

Решение заданий №3

Свойства квадратных корней

**по материалам открытого банка
задач ЕГЭ по математике 2016 года**

<http://www.mathgia.ru/or/gia12/Main.html>

Свойства квадратных корней

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то

$$1). \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b};$$

$$2). \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ при } b \neq 0;$$

$$3). \sqrt{a^2} = a;$$

$$4). (\sqrt{a})^2 = a;$$

$$5). \sqrt{a^{2n}} = a^n;$$

$$6). \sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n.$$

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 1. Расположите в порядке возрастания числа:

$$\sqrt{30}; 5,5; 3\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{30} = \sqrt{30}; \quad (2)$$

$$5,5 = \sqrt{5,5^2} = \sqrt{30,25}; \quad (3)$$

$$3\sqrt{3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{27}. \quad (1)$$

$$\sqrt{27} < \sqrt{30} < \sqrt{30,25}$$

Ответ: $3\sqrt{3}; \sqrt{30}; 5,5.$

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 2. Расположите в порядке убывания числа:

$$8; 2\sqrt{17}; 5\sqrt{2}.$$

$$8 = \sqrt{8^2} = \sqrt{64}; \quad (2)$$

$$2\sqrt{17} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{17} = \sqrt{2^2 \cdot 17} = \sqrt{68}; \quad (1)$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}. \quad (3)$$

$$\sqrt{68} > \sqrt{64} > \sqrt{50}$$

Ответ: $2\sqrt{17}; 8; 5\sqrt{2}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 3. Найдите значение выражения $\frac{(6\sqrt{3})^2}{48}$.

$$\frac{(6\sqrt{3})^2}{48} = \frac{6^2(\sqrt{3})^2}{48} = \frac{36 \cdot 3}{48} = \frac{\cancel{12} \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{12} \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2,25;$$

Ответ: 2,25.

Пример 4 . Найдите значение выражения $\frac{44}{(2\sqrt{2})^2}$.

$$\frac{44}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{44}{2^2 \cdot (\sqrt{2})^2} = \frac{44}{4 \cdot 2} = \frac{11}{2} = 5,5;$$

Ответ: 5,5.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 4. Найдите значение выражения $(\sqrt{94} - 5)^2$.

Используем формулу: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned}(\sqrt{94} - 5)^2 &= (\sqrt{94})^2 - 2 \cdot \sqrt{94} \cdot 5 + 5^2 = \underline{94} - 10\sqrt{94} + \underline{25} = \\ &= 119 - 10\sqrt{94}.\end{aligned}$$

Ответ: $119 - 10\sqrt{94}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 5. Укажите наибольшее из чисел:

$$7; 4\sqrt{3}; 2\sqrt{13}; 5\sqrt{2}.$$

$$7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49};$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48};$$

$$2\sqrt{13} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{2^2 \cdot 13} = \sqrt{52}; \text{ – наибольшее}$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}.$$

Ответ: $2\sqrt{13}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 6. Какое из чисел $\sqrt{1690000}$; $\sqrt{0,196}$; $\sqrt{1,44}$ является иррациональным?

$$\sqrt{1690000} = \sqrt{169 \cdot 10000} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{100^2} = 13 \cdot 100 = 1300;$$

$$\begin{aligned} \sqrt{0,196} &= \sqrt{196 \cdot 0,001} = \sqrt{196} \cdot \sqrt{0,01 \cdot 0,1} = 14 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{0,1} = \\ &= 1,4\sqrt{0,1}; \end{aligned}$$

← иррациональное

$$\sqrt{1,44} = \sqrt{144 \cdot 0,01} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{0,1^2} = 12 \cdot 0,1 = 1,2.$$

Ответ: $\sqrt{0,196}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 7. Какое из чисел $\sqrt{2560}$; $\sqrt{0,0196}$; $\sqrt{14,4}$ является рациональным?

$$\sqrt{2560} = \sqrt{256 \cdot 10} = \sqrt{256} \cdot \sqrt{10} = 16 \cdot \sqrt{10} = 16\sqrt{10};$$

$$\sqrt{0,0196} = \sqrt{196 \cdot 0,0001} = \sqrt{196} \cdot \sqrt{0,01^2} = 14 \cdot 0,01 = 0,14;$$

рациональное 

$$\sqrt{14,4} = \sqrt{144 \cdot 0,1} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{0,1} = 12 \cdot \sqrt{0,1} = 12\sqrt{0,1}.$$

Ответ: $\sqrt{0,0196}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 8. Значение какого из выражений является иррациональным?

$$(\sqrt{24} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{24} + \sqrt{3}); \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; \quad \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{44}}; \quad \sqrt{54} - 2\sqrt{6}.$$

Используем формулу: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

$$(\sqrt{24} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{24} + \sqrt{3}) = (\sqrt{24})^2 - (\sqrt{3})^2 = 24 - 3 = 21;$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{44}} = \sqrt{\frac{11}{44}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

иррациональное

$$\sqrt{54} - 2\sqrt{6} = \sqrt{9 \cdot 6} - 2\sqrt{6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \sqrt{6}.$$

Ответ: $\sqrt{54} - 2\sqrt{6}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 9. Значение какого из выражений является рациональным?

$$(\sqrt{13} - \sqrt{17}) \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{17}); \quad \sqrt{17} \cdot \sqrt{10}; \quad \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{18}}; \quad \sqrt{27} + 4\sqrt{3}.$$

