_1 \overline{x_2}$$

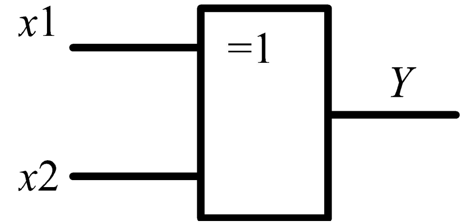


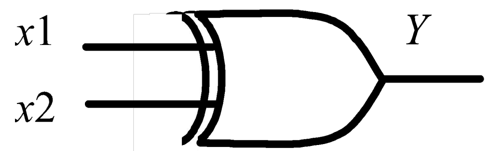
$$x_1 \oplus x_2 = \left(x_1 + x_2\right)\left(\overline{x_1} + \overline{x_2}\right)$$



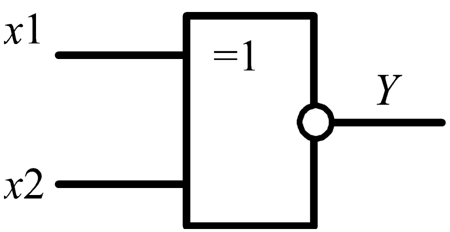
$$x_1 \oplus x_2 = (x_1 + x_2)\overline{x_1 x_2}$$

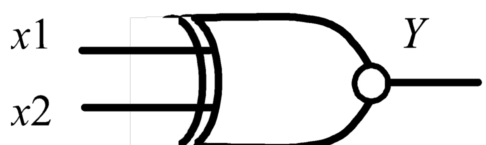






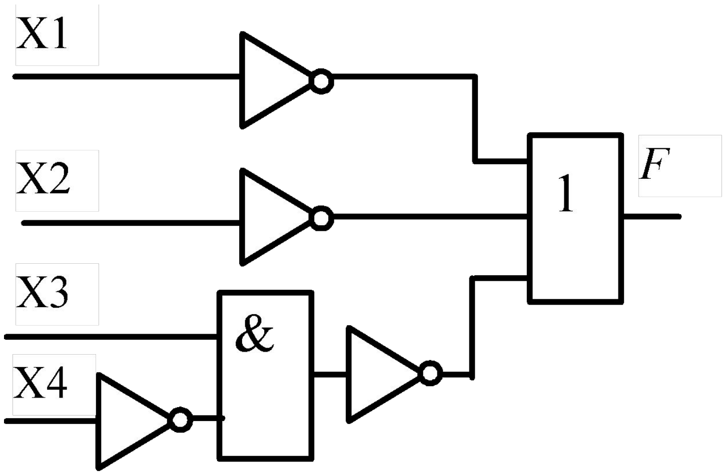
$$\overline{Y} = \overline{x_1 \oplus x_2} = \overline{(x_1 + x_2)\overline{x_1 x_2}} = \overline{x_1 x_2} + x_1 x_2$$



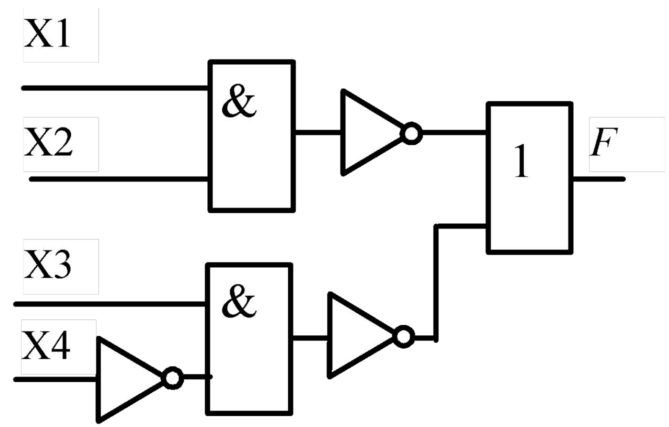


$$F=\underbrace{\overline{x1}+\overline{x2}+\overline{\overline{x4}\cdot x3}}_{1}=\underbrace{\overline{x1x2}+\overline{\overline{x4}\cdot x3}}_{2}=\underbrace{\overline{x1x2x3\overline{x4}}}_{3}=\underbrace{\overline{x1}+\overline{x2}+\overline{x3}+x4}_{4}$$

