

Порядок расчета

- 1. Задание токов и напряжений на участках цепи.
- Резистор R_1 включен последовательно с источником, поэтому ток I_1 для них будет общим, токи в резисторах R_2 и R_3 обозначим соответственно I_2 и I_3 . Аналогично обозначим напряжения на участках цепи.
- 2. Расчет эквивалентного сопротивления цепи.
- Резисторы R_2 и R_3 включены по параллельной схеме и заменяются эквивалентным сопротивлением R_{23} :
- В результате схема замещения преобразуется в цепь с последовательно соединенными резисторами R_1 , R_{23} и r_0 . Тогда эквивалентное сопротивление всей цепи запишется в виде:
- $R_{\text{э}} = r_0 + R_1 + R_{23}$.
- 3. Расчет тока в цепи источника.
- Ток I_1 определим по закону Ома:
- $I_1 = U/R_{\text{э}}$.

- 4. Расчет напряжений на участках цепи.
- По закону Ома определим величины напряжений:
- $U_1 = R_1 I_1$; $U_{23} = R_{23} I_1$.
- Напряжение U на зажимах ab источника питания определим по второму закону Кирхгофа для контура I:
- $E = r_0 I_1 + U$; $U = E - r_0 I_1$.
- 5. Расчет токов и мощностей для всех участков цепи.
- Зная величину напряжения U_{23} , определим по закону Ома токи в резисторах R_2 и R_3 : $I_2 = \frac{U_{23}}{R_2}$; $I_3 = \frac{U_{23}}{R_3}$.
- Определим величину активной электрической мощности, отдаваемую источником питания потребителям электрической энергии:
- $P = E \cdot I_1$, $P_1 = R_1 I_1^2$; $P_2 = R_2 I_2^2$; $P_3 = R_3 I_3^2$.
- В элементах схемы расходуются активные мощности: $\Delta P = r_0 I_1^2$.
-
- На внутреннем сопротивлении r_0 источника питания расходуются часть электрической мощности, отдаваемой источником. Эту мощность называют мощностью потерь ΔP : $\Delta P = r_0 I_1^2$.
- 6. Проверка правильности расчетов.
- Эта проверка производится составлением уравнения баланса мощностей: мощность, отдаваемая источником питания, должна быть равна сумме мощностей, расходуемых в резистивных элементах схемы:

$$EI = (r_0 + R_1)I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2.$$

- 1. Задание токов во всех ветвях.
- Направление токов выбираем произвольно, придерживаемся этого направления до конца расчета.
- 2. Определяем количество неизвестных токов m и число узлов n .
- 3. Составление уравнений по первому закону Кирхгофа для $(n-1)$ узлов.
- Выбираем $4-1=3$ узла (а, b, с) и для них записываем уравнения:
 - узел а: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$;
 - узел b: $I_2 - I_4 + I_5 = 0$;
 - узел с: $I_4 - I_5 + I_6 = 0$.
- 4. Определяем число независимых контуров (содержит ветвь, не входящую ни в какой другой), находим их на схеме замещения.
- 5. Составление уравнений по второму закону Кирхгофа для найденных контуров.
- Необходимо составить $6-3=3$ уравнения. В схеме выбираем контура I, II, III и для них записываем уравнения:
 - контур I: $E_1 = (r_{01} + R_1) I_1 + R_3 I_3$;
 - контур II: $0 = R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_7 I_6 - R_3 I_3$;
 - контур III: $-E_2 = -(r_{02} + R_5 + R_6) \cdot I_5 - R_4 I_4$.
- 6. Решение полученной системы уравнений и анализ результатов.

- Полученная система из шести уравнений решается известными математическими методами. Если в результате расчетов численное значение тока получено со знаком «минус», это означает, что реальное направление тока данной ветви противоположно принятому в начале расчета. Если в ветвях с ЭДС токи совпадают по направлению с ЭДС, то данные элементы работают в режиме источников, отдавая энергию в схему. В тех ветвях, где направления тока и ЭДС не совпадают, источники ЭДС работают в режиме потребителя.

. Проверка правильности расчетов

- Для проверки правильности произведенных расчетов можно на основании законов Кирхгофа написать уравнения для узлов и контуров схемы, которые не использовались при составлении исходной системы уравнений:

- узел d:

- $I_3 + I_6 - I_1 = 0,$

- внешний контур схемы:

- $E_1 - E_2 = (r_{01} + R_1) I_1 + R_2 I_2 - (r_{02} + R_5 + R_6) I_5 + R_7 I_6.$

- Независимой проверкой является составление уравнения баланса мощностей с учетом режимов работы элементов схемы с ЭДС:

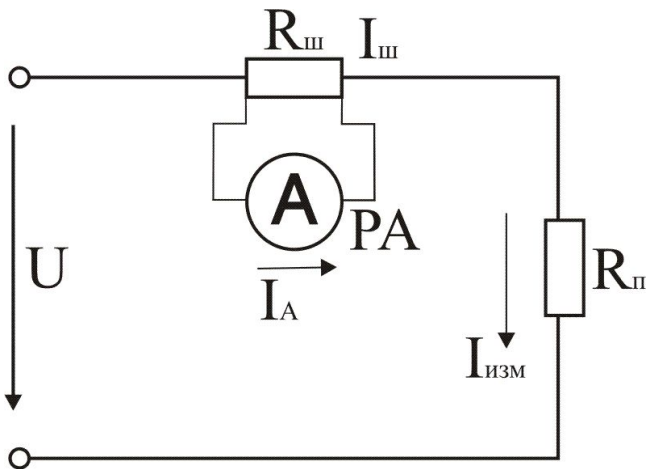
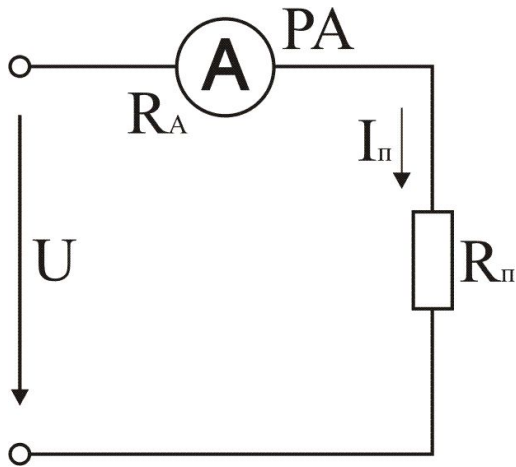
$$E_1 I_1 + E_2 I_5 = (r_{01} + R_1) I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + (r_{02} + R_5 + R_6) I_5^2 + R_7 I_6^2.$$

- Если активная мощность, поставляемая источниками питания, равна по величине активной мощности, израсходованной в пассивных элементах электрической цепи, то правильность расчетов подтверждена.

