

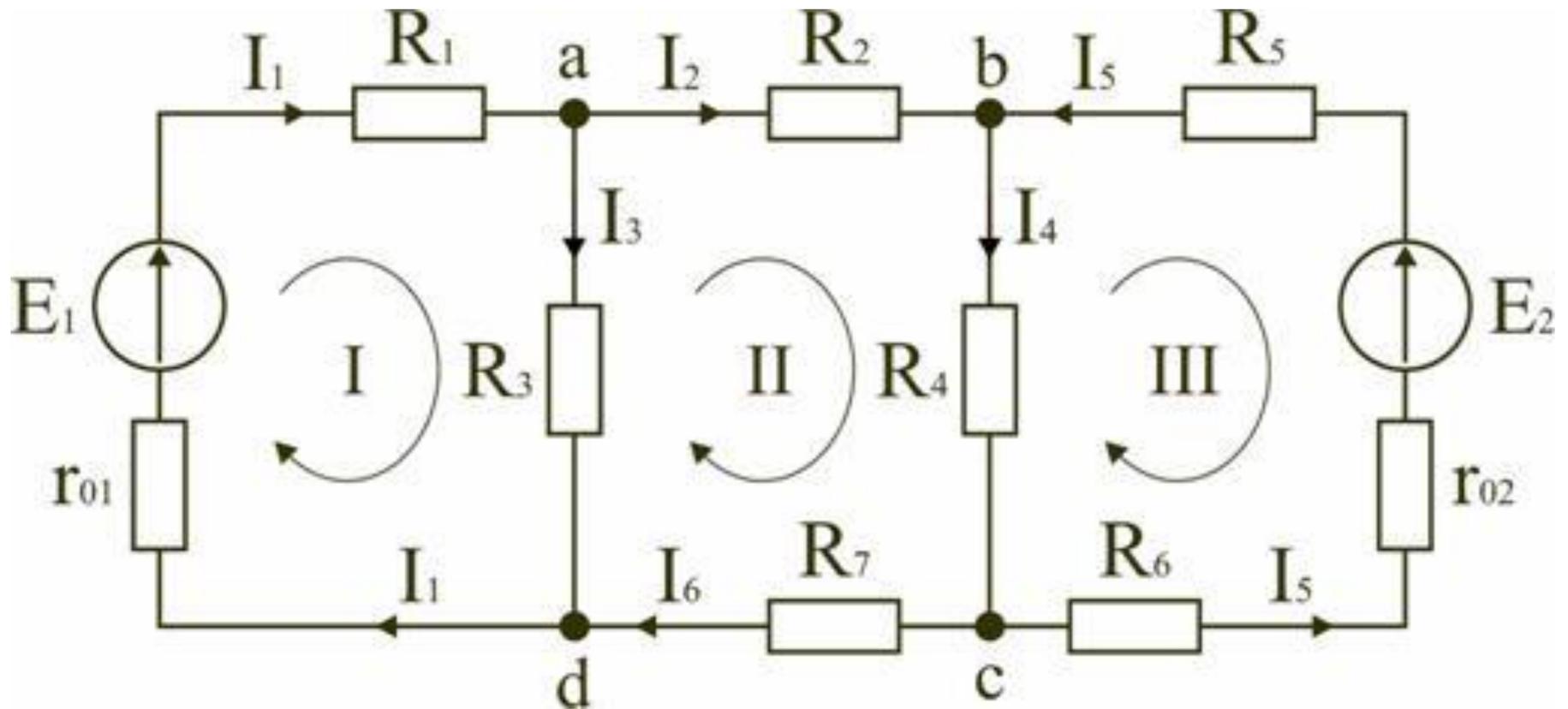
# Порядок расчета

- 1. Задание токов и напряжений на участках цепи.
- Резистор  $R_1$  включен последовательно с источником, поэтому ток  $I_1$  для них будет общим, токи в резисторах  $R_2$  и  $R_3$  обозначим соответственно  $I_2$  и  $I_3$ . Аналогично обозначим напряжения на участках цепи.
- 2. Расчет эквивалентного сопротивления цепи.
- Резисторы  $R_2$  и  $R_3$  включены по параллельной схеме и заменяются эквивалентным сопротивлением  $R_{23}$  :
- В результате схема замещения преобразуется в цепь с последовательно соединенными резисторами  $R_1$ ,  $R_{23}$  и  $r_0$ . Тогда эквивалентное сопротивление всей цепи запишется в виде:
- $R_{\text{э}} = r_0 + R_1 + R_{23}$ .
- 3. Расчет тока в цепи источника.
- Ток  $I_1$  определим по закону Ома:
- $I_1 = U/R_{\text{э}}$ .

- 4. Расчет напряжений на участках цепи.
- По закону Ома определим величины напряжений:
- $U_1 = R_1 I_1$ ;  $U_{23} = R_{23} I_1$ .
- Напряжение  $U$  на зажимах  $ab$  источника питания определим по второму закону Кирхгофа для контура I:
- $E = r_0 I_1 + U$ ;  $U = E - r_0 I_1$ .
- 5. Расчет токов и мощностей для всех участков цепи.
- Зная величину напряжения  $U_{23}$ , определим по закону Ома токи в резисторах  $R_2$  и  $R_3$ :  $I_2 = \frac{U_{23}}{R_2}$ ;  $I_3 = \frac{U_{23}}{R_3}$ .
- Определим величину активной электрической мощности, отдаваемую источником питания потребителям электрической энергии:
- $P = E \cdot I_1$ ,  $P_1 = R_1 I_1^2$ ;  $P_2 = R_2 I_2^2$ ;  $P_3 = R_3 I_3^2$ .
- В элементах схемы расходуются активные мощности:  $\Delta P = r_0 I_1^2$ .
- 
- На внутреннем сопротивлении  $r_0$  источника питания расходуются часть электрической мощности, отдаваемой источником. Эту мощность называют мощностью потерь  $\Delta P$ :  $\Delta P = r_0 I_1^2$ .
- 6. Проверка правильности расчетов.
- Эта проверка производится составлением уравнения баланса мощностей: мощность, отдаваемая источником питания, должна быть равна сумме мощностей, расходуемых в резистивных элементах схемы:

$$EI = (r_0 + R_1)I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2.$$

# Расчет разветвленной электрической цепи с несколькими источниками питания



- 1. Задание токов во всех ветвях.
- Направление токов выбираем произвольно, придерживаемся этого направления до конца расчета.
- 2. Определяем количество неизвестных токов  $m$  и число узлов  $n$ .
- 3. Составление уравнений по первому закону Кирхгофа для  $(n-1)$  узлов.
- Выбираем  $4-1=3$  узла (a, b, c) и для них записываем уравнения:
  - узел a:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ;
  - узел b:  $I_2 - I_4 + I_5 = 0$ ;
  - узел c:  $I_4 - I_5 + I_6 = 0$ .
- 4. Определяем число независимых контуров (содержит ветвь, не входящую ни в какой другой), находим их на схеме замещения.
- 5. Составление уравнений по второму закону Кирхгофа для найденных контуров.
- Необходимо составить  $6-3=3$  уравнения. В схеме выбираем контура I, II, III и для них записываем уравнения:
  - контур I:  $E_1 = (r_{01} + R_1) I_1 + R_3 I_3$ ;
  - контур II:  $0 = R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_7 I_6 - R_3 I_3$ ;
  - контур III:  $-E_2 = -(r_{02} + R_5 + R_6) \cdot I_5 - R_4 I_4$ .
- 6. Решение полученной системы уравнений и анализ результатов.