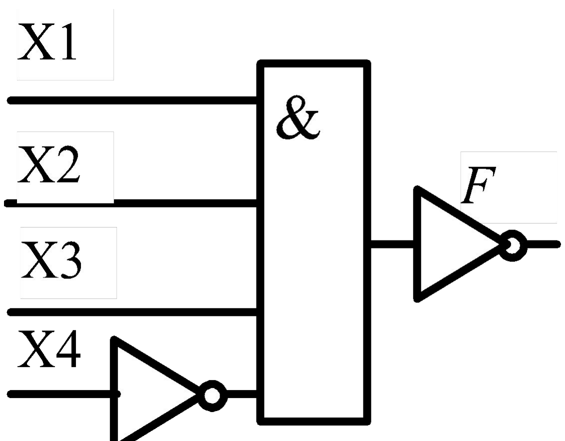
1



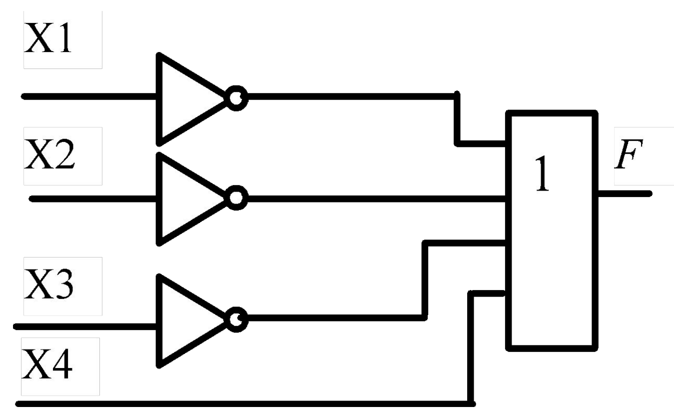
2



3



4



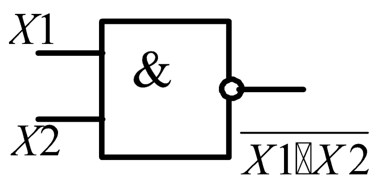
Принцип двойственности

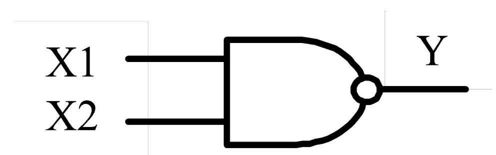
Закон Моргана (инверсии):

$$\overline{q+p}=\bar{q}\times\bar{p} \qquad \overline{q\times p}=\bar{q}+\bar{p}$$

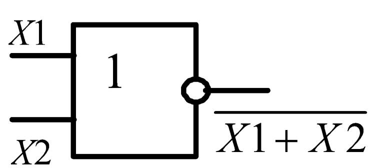
Совмещение в логическом элементе (ЛЭ) двух логический операции достаточно для универсального ЛЭ:

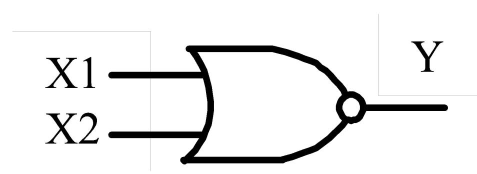
Элемент Шеффера или «штрих Шеффера» - **И-НЕ**,





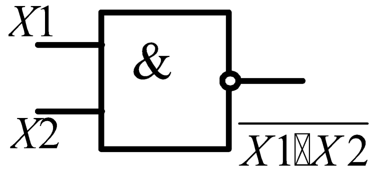
Элемент Пирса или «стрелка Пирса» - **ИЛИ-НЕ**.

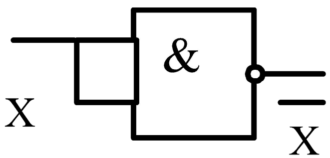




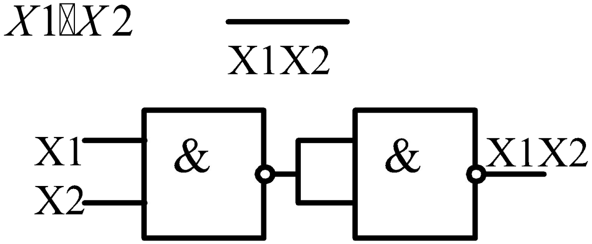
Функционально полная система содержит только «И, НЕ» или «ИЛИ, НЕ».