Лекция № 2

Электрические измерения
Линейные электрические цепи
переменного тока.

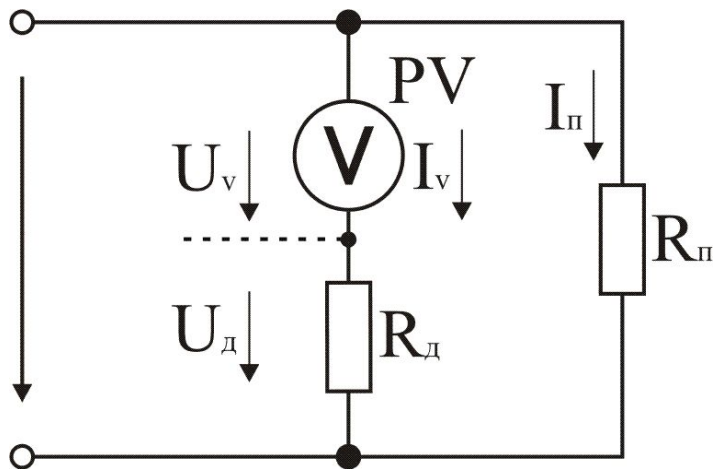
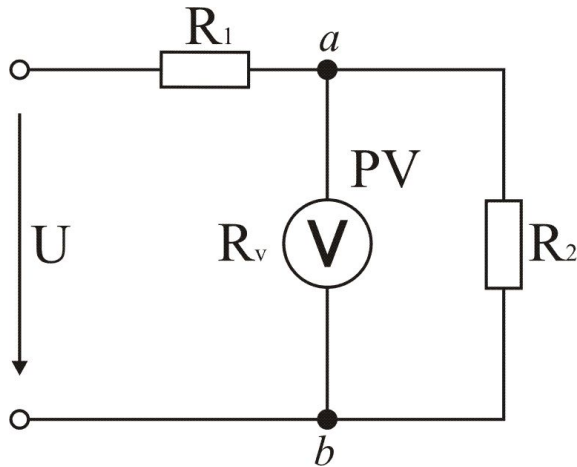
Измерение токов в электрической цепи



- Приборы для измерения тока – амперметры включаются последовательно с потребителями и поэтому вызывают уменьшение тока цепи, погрешности измерения необходимо, чтобы $R_A \ll R_{\Pi}$,
- Где: R_A – сопротивление амперметра, R_{Π} – сопротивление потребителя.
- При включении шунта с сопротивлением $R_{\text{ш}}$ измеряемый ток

$$I_{\text{изм}} = I_A \frac{R_{\text{ш}} + R_A}{R_{\text{ш}}}$$

Измерение напряжений в электрических цепях



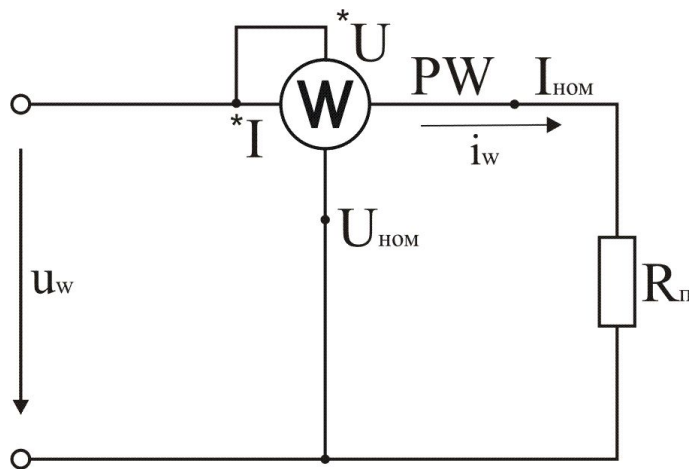
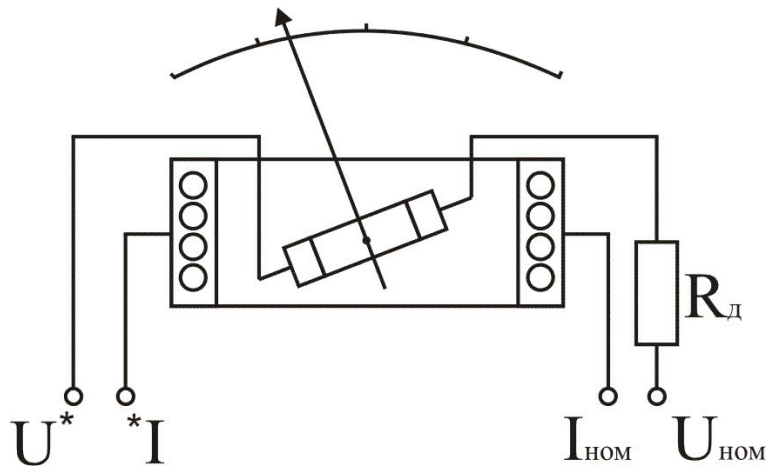
- Приборы для измерения напряжений – вольтметры включаются параллельно тому участку цепи, где измеряется напряжение. В результате чего сопротивление контролируемого участка цепи уменьшается, и уменьшается напряжение на нём. Для уменьшения погрешности измерения сопротивление вольтметра должно быть значительно больше сопротивления контролируемого участка цепи

- $R_v \gg R_n$.
- При включении добавочного сопротивления:

$$U_x = U_{V \text{ ном}} \frac{R_v + R_d}{R_v}$$

$$U_x = U_V + U_D$$

Измерение мощности ваттметром электродинамической системы



- Упрощённое выражение вращающего момента прибора
- $M_{вр} = k i_w u_w$,
- где k – постоянный коэффициент; i_w – ток через токовую катушку; u_w – напряжение, приложенное к катушке напряжения.
- При включении ваттметра в цепь постоянного тока $i_w = I$ и $u_w = U$, поэтому вращающий момент
- $M_{вр} = k I \cdot U = kP$,
- Градуировка обычных ваттметров производится при $\cos\varphi = 1$, поэтому номинальный предел измерения ваттметров для цепи постоянного и переменного тока определяется одинаково:
- $P_{WH} = U_{WH} \cdot I_{WH}$.