Используем формулу: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

$$(\sqrt{13} - \sqrt{17}) \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{17}) = (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{17})^2 = 13 - 17 = -4;$$

$$\sqrt{17} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{17 \cdot 10} = \sqrt{170};$$

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{15}{18}} = \sqrt{\frac{5}{6}};$$

рациональное

$$\sqrt{27} + 4\sqrt{3} = \sqrt{9 \cdot 3} + 4\sqrt{3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3}.$$

Ответ: $(\sqrt{13} - \sqrt{17}) \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{17})$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 10. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{108} \cdot \sqrt{600}}{\sqrt{675}}$.

$$\frac{\sqrt{108} \cdot \sqrt{600}}{\sqrt{675}} = \frac{\sqrt{36 \cdot 3} \cdot \sqrt{100 \cdot 6}}{\sqrt{225 \cdot 3}} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{6}}{15\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{6 \cdot 10}{15} \cdot \sqrt{6} = 4 \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{6}.$$

Ответ: $4\sqrt{6}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 11. Найдите значение выражения $8\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}8\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} &= 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 16 \cdot \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2} = \\ &= 16 \cdot \sqrt{36} = 16 \cdot 6 = 96.\end{aligned}$$

Ответ: 96.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 12. Значение какого из выражений является иррациональным числом?

$$(2\sqrt{3})^2; \sqrt{3} \cdot \sqrt{18}; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}; 3\sqrt{2^6}.$$

$$(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{3 \cdot 18} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 6} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6};$$

$$\text{или } \sqrt{3} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} = 3\sqrt{3 \cdot 2} = 3\sqrt{6};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

*↑
иррациональное*

$$3\sqrt{2^6} = 3\sqrt{(2^3)^2} = 3(\sqrt{2^3})^2 = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24.$$

$$\text{или } 3\sqrt{2^6} = 3\sqrt{64} = 3 \cdot 8 = 24.$$

Ответ: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 13. Значение какого из чисел является наибольшим?

$$\sqrt{6,9}; 2\sqrt{1,8}; \frac{\sqrt{343}}{7}; \sqrt{\frac{13}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}.$$

$$\sqrt{6,9} = \sqrt{6,9};$$

$$2\sqrt{1,8} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{1,8} = \sqrt{2^2 \cdot 1,8} = \sqrt{7,2}; \text{ – наибольшее}$$

$$\frac{\sqrt{343}}{7} = \frac{\sqrt{49 \cdot 7}}{7} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{7}}{7} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7};$$

$$\sqrt{\frac{13}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{13}{5} \cdot \frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{13}{2}} = \sqrt{6,5}.$$

Ответ: $2\sqrt{1,8}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 14. Вычислите $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$.

1 способ: $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{72}{8}} = \sqrt{9} = 3;$

2 способ: $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 8}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \cancel{\sqrt{8}}}{\cancel{\sqrt{8}}} = \sqrt{9} = 3;$

Ответ: 3.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 15. Найдите значение выражения $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4}$.

1 способ: $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = \sqrt{(2^2 \cdot 3 \cdot 5^2)^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300;$

2 способ: $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^4} =$
 $= \sqrt{(2^2)^2} \cdot 3 \cdot \sqrt{(5^2)^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300;$

3 способ: $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = \sqrt{16 \cdot 9 \cdot 625} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{625} =$
 $= 4 \cdot 3 \cdot 25 = 300.$

4 способ: $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = \sqrt{2^4 \cdot 5^4} \cdot \sqrt{3^2} = \sqrt{10^4} \cdot 3 = 300.$

Ответ: 300.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 16. Найдите значение выражения $\sqrt{54 \cdot 90 \cdot 30}$.

1 способ:
$$\begin{aligned}\sqrt{54 \cdot 90 \cdot 30} &= \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10} = \sqrt{9^2 \cdot 10^2 \cdot 6 \cdot 3} = \\ &= \sqrt{9^2} \cdot \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{6 \cdot 3} = 90 \cdot \sqrt{9 \cdot 2} = 90 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 270\sqrt{2};\end{aligned}$$

2 способ:
$$\begin{aligned}\sqrt{54 \cdot 90 \cdot 30} &= \sqrt{27 \cdot 2 \cdot 27 \cdot 100} = \sqrt{27^2 \cdot 10^2 \cdot 2} = \\ &= \sqrt{27^2} \cdot \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{2} = 27 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} = 270\sqrt{2};\end{aligned}$$

Ответ: $270\sqrt{2}$.

Задания открытого банка ОГЭ

Пример 17. Найдите значение выражения $\sqrt{5 \cdot 3^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 2^6}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{5 \cdot 3^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 2^6} &= \sqrt{5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2^6} = \sqrt{5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^6} = \\ &= \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{(2^3)^2} = 5 \cdot 3 \cdot 2^3 = 120.\end{aligned}$$

Ответ: 120.

Пример 18. Найдите значение выражения $\sqrt{5 \cdot 18} \cdot \sqrt{30}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{5 \cdot 18} \cdot \sqrt{30} &= \sqrt{5 \cdot 18 \cdot 30} = \sqrt{5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6} = \sqrt{5^2 \cdot 6^2 \cdot 3} = \\ &= \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 30\sqrt{3}.\end{aligned}$$

Ответ: $30\sqrt{3}$.

Использованы ресурсы

- <http://www.mathgia.ru/or/gia12/Main.html> - открытый банк заданий ОГЭ по математике