- Полученная система из шести уравнений решается известными математическими методами. Если в результате расчетов численное значение тока получено со знаком «минус», это означает, что реальное направление тока данной ветви противоположно принятому в начале расчета. Если в ветвях с ЭДС токи совпадают по направлению с ЭДС, то данные элементы работают в режиме источников, отдавая энергию в схему. В тех ветвях, где направления тока и ЭДС не совпадают, источники ЭДС работают в режиме потребителя.

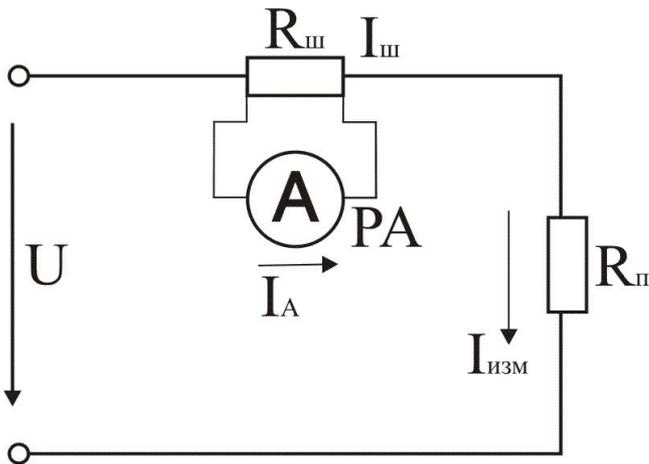
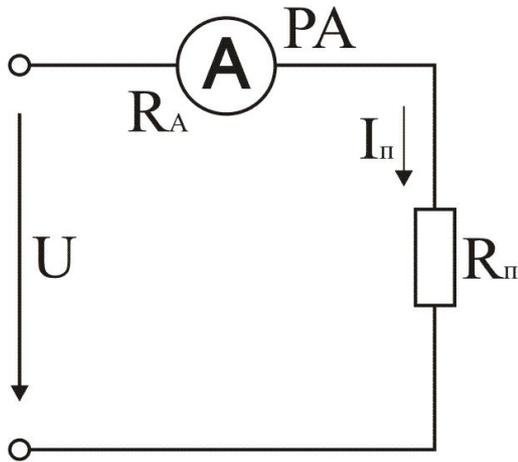
# . Проверка правильности расчетов

- Для проверки правильности произведенных расчетов можно на основании законов Кирхгофа написать уравнения для узлов и контуров схемы, которые не использовались при составлении исходной системы уравнений:
- узел d:
- $I_3 + I_6 - I_1 = 0$ ,
- внешний контур схемы:
- $E_1 - E_2 = (r_{01} + R_1) I_1 + R_2 I_2 - (r_{02} + R_5 + R_6) I_5 + R_7 I_6$ .
- Независимой проверкой является составление уравнения баланса мощностей с учетом режимов работы элементов схемы с ЭДС:  
$$E_1 I_1 + E_2 I_5 = (r_{01} + R_1) I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + (r_{02} + R_5 + R_6) I_5^2 + R_7 I_6^2$$
- Если активная мощность, поставляемая источниками питания, равна по величине активной мощности, израсходованной в пассивных элементах электрической цепи, то правильность расчетов подтверждена.

# Лекция № 2

Электрические измерения  
Линейные электрические цепи  
переменного тока.

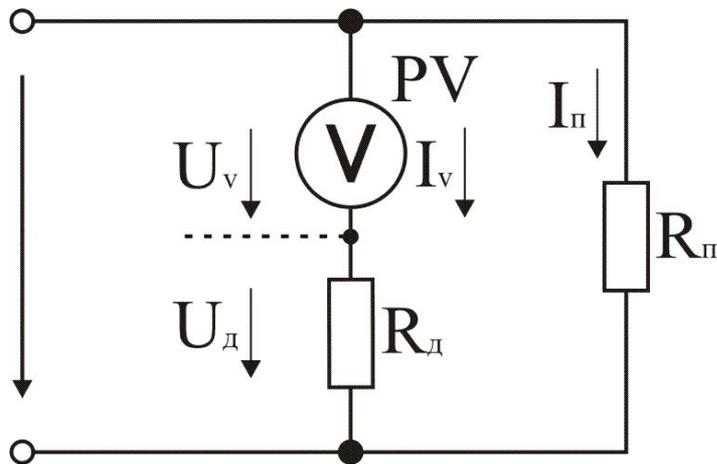
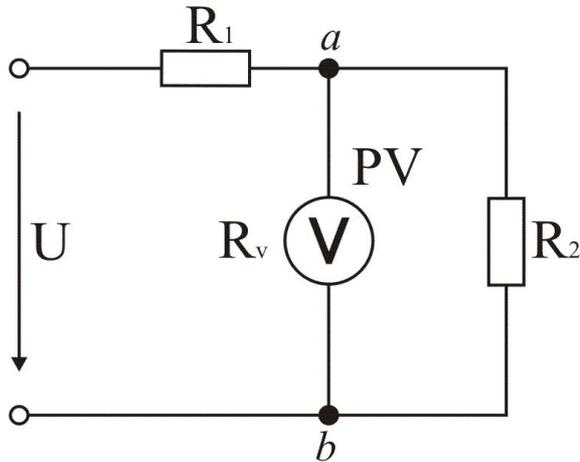
# Измерение токов в электрической цепи



- Приборы для измерения тока – амперметры включаются последовательно с потребителями и поэтому вызывают уменьшение тока цепи, погрешности измерения необходимо, чтобы  $R_A \ll R_{\Pi}$ ,
- Где:  $R_A$  – сопротивление амперметра,  $R_{\Pi}$  – сопротивление потребителя.
- При включении шунта с сопротивлением  $R_{\text{ш}}$  измеряемый ток