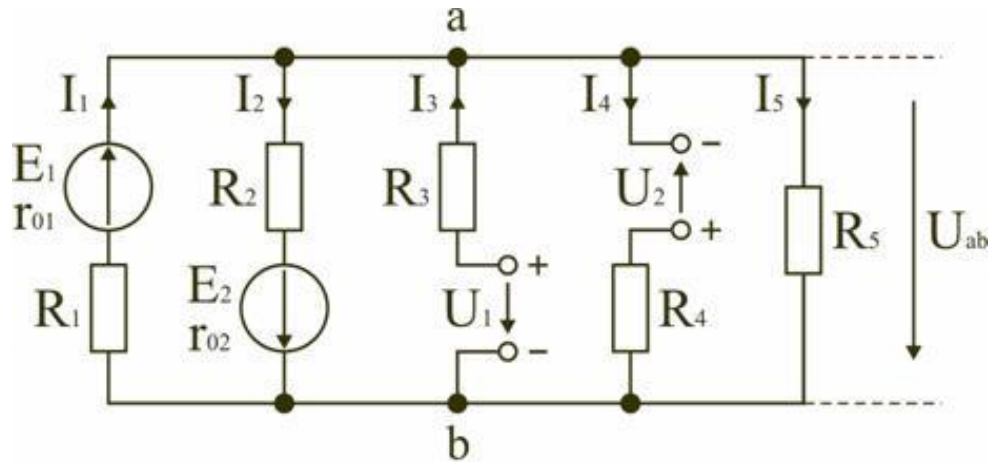
Цифровые измерительные приборы



- Принцип действия цифровых измерительных приборов основан на преобразовании измеряемого непрерывного сигнала в электрический код, отображаемый в цифровой форме. В общем случае цифровой прибор содержит входное устройство, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и цифровое отчётное устройство. Достоинствами цифровых приборов являются: малые погрешности измерения ($0,1 \div 0,001\%$) в широком диапазоне измеряемых сигналов; высокое быстродействие (до 500 измерений/с); выдача результатов измерений в цифровом виде; возможность документальной регистрации измерительной информации.

- Мультиметры имеют режим автоматического выбора предела измерений при измерении сопротивлений, постоянного и переменного напряжений.
- Для измерения **напряжения** подключите один щуп к разъему «СОМ», а другой – к разъему «V/Ω», установите переключатель функций в положение измерения постоянного «V–» или переменного «V~» напряжения. Подсоедините концы щупов к измеряемому источнику напряжения. При измерении постоянного напряжения полярность напряжения на дисплее будет соответствовать полярности напряжения на щупе, включенного в гнездо «V/Ω», относительно второго щупа, включенного в гнездо «СОМ». При отрицательном значении постоянного напряжения на индикаторе высвечивается символ «–».
- Для измерения **сопротивлений** подключите один щуп к разъёму «СОМ», а второй – к разъёму «V/Ω», установите переключатель на «Ω» и
- подсоедините концы щупов к измеряемому сопротивлению. Когда щупы не подключены, на индикаторе будет индицироваться «OL».
- Перед тем как изменить положение переключателя пределов для смены рода работы, необходимо отключить щупы от проверяемой цепи. Никогда не проверяйте сопротивление в цепи, когда включён источник электропитания!
- Перед измерением сопротивлений в схеме убедитесь, что схема обесточена и все конденсаторы разряжены.
- После окончания измерений переключатель мультиметра поставить в положение «OFF».

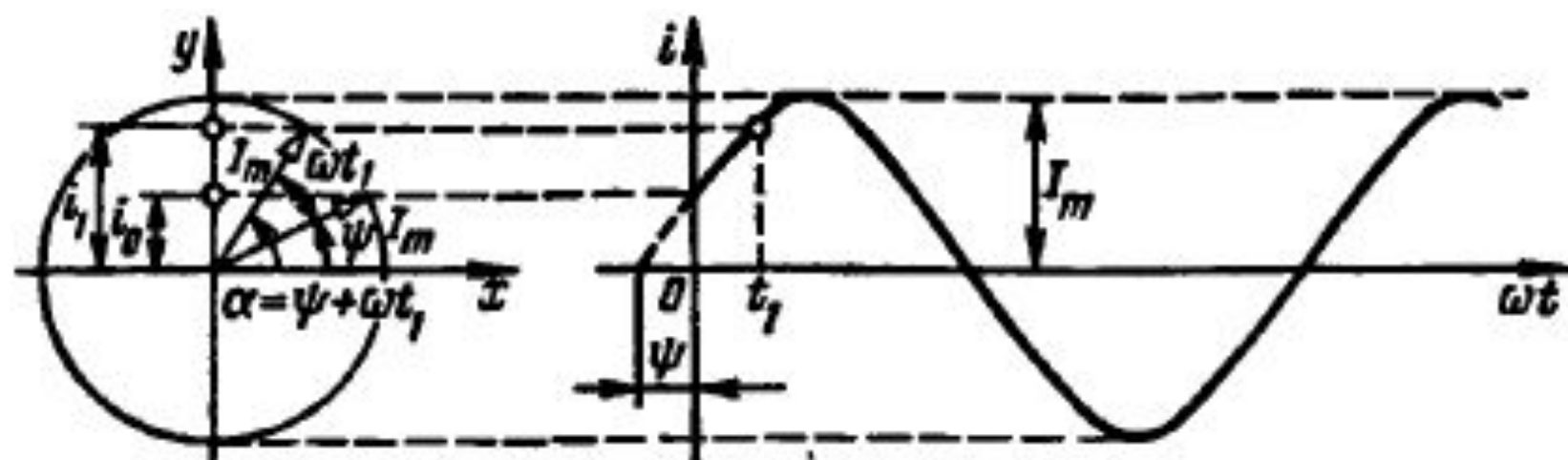
Метод узлового напряжения



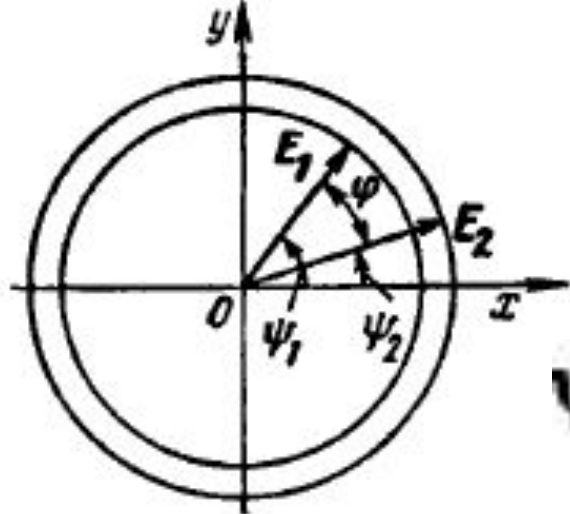
$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2 + U_1 g_3 - U_2 g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}.$$

Линейные цепи
переменного
синусоидального тока

ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРОВ



Пусть вектор I_m вращается с постоянной угловой частотой ω против часовой стрелки. Начальное положение вектора I_m задано углом ψ . Проекция вектора I_m на ось y определяется выражением $I_m \sin(\omega t + \psi)$, которое соответствует мгновенному значению переменного тока. Таким образом, временная диаграмма переменного тока является разверткой по времени вертикальной проекции вектора I_m , вращающегося со скоростью ω .