И-НЕ

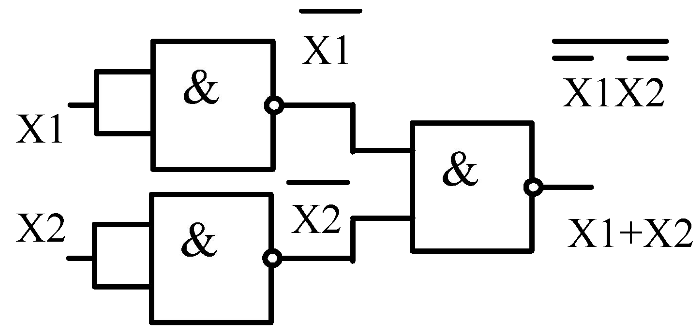




НЕ

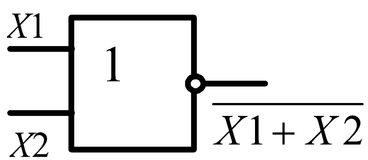


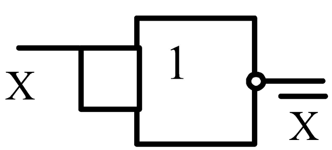
И



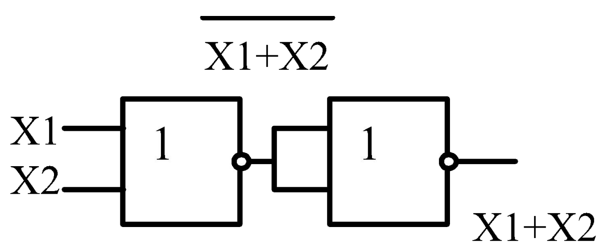
ИЛИ

ИЛИ-НЕ

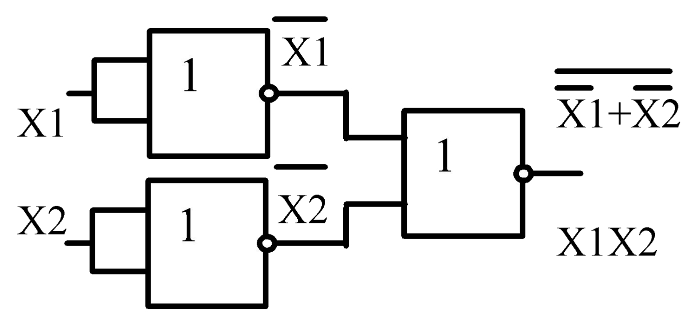




НЕ



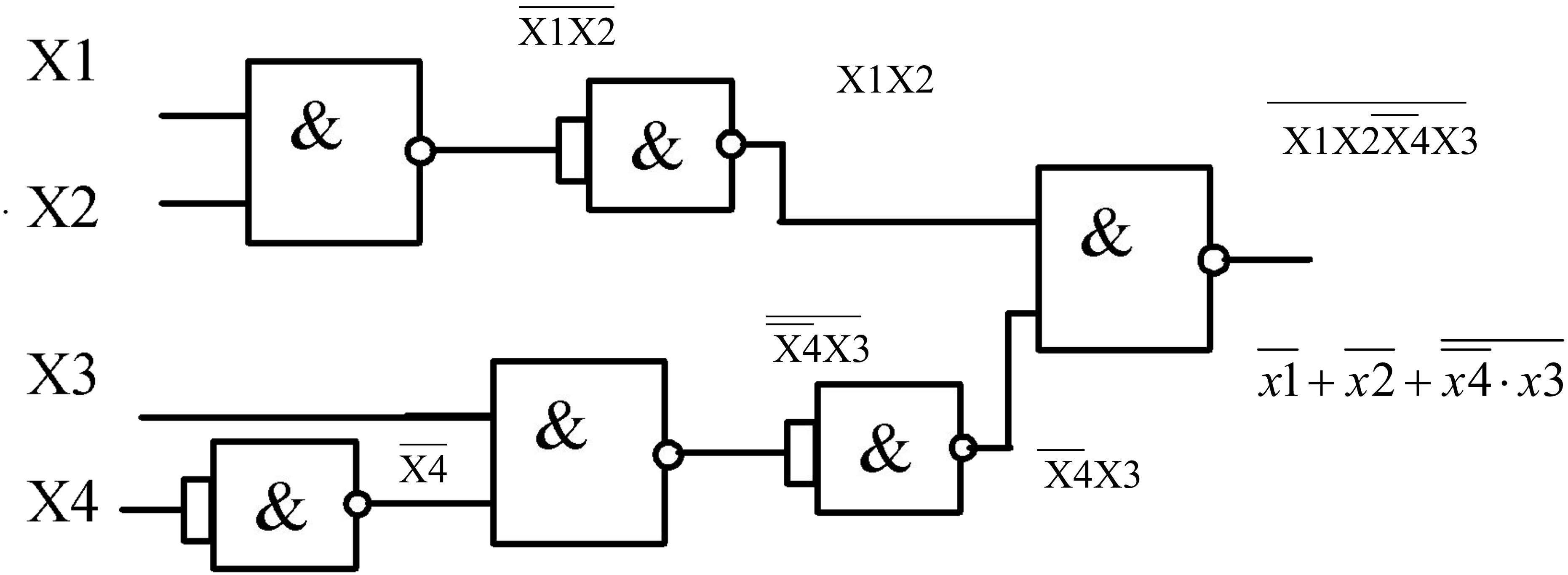
ИЛИ



И

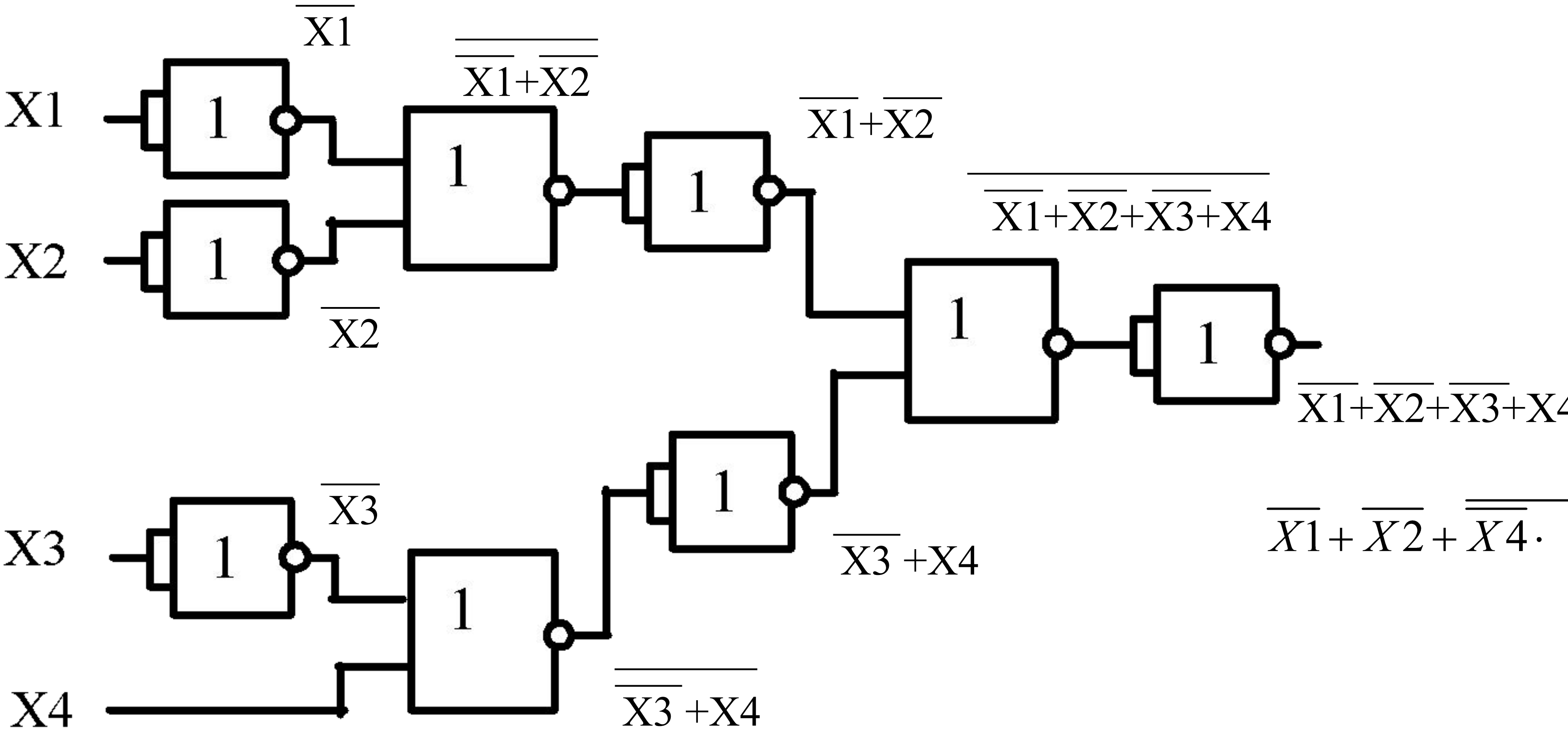
Составить функциональную схему с помощью элементов Шефера и Пирса

$$F = \overline{X1} + \overline{X2} + \overline{\overline{X4} \cdot X3}$$



$$F = \overline{X1} + \overline{X2} + \overline{\overline{X4} \cdot X3}$$

На двухвходовых Пирса



$$\overline{X1} + \overline{X2} + \overline{\overline{X4} \cdot \quad 3}$$