$$I_{\text{изм}} = I_A \frac{R_{\text{ш}} + R_A}{R_{\text{ш}}}$$

# Измерение напряжений в электрических цепях



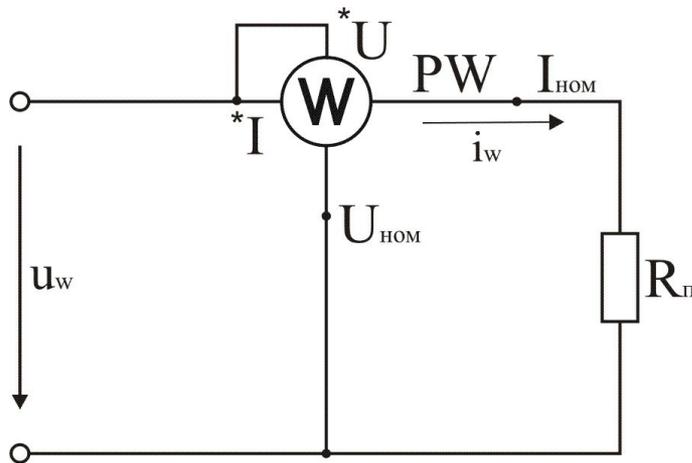
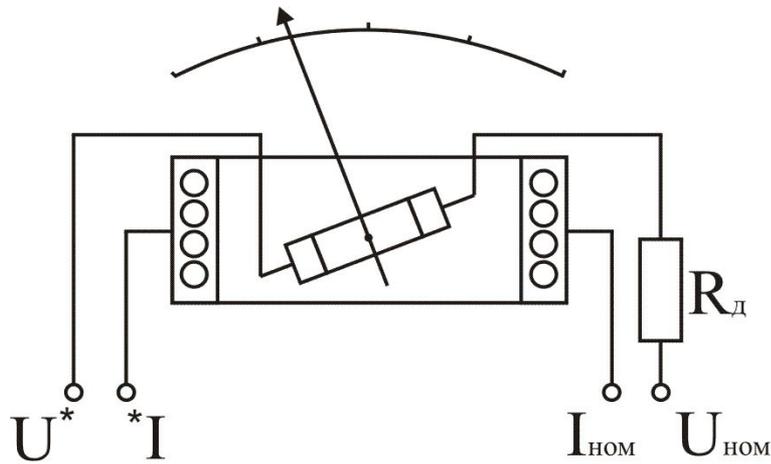
- Приборы для измерения напряжений – вольтметры включаются параллельно тому участку цепи, где измеряется напряжение. В результате чего сопротивление контролируемого участка цепи уменьшается, и уменьшается напряжение на нём. Для уменьшения погрешности измерения сопротивление вольтметра должно быть значительно больше сопротивления контролируемого участка цепи

- $R_v \gg R_{\Pi}$ .
- При включении добавочного сопротивления:

$$U_x = U_{V \text{ ном}} \frac{R_v + R_d}{R_v}$$

$$U_x = U_v + U_d$$

# Измерение мощности ваттметром электродинамической системы



- Упрощённое выражение вращающего момента прибора
- $M_{вр} = k i_w u_w$ ,
- где  $k$  – постоянный коэффициент;  $i_w$  – ток через токовую катушку;  $u_w$  – напряжение, приложенное к катушке напряжения.
- При включении ваттметра в цепь постоянного тока  $i_w = I$  и  $u_w = U$ , поэтому вращающий момент
- $M_{вр} = k I \cdot U = kP$ ,
- Градуировка обычных ваттметров производится при  $\cos\varphi = 1$ , поэтому номинальный предел измерения ваттметров для цепи постоянного и переменного тока определяется одинаково:
- $P_{WH} = U_{WH} \cdot I_{WH}$ .

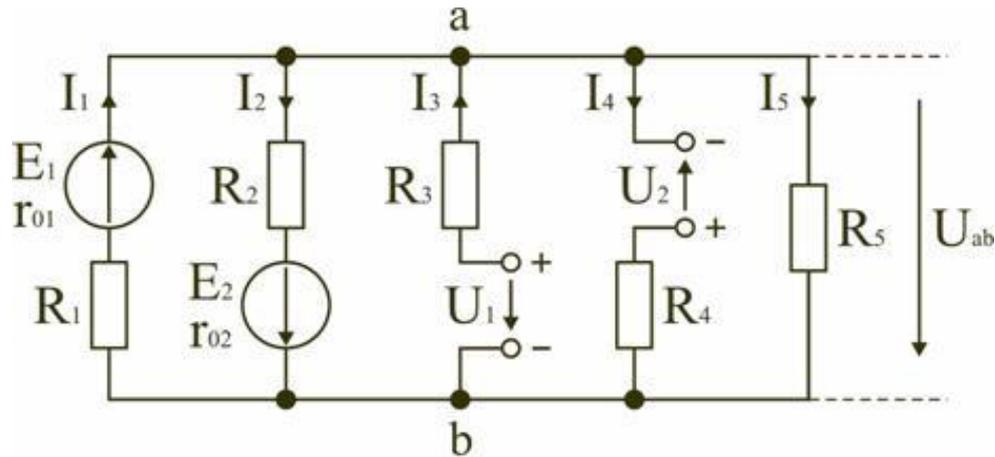
# Цифровые измерительные приборы



- Принцип действия цифровых измерительных приборов основан на преобразовании измеряемого непрерывного сигнала в электрический код, отображаемый в цифровой форме. В общем случае цифровой прибор содержит входное устройство, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и цифровое отчётное устройство. Достоинствами цифровых приборов являются: малые погрешности измерения ( $0,1 \div 0,001\%$ ) в широком диапазоне измеряемых сигналов; высокое быстродействие (до 500 измерений/с); выдача результатов измерений в цифровом виде; возможность документальной регистрации измерительной информации.

- Мультиметры имеют режим автоматического выбора предела измерений при измерении сопротивлений, постоянного и переменного напряжений.
- Для измерения **напряжения** подключите один щуп к разъему «СОМ», а другой – к разъему «V/Ω», установите переключатель функций в положение измерения постоянного «V–» или переменного «V~» напряжения. Подсоедините концы щупов к измеряемому источнику напряжения. При измерении постоянного напряжения полярность напряжения на дисплее будет соответствовать полярности напряжения на щупе, включенного в гнездо «V/Ω», относительно второго щупа, включенного в гнездо «СОМ». При отрицательном значении постоянного напряжения на индикаторе высвечивается символ «–».
- Для измерения **сопротивлений** подключите один щуп к разъёму «СОМ», а второй – к разъёму «V/Ω», установите переключатель на «Ω» и
- подсоедините концы щупов к измеряемому сопротивлению. Когда щупы не подключены, на индикаторе будет индицироваться «OL».
- Перед тем как изменить положение переключателя пределов для смены рода работы, необходимо отключить щупы от проверяемой цепи. Никогда не проверяйте сопротивление в цепи, когда включён источник электропитания!
- Перед измерением сопротивлений в схеме убедитесь, что схема обесточена и все конденсаторы разряжены.
- После окончания измерений переключатель мультиметра поставить в положение «OFF».