Векторы E_1 и E_2 с начальными фазами ψ_1 и ψ_2 и сдвигом фаз φ

На векторных диаграммах длины векторов соответствуют действующим значениям тока, напряжения и ЭДС, так как они пропорциональны амплитудам этих величин.

Изображение синусоидальных величин с помощью векторов дает возможность наглядно показать начальные фазы этих величин и сдвиг фаз между ними.

Совокупность нескольких векторов, соответствующих нулевому моменту времени, называют векторной диаграммой. Необходимо иметь в виду, что на векторной диаграмме векторы изображают токи (напряжения) одинаковой частоты.

Мгновенные значения синусоидального тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$

- Мгновенные значения синусоидального тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$ в любой момент времени выражаются формулами:

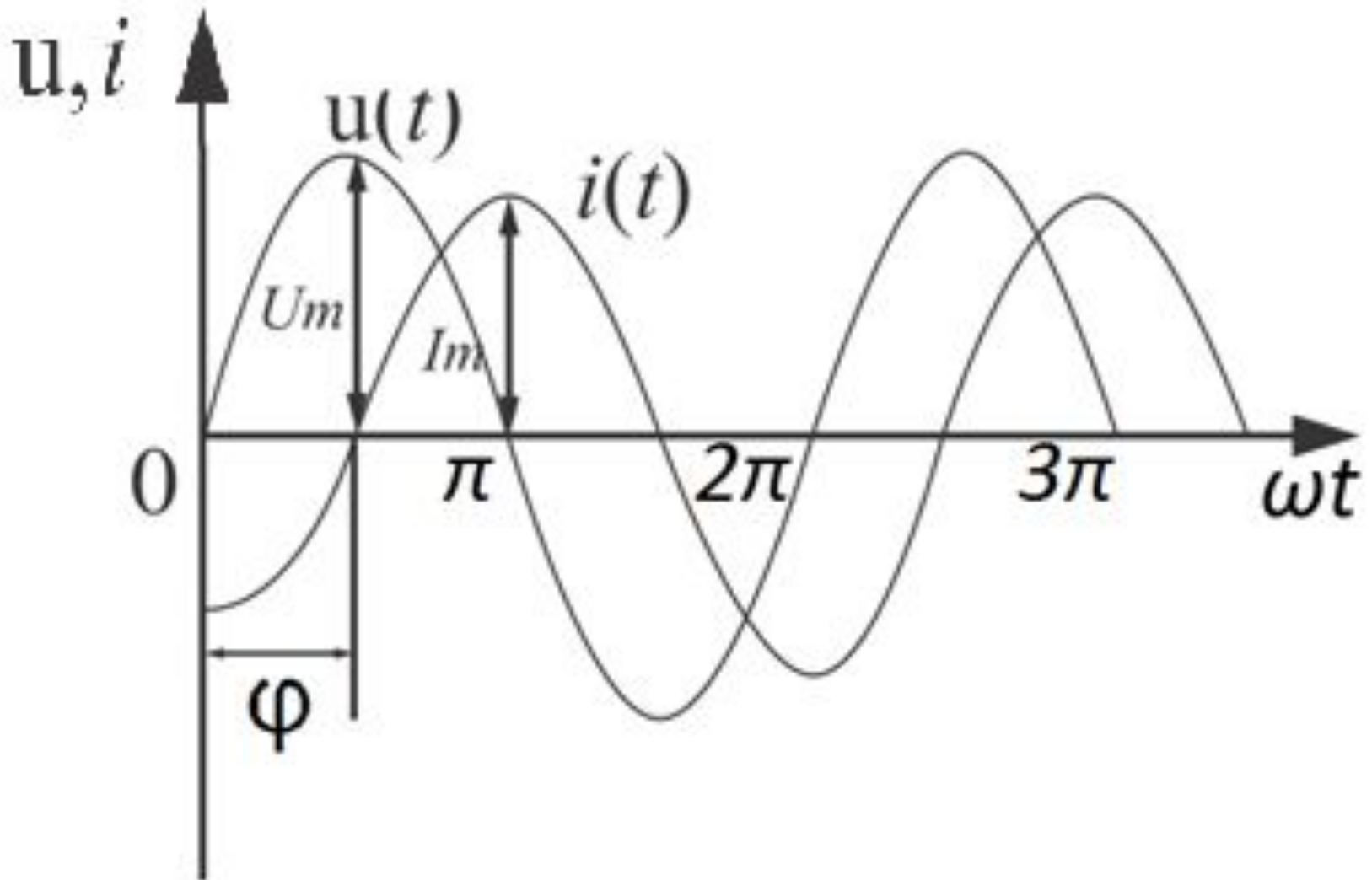
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

- где: I_m, U_m - амплитудные значения тока и напряжения;
- ψ_i, ψ_u - начальные фазы тока и напряжения;
- $\omega = 2\pi f$ [рад/с] угловая частота;
- $f = 50$ Гц стандартная частота напряжения в России;
- $T = \frac{1}{f}$ - период напряжения и тока.

Параметры синусоидального тока и напряжения

- При расчетах разность начальных фаз $\psi_u - \psi_i = \varphi$ этся как угол фазового сдвига между током и напряжением. Если $\psi_u > \psi_i$ и $i(t)$ запишутся в виде: , $u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^\circ)$ $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$;
- т.е. начальная фаза напряжения =0, тогда ток отстает по времени на $\psi_i = \varphi$.
- При расчетах электрических цепей переменного тока переходят от мгновенных значениях напряжения и тока к их действующим значениям:
- $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} .$