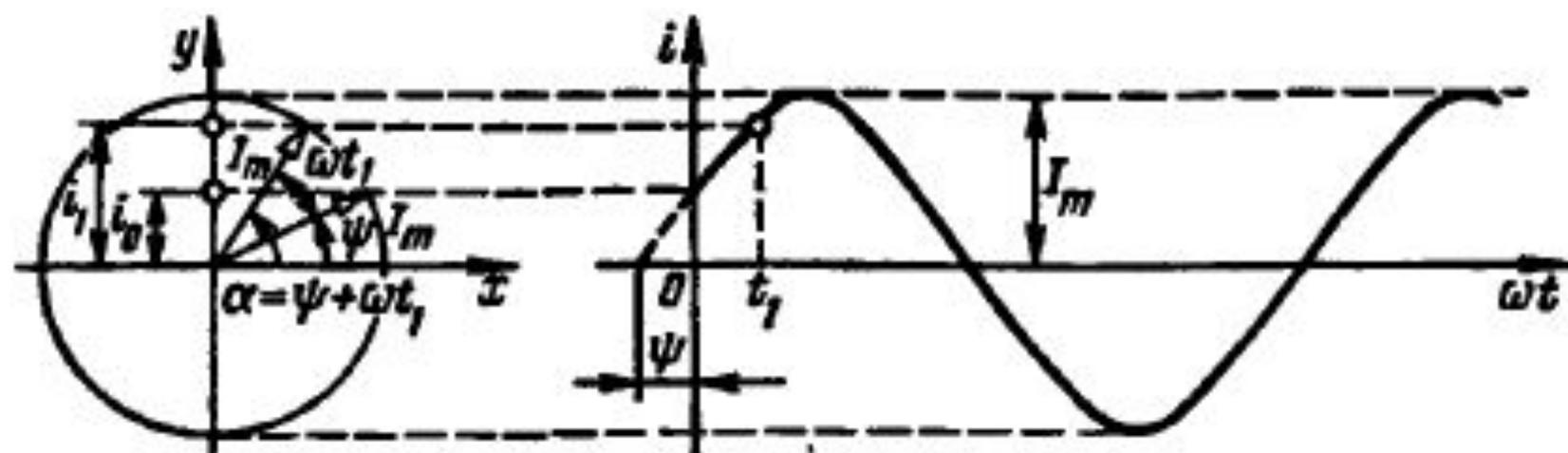
# Метод узлового напряжения



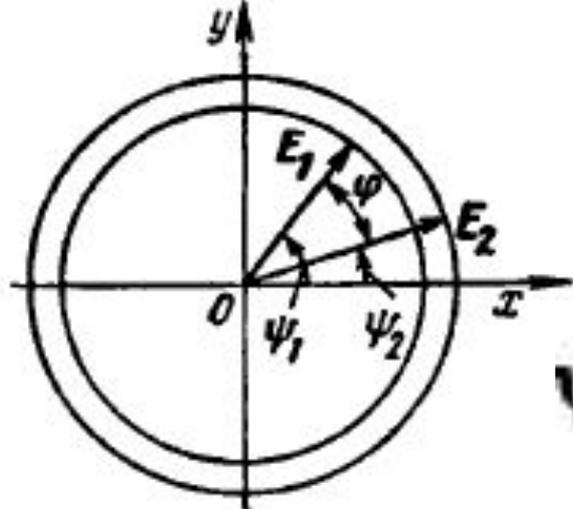
$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2 + U_1 g_3 - U_2 g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}.$$

# Линейные цепи переменного синусоидального тока

## ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРОВ



Пусть вектор  $I_m$  вращается с постоянной угловой частотой  $\omega$  против часовой стрелки. Начальное положение вектора  $I_m$  задано углом  $\psi$ . Проекция вектора  $I_m$  на ось  $y$  определяется выражением  $I_m \sin(\omega t + \psi)$ , которое соответствует мгновенному значению переменного тока. Таким образом, временная диаграмма переменного тока является разверткой по времени вертикальной проекции вектора  $I_m$ , вращающегося со скоростью  $\omega$ .



Векторы  $E_1$  и  $E_2$  с начальными фазами  $\psi_1$  и  $\psi_2$  и сдвигом фаз  $\varphi$

На векторных диаграммах длины векторов соответствуют действующим значениям тока, напряжения и ЭДС, так как они пропорциональны амплитудам этих величин.

Изображение синусоидальных величин с помощью векторов дает возможность наглядно показать начальные фазы этих величин и сдвиг фаз между ними.

Совокупность нескольких векторов, соответствующих нулевому моменту времени, называют векторной диаграммой. Необходимо иметь в виду, что на векторной диаграмме векторы изображают токи (напряжения) одинаковой частоты.

# Мгновенные значения синусоидального тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$

- Мгновенные значения синусоидального тока  $i(t)$  и напряжения  $u(t)$  в любой момент времени выражаются формулами:

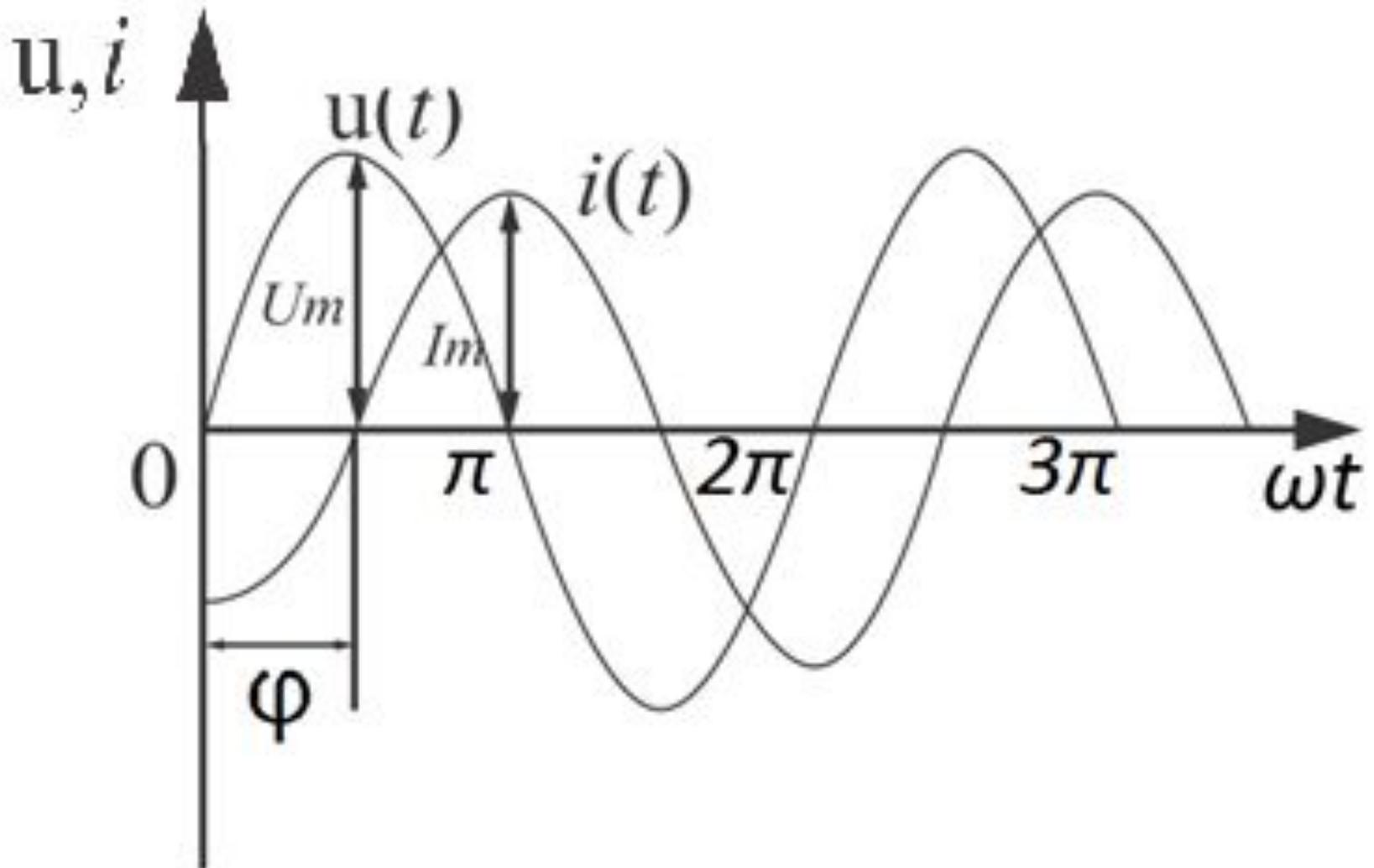
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

- где:  $I_m, U_m$  - амплитудные значения тока и напряжения;
- $\psi_i, \psi_u$  - начальные фазы тока и напряжения;
- $\omega = 2\pi f$  [рад/с] угловая частота;
- $f = 50$  Гц стандартная частота напряжения в России;
- $T = \frac{1}{f}$  - период напряжения и тока.