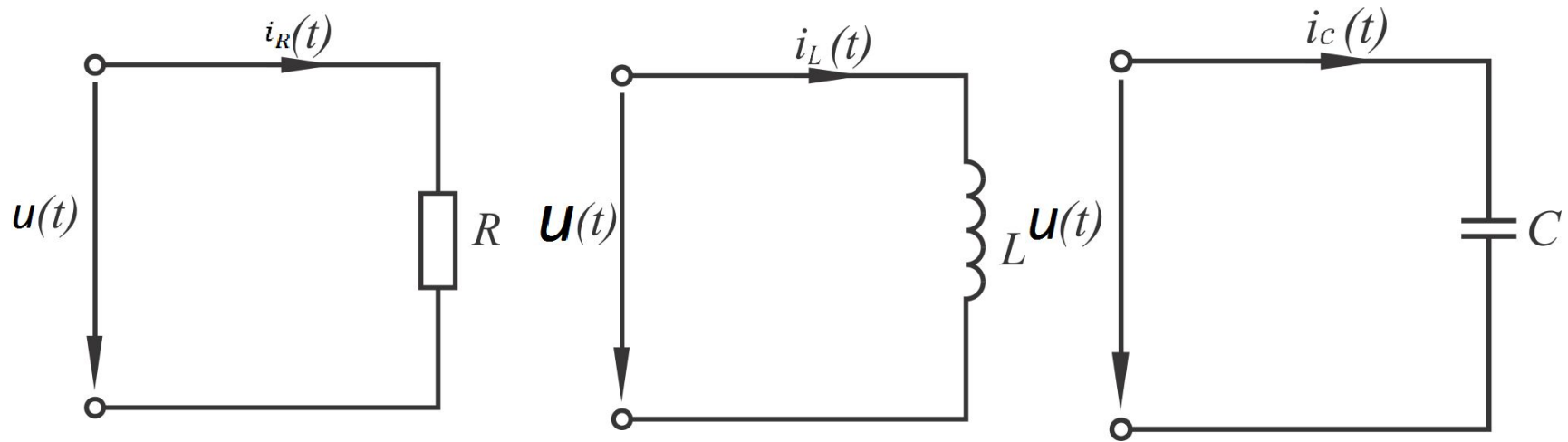
Графики напряжения и тока



Элементы электрической цепи синусоидального тока

- Для расчета электрической цепи реальные потребители электрической энергии заменяются их электрическими эквивалентами: активным сопротивлением R , индуктивностью L , емкостью C или их сочетаниями RC , RL . При этом элементы L и C называют реактивными и для них рассчитываются сопротивления:
- $X_L = \omega L$ [Ом]- индуктивное сопротивление,
- $X_C = \frac{1}{\omega C}$ [Ом] - емкостное сопротивление,
- где $\omega = 2\pi f$ угловая частота.
- Точный расчет электрических цепей синусоидального тока производится методом комплексных чисел. Для этого сопротивления каждого элемента R , X_L и X_C записываются в комплексном виде в алгебраической или показательной форме и изображаются в масштабе в виде отрезков на комплексной плоскости.

Элементы электрической цепи синусоидального тока

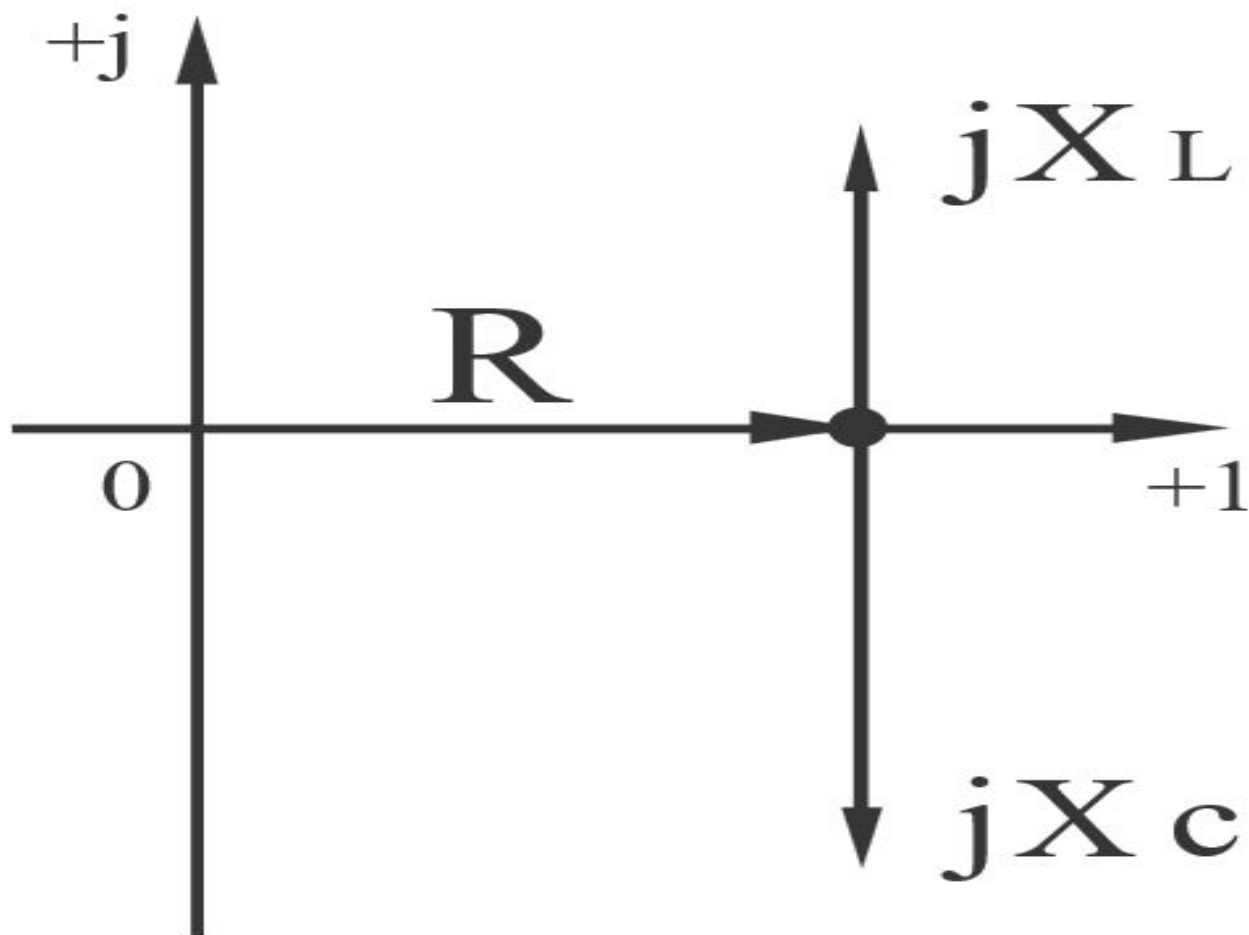


- **Активное.** Активным называют сопротивление резистора. Условное обозначение резистора R
- Единицей измерения сопротивления является **Ом**. Сопротивление резистора не зависит от частоты.
- **Реактивное.** В разделе реактивные выделяют три вида сопротивлений: индуктивное X_L , и емкостное X_C и собственно реактивное X .
- Единицей измерения индуктивности является **Генри (Гн)**. Часто используют дробные единицы
- $1 \text{ мкГн} = 10^{-6} \text{ Гн}$; $1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$.
- Единицей измерения емкости является **фарада**:
 $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В} = 1 \text{ Кулон} / 1 \text{ Вольт}$. Условным обозначением **емкости** является символ C
- .

Комплексные сопротивления

- Точный расчет электрических цепей синусоидального тока производится методом комплексных чисел. Для этого сопротивления каждого элемента R , X_L и X_C записываются в комплексном виде в алгебраической или показательной форме и изображаются в масштабе в виде отрезков на комплексной плоскости:
- $\underline{R} = R e^{+j0^\circ} = R$ - ктивное сопротивление, направлено по оси действительных значений (оси+1);
- $\underline{X}_L = X_L e^{+j90^\circ} = +jX_L$ индуктивное сопротивление, пропорциональное ω угловой частоте ($X_L = \omega L$), направлено по мнимой оси $+j$.
- $\underline{X}_C = X_C e^{-j90^\circ} = -jX_C$ - емкостное сопротивление, обратно пропорциональное угловой частоте ω ($X_C = \frac{1}{\omega C}$), направлено по мнимой оси $-j$.

Изображение сопротивлений на комплексной плоскости



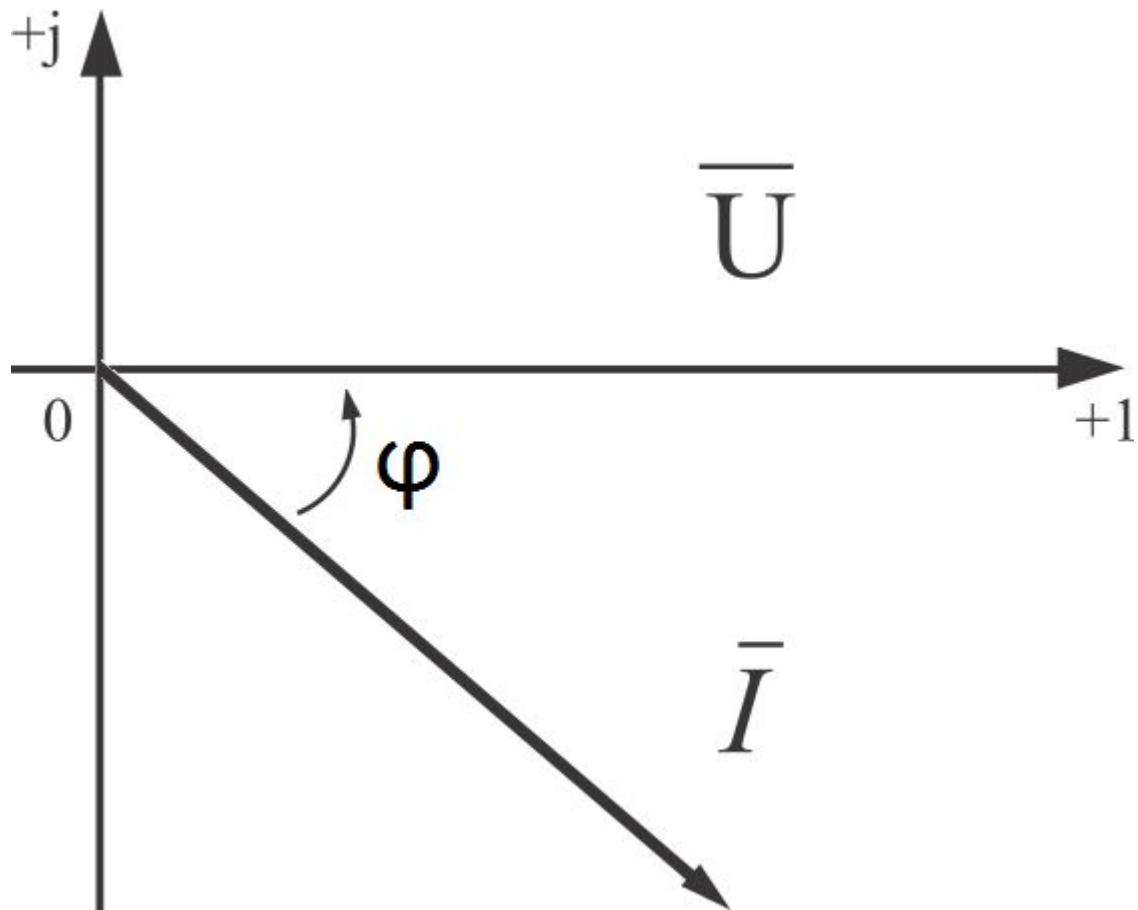
Комплексные ток и напряжение

- Мгновенные значения напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ меняются комплексами напряжения и тока и изображаются в масштабе в виде векторов на комплексной плоскости:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) \rightarrow U = U e^{+j\theta}, \quad i(t) = I \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I = I e^{-j\varphi},$$

- где - $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$; $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ действующие значения напряжения и тока;
- $e^{+j\theta}$; $e^{-j\varphi}$ - поворотные множители, показывающие угол поворота(фазу) напряжения и тока относительно действительной оси +1.