# Параметры синусоидального тока и напряжения

- При расчетах разность начальных фаз  $\psi_u - \psi_i = \varphi$  этся как угол фазового сдвига между током и напряжением. Если  $\psi_u > \psi_i$  и  $i(t)$  запишутся в виде: , 
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^\circ) \quad i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi);$$
- т.е. начальная фаза напряжения =0, тогда ток отстает по времени на  $\psi_i = \varphi$ .
- При расчетах электрических цепей переменного тока переходят от мгновенных значениях напряжения и тока к их действующим значениям:
- $$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} .$$

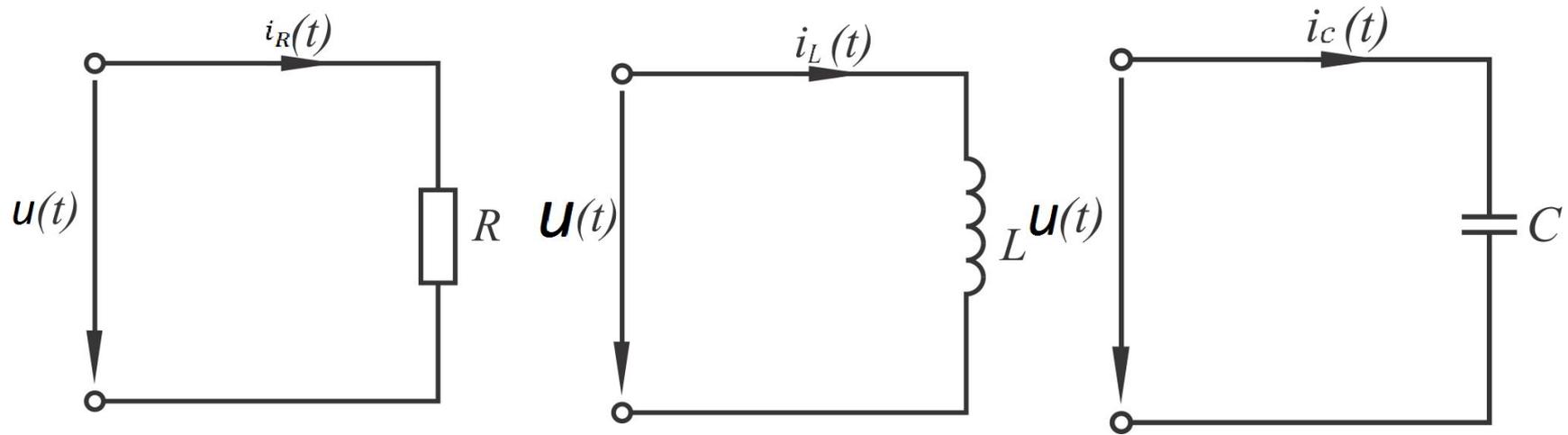
# Графики напряжения и тока



# Элементы электрической цепи синусоидального тока

- Для расчета электрической цепи реальные потребители электрической энергии заменяются их электрическими эквивалентами: активным сопротивлением  $R$ , индуктивностью  $L$ , емкостью  $C$  или их сочетаниями  $RC$ ,  $RL$ . При этом элементы  $L$  и  $C$  называют реактивными и для них рассчитываются сопротивления:
- $X_L = \omega L$  [Ом]- индуктивное сопротивление,
- $X_C = \frac{1}{\omega C}$  [Ом] - емкостное сопротивление,
- где  $\omega = 2\pi f$  угловая частота.
- Точный расчет электрических цепей синусоидального тока производится методом комплексных чисел. Для этого сопротивления каждого элемента  $R$ ,  $X_L$  и  $X_C$  записываются в комплексном виде в алгебраической или показательной форме и изображаются в масштабе в виде отрезков на комплексной плоскости.

# Элементы электрической цепи синусоидального тока

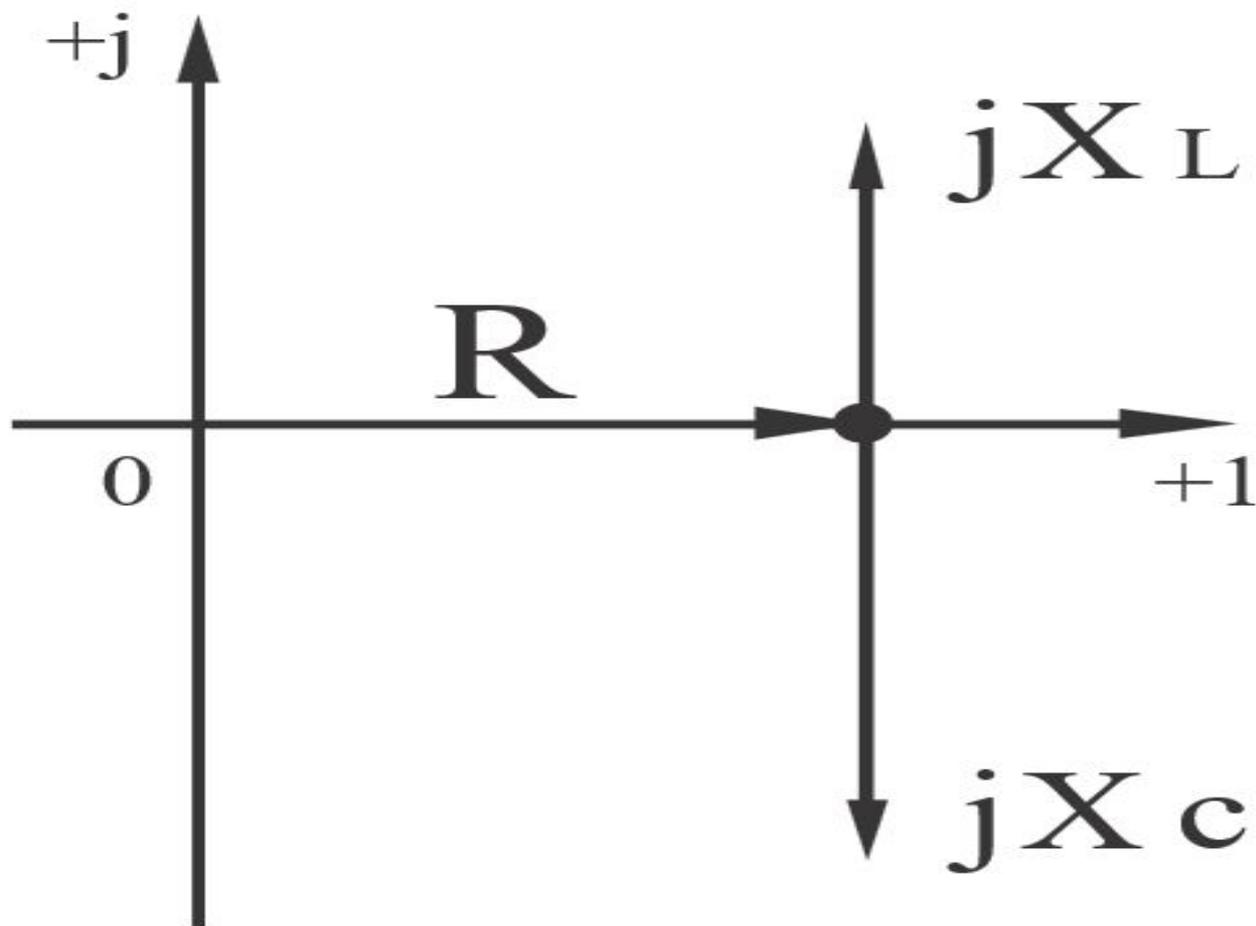


- **Активное.** Активным называют сопротивление резистора. Условное обозначение резистора  $R$
- Единицей измерения сопротивления является **Ом**. Сопротивление резистора не зависит от частоты.
- **Реактивное.** В разделе реактивные выделяют три вида сопротивлений: индуктивное  $X_L$ , и емкостное  $X_C$  и собственно реактивное  $X$ .
- Единицей измерения индуктивности является **Генри (Гн)**. Часто используют дробные единицы
- $1 \text{ мкГн} = 10^{-6} \text{ Гн}$ ;  $1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$ .
- Единицей измерения емкости является **фарада**:  
 $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В} = 1 \text{ Кулон} / 1 \text{ Вольт}$ . Условным обозначением **емкости** является символ  $C$
- .

# Комплексные сопротивления

- Точный расчет электрических цепей синусоидального тока производится методом комплексных чисел. Для этого сопротивления каждого элемента  $R$ ,  $X_L$  и  $X_C$  записываются в комплексном виде в алгебраической или показательной форме и изображаются в масштабе в виде отрезков на комплексной плоскости:
- $\underline{R} = R e^{+j0^\circ} = R$  - ктивное сопротивление, направлено по оси действительных значений (оси+1);
- $\underline{X}_L = X_L e^{+j90^\circ} = +jX_L$  индуктивное сопротивление, пропорционально  $\omega$  угловой частоте ( $X_L = \omega L$ ), направлено по мнимой оси  $+j$ .
- $\underline{X}_C = X_C e^{-j90^\circ} = -jX_C$  - емкостное сопротивление, обратно пропорциональное угловой частоте  $\omega$  ( $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ), направлено по мнимой оси  $-j$ .

# Изображение сопротивлений на комплексной плоскости



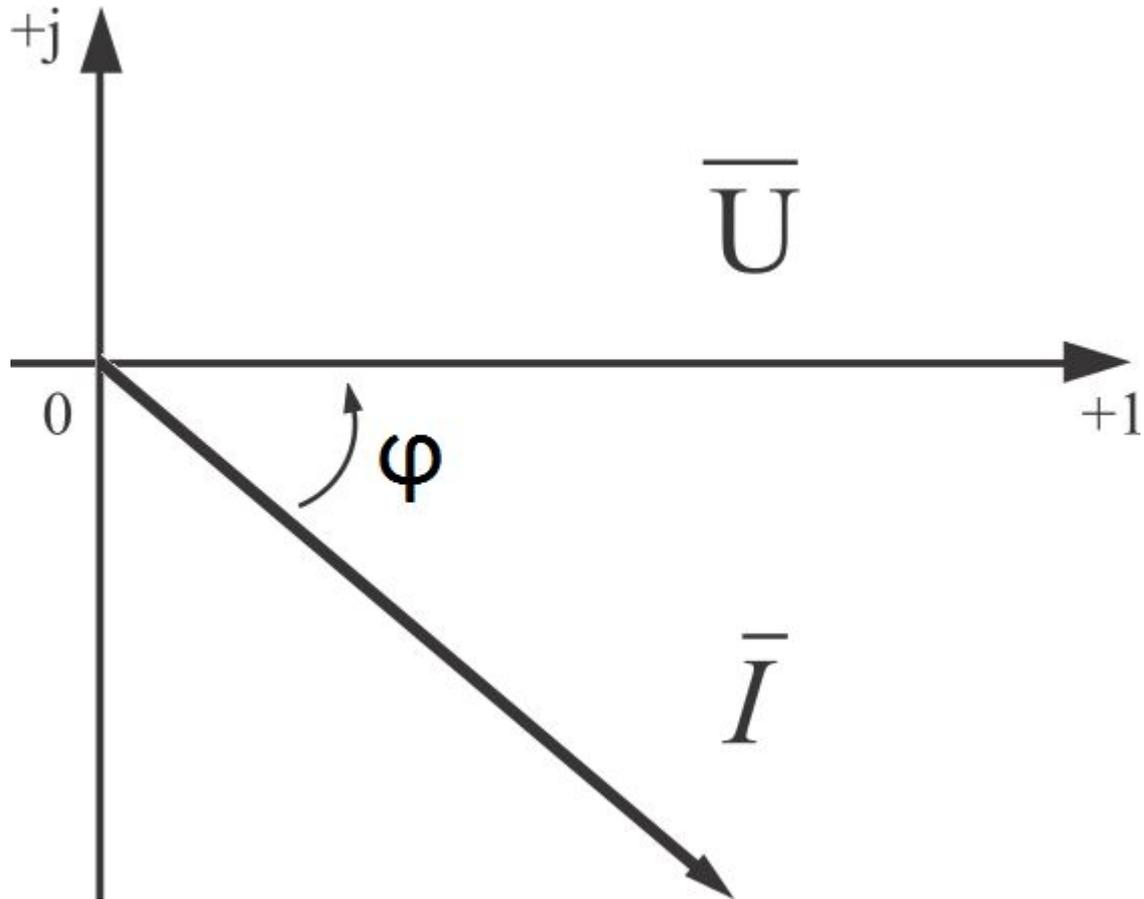
# Комплексные ток и напряжение

- Мгновенные значения напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$  меняются комплексами напряжения и тока и изображаются в масштабе в виде векторов на комплексной плоскости:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) \rightarrow U = U e^{+j\theta}, \quad i(t) = I \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I = I e^{-j\varphi},$$

- где -  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ ;  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  действующие значения напряжения и тока;
- $e^{+j\theta}$ ;  $e^{-j\varphi}$  - поворотные множители, показывающие угол поворота(фазу) напряжения и тока относительно действительной оси +1.