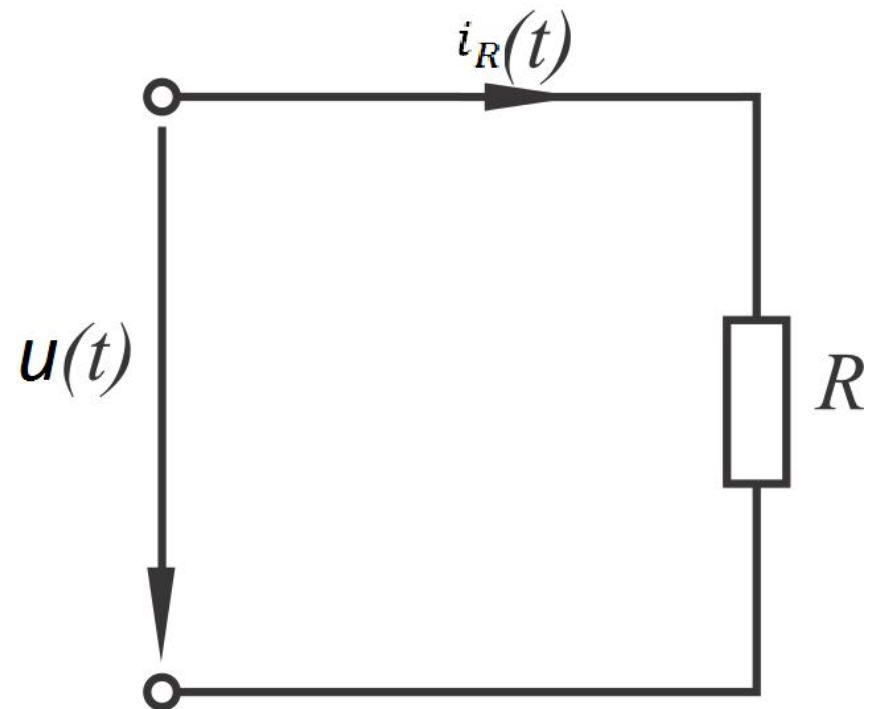
Векторная диаграмма напряжения и тока



Электрические цепи с элементами R, L и C

Электрическая цепь с активным сопротивлением R

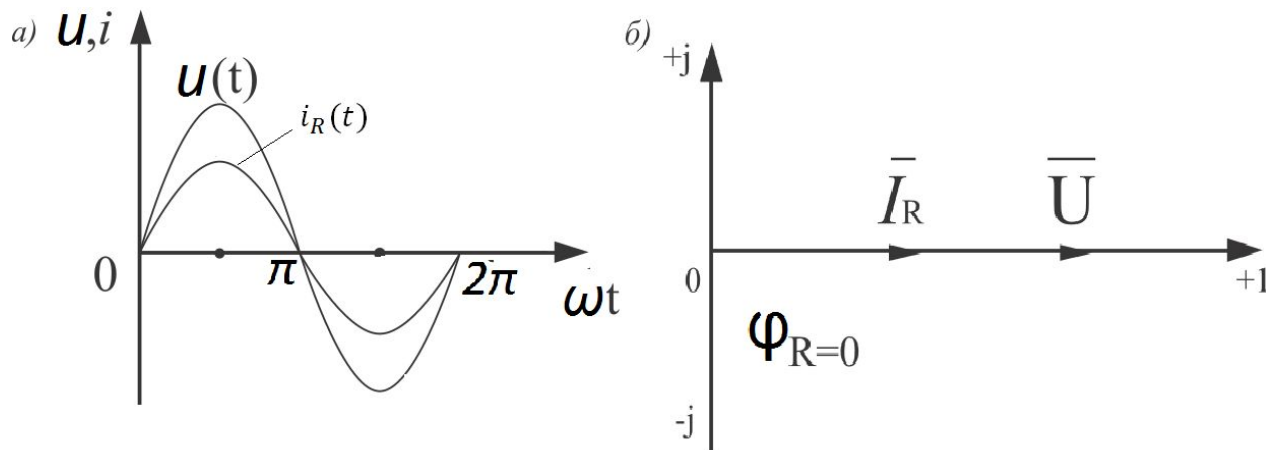
- Реальные потребители с активным сопротивлением R являются безинерционными элементами, поэтому напряжение $u(t)$, подведенное к активному сопротивлению R, совпадает по фазе с током $i(t)$, т.е. угол фазового сдвига между напряжением $u(t)$ и током $i(t)$ равен нулю.



векторная диаграмма для электрической цепи с сопротивлением R

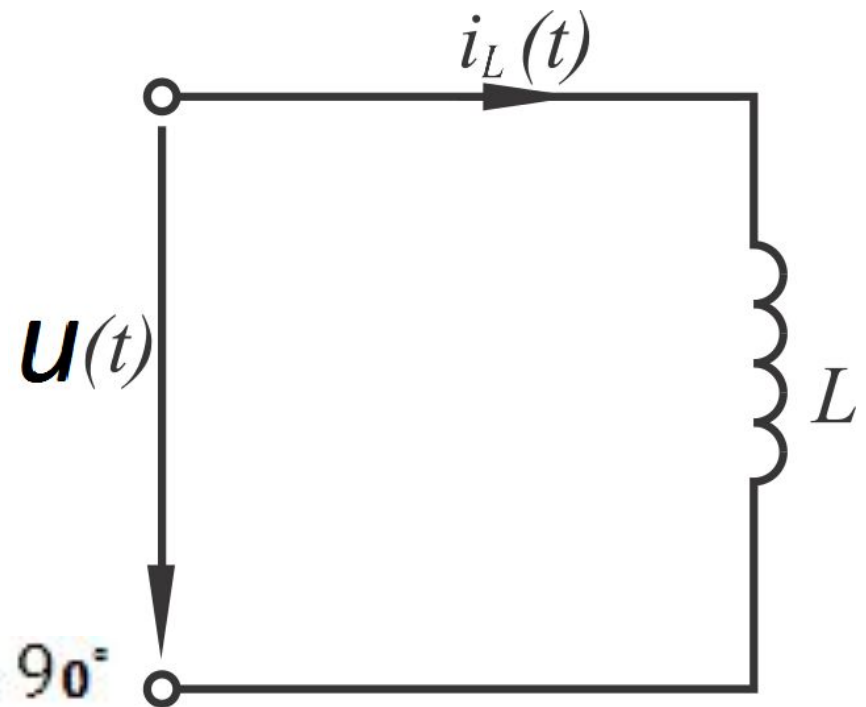
- Напряжение и ток одновременно достигают максимального значения и одновременно переходят через ноль.
- $u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^0); i_R(t) = I_m \sin(\omega t + 0^0)$
- Действующее значение тока I_R , возникающего в схеме, можно рассчитать по закону Ома в комплексной форме: $\bar{U} = Ue^{+j0^0}$;
- $$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad I_R = \frac{\bar{U}}{R} = \frac{Ue^{+j0^0}}{Re^{+j0^0}} = I_R e^{+j0^0} \quad P = UI_R = I_R^2 R = \frac{U^2}{R}$$

(Вт).



Электрическая цепь с идеальной индуктивностью L

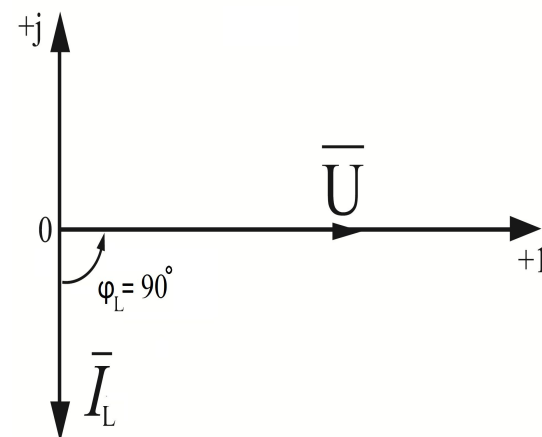
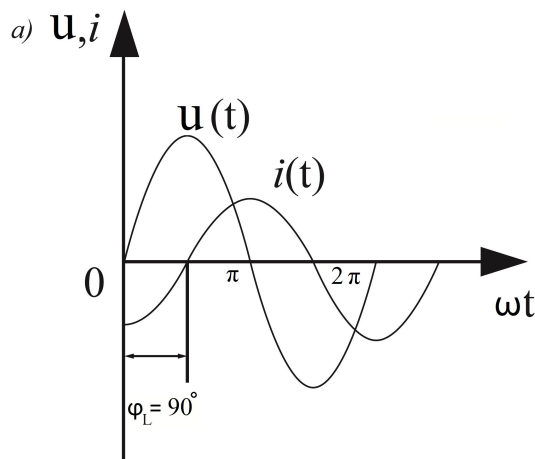
- В идеальной катушке индуктивности пренебрегают сопротивлением проводов обмотки ($R_k = 0$) и учитывают только индуктивное сопротивление $X_L = 2\pi fL$. В такой цепи при подключении ее к напряжению
- происходит отставание тока по фазе на угол $\varphi_L = 90^\circ$
- $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$.