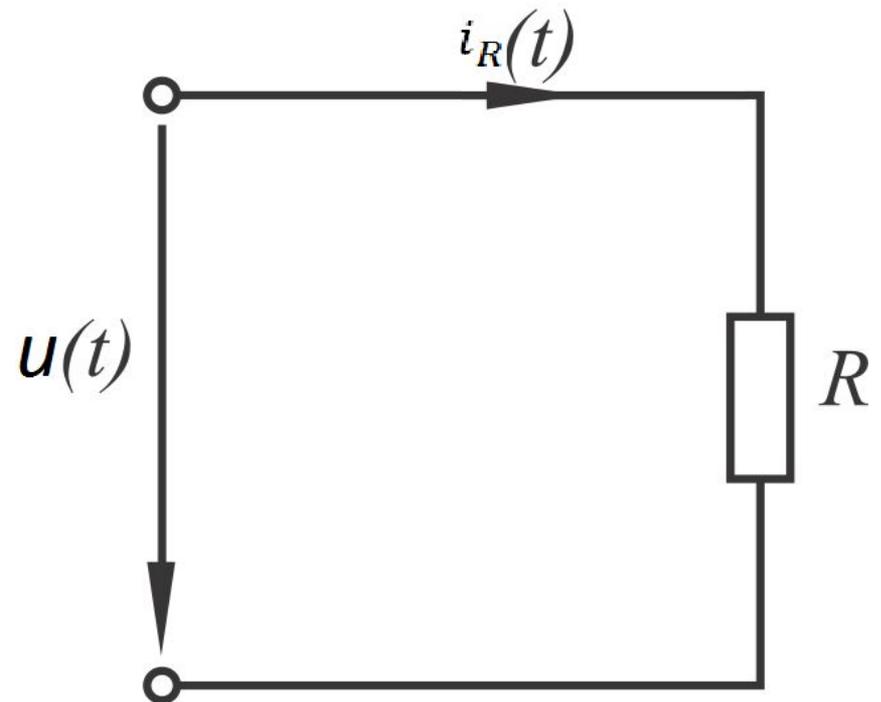
# Векторная диаграмма напряжения и тока



# Электрические цепи с элементами R, L и C

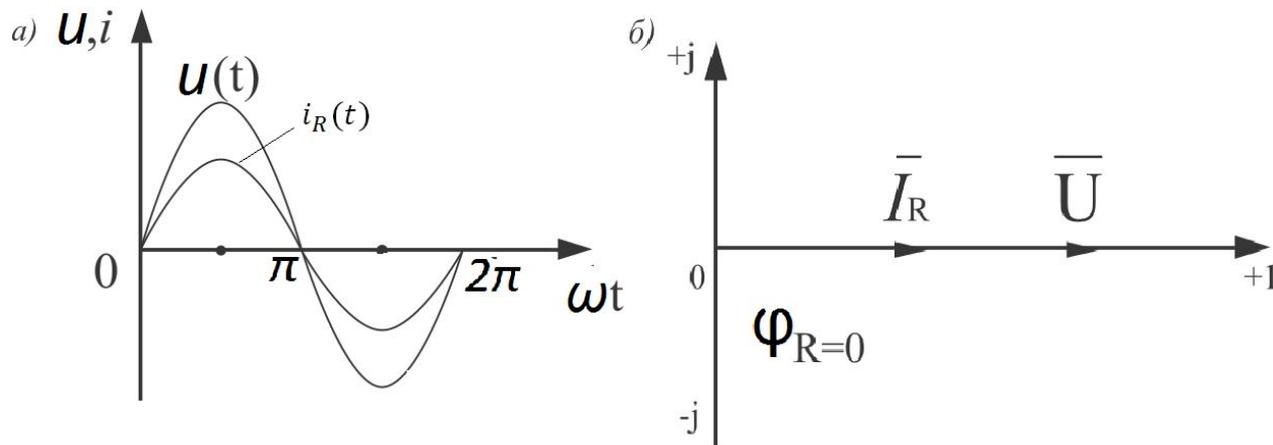
## Электрическая цепь с активным сопротивлением R

- Реальные потребители с активным сопротивлением R являются безинерционными элементами, поэтому напряжение  $u(t)$ , подведенное к активному сопротивлению R, совпадает по фазе с током  $i(t)$ , т.е. угол фазового сдвига между напряжением  $u(t)$  и током  $i(t)$  равен нулю.



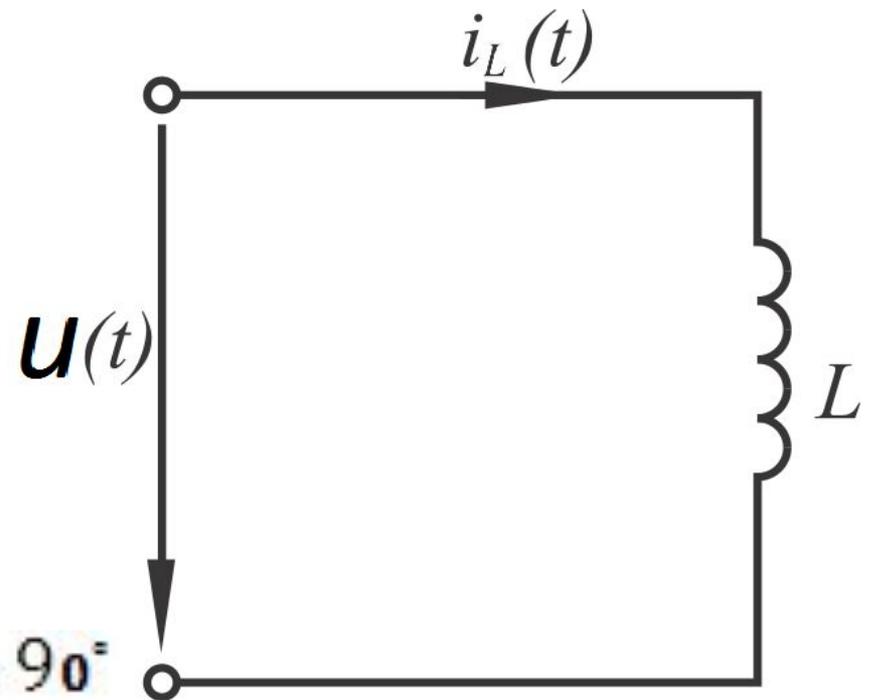
# векторная диаграмма для электрической цепи с сопротивлением R

- Напряжение и ток одновременно достигают максимального значения и одновременно переходят через ноль.
- $u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^0); i_R(t) = I_m \sin(\omega t + 0^0)$
- Действующее значение тока  $I_R$ , возникающего в схеме, можно рассчитать по закону Ома в комплексной форме:  $\bar{U} = Ue^{+j0^0}$  ;
- $$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad I_R = \frac{\bar{U}}{R} = \frac{Ue^{+j0^0}}{Re^{+j0^0}} = I_R e^{+j0^0} \quad P = UI_R = I_R^2 R = \frac{U^2}{R}$$
  
(Вт).



# Электрическая цепь с идеальной индуктивностью $L$

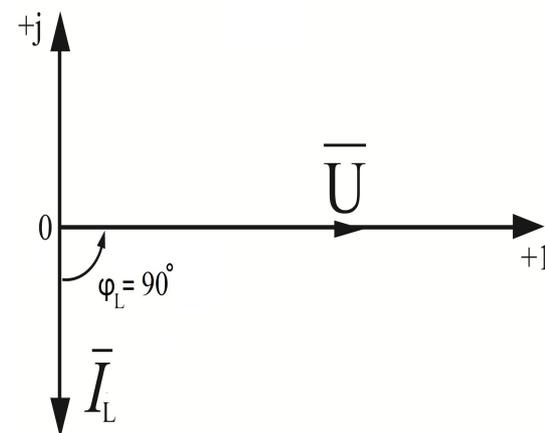
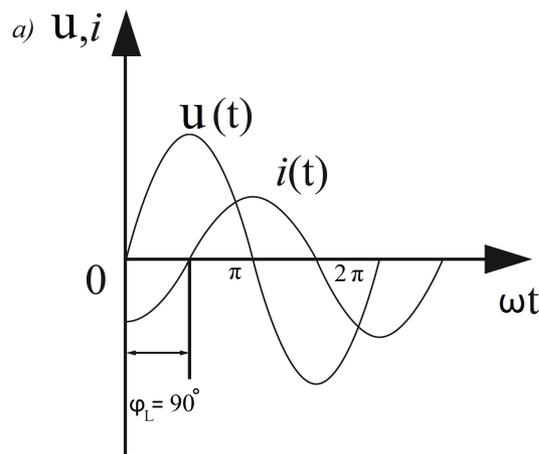
- В идеальной катушке индуктивности пренебрегают сопротивлением проводов обмотки ( $R_k = 0$ ) и учитывают только индуктивное сопротивление  $X_L = 2\pi fL$ . В такой цепи при подключении ее к напряжению
- происходит отставание тока по фазе на угол  $\varphi_L = 90^\circ$
- $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$  .



# Векторная диаграмма напряжения и тока идеальной индуктивности L

- Действующее значение тока  $I_L$ , возникающего в схеме, можно рассчитать по закону Ома в комплексной форме:  $\bar{U} = Ue^{+j0^\circ}$  ;  

$$; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad \bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{X_L} = \frac{Ue^{+j0^\circ}}{Xe^{+j90^\circ}} = I_L e^{-j90^\circ}$$
- В цепи с идеальной катушкой индуктивности активная мощность не расходуется ( $P=0$ ). Для характеристики энергетических процессов в индуктивности используют реактивную мощность:
- $Q_L = U \cdot I_L = I_L^2 \cdot X_L [\text{ВАр}]$  .



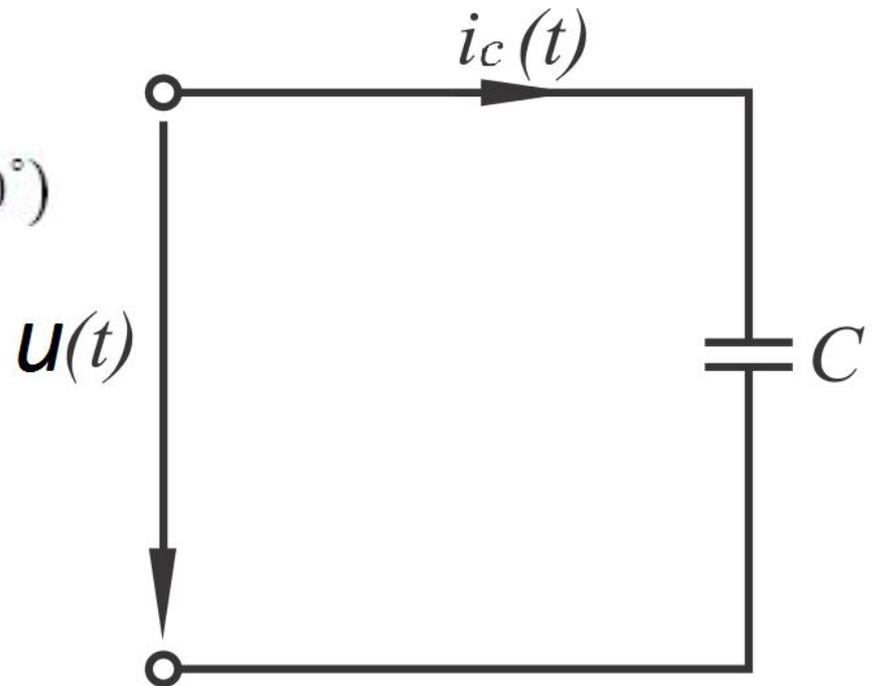
# Электрическая цепь с емкостью С

- При подключении цепи с конденсатором С к синусоидальному напряжению

- в цепи возникнет синусоидальный ток  $u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^\circ)$

$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Ток через конденсатор опережает напряжение питания на  $\varphi_C = 90^\circ$ . Это происходит потому, что емкостной ток  $I_C$  достигает максимального значения при максимальном изменении напряжения, т.е. при прохождении напряжения через ноль.

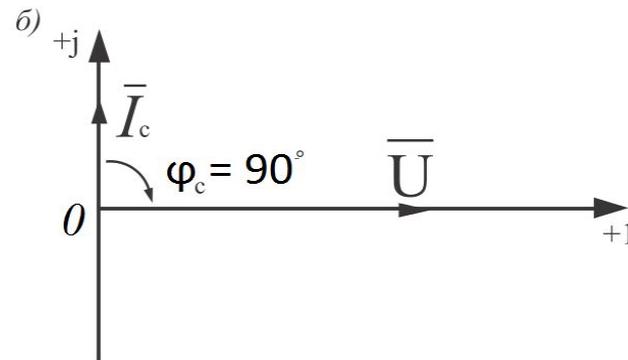
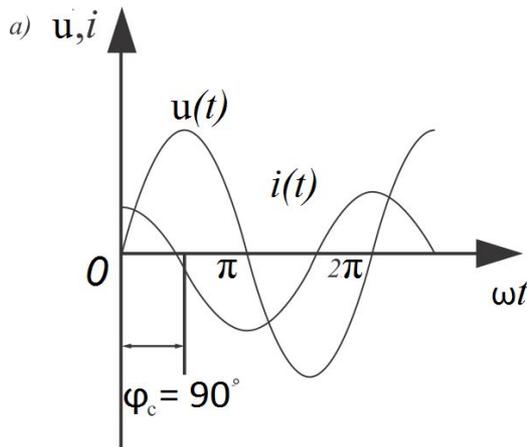
- $\dot{U} = U e^{+j0^\circ} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$



# векторная диаграмма напряжения и тока для электрической цепи с емкостью С

$$\vec{I}_C = \frac{\vec{U}}{X_C} = \frac{Ue^{+j0^\circ}}{X_C e^{-j90^\circ}} = I_C e^{+j90^\circ}$$

- Энергетические процессы в емкости С определяются зарядом конденсатора при  $i(t) > 0$  и его разрядом при  $i(t) < 0$ , т.е. отдачей полученной энергии обратно в сеть. Поэтому среднее значение активной мощности за период равно нулю ( $P=0$ ). Такой обмен энергией характеризуют реактивной (емкостной) мощностью
- $Q_C = U \cdot I_C = \frac{U^2}{X_C}$
- Следует заметить, что реактивные мощности  $Q_L$  и  $Q_C$  имеют разные знаки:  $+Q_L$  и  $-Q_C$ .



# Электрические цепи с элементами $R_k L_k$ и RC

- В комплексной форме полное сопротивление катушки  $\underline{Z}_k$  запишется в виде
- $\underline{Z}_k = R_k + jX_k$
- и на комплексной плоскости изображается в масштабе в виде треугольника сопротивлений.
- Полное сопротивление  $\underline{Z}_k$  катушки индуктивности определяется из треугольника сопротивления, модуль полного комплексного сопротивления
- определяется как корень квадратный из квадратов координат.
- Угол  $\varphi_k$  определяет угол фазового сдвига между напряжением  $U$  и током  $I$ ,  $\varphi_k = \arctg X_k / R_k$