Векторная диаграмма напряжения и тока идеальной индуктивности L

- Действующее значение тока I_L , возникающего в схеме, можно рассчитать по закону Ома в комплексной форме: $\bar{U} = Ue^{+j0^\circ}$;

$$; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad \bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{X_L} = \frac{Ue^{+j0^\circ}}{Xe^{+j90^\circ}} = I_L e^{-j90^\circ}$$
- В цепи с идеальной катушкой индуктивности активная мощность не расходуется ($P=0$). Для характеристики энергетических процессов в индуктивности используют реактивную мощность:
- $Q_L = U \cdot I_L = I_L^2 \cdot X_L [\text{ВАр}]$.

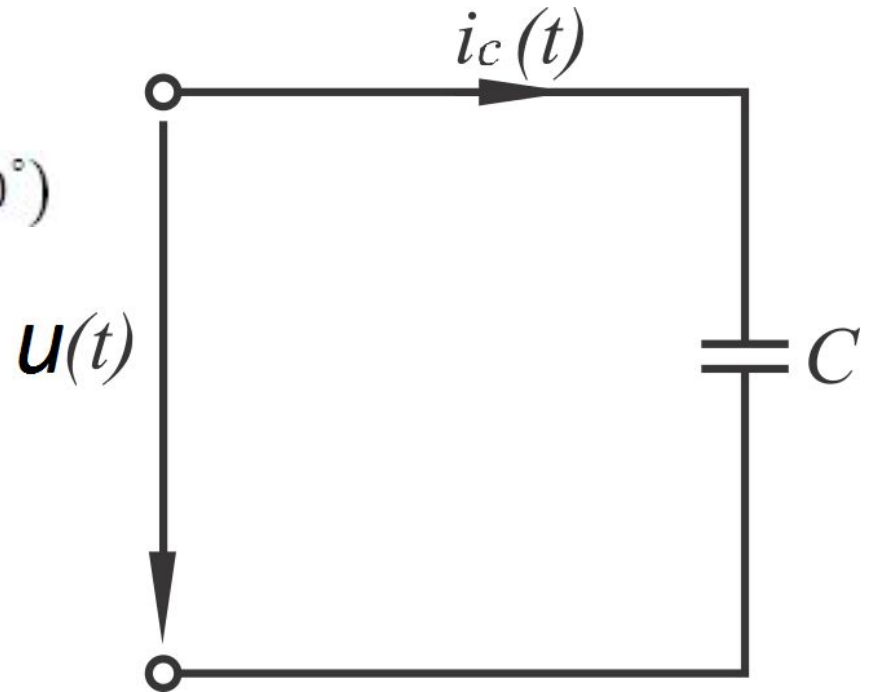


Электрическая цепь с емкостью С

- При подключении цепи с конденсатором С к синусоидальному напряжению
- в цепи возникнет $u(t) = U_m \sin(\omega t + 0^\circ)$ синусоидальный ток

$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. Ток через конденсатор опережает напряжение питания на $\varphi_C = 90^\circ$. Это происходит потому, что емкостной ток I_C достигает максимального значения при максимальном изменении напряжения, т.е. при прохождении напряжения через ноль.

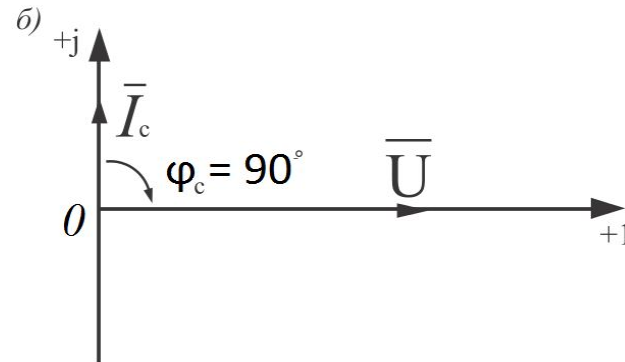
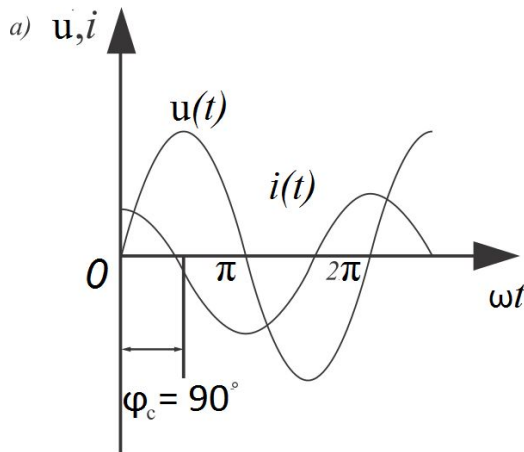
- $\dot{U} = U e^{+j0^\circ} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$



векторная диаграмма напряжения и тока для электрической цепи с емкостью С

$$\vec{I}_C = \frac{\vec{U}}{X_C} = \frac{Ue^{+j0^0}}{X_C e^{-j90^0}} = I_C e^{+j90^0}$$

- Энергетические процессы в емкости С определяются зарядом конденсатора при $i(t) > 0$ и его разрядом при $i(t) < 0$, т.е. отдачей полученной энергии обратно в сеть. Поэтому среднее значение активной мощности за период равно нулю ($P=0$). Такой обмен энергией характеризуют реактивной (емкостной) мощностью
- $Q_C = U \cdot I_C = \frac{U^2}{X_C}$
- Следует заметить, что реактивные мощности Q_L и Q_C имеют разные знаки: $+Q_L$ и $-Q_C$.



Электрические цепи с элементами $R_k L_k$ и RC

- В комплексной форме полное сопротивление катушки \underline{Z}_k запишется в виде
- $\underline{Z}_k = R_k + jX_k$
- и на комплексной плоскости изображается в масштабе в виде треугольника сопротивлений.
- Полное сопротивление \underline{Z}_k катушки индуктивности определяется из треугольника сопротивления, модуль полного комплексного сопротивления
- определяется как корень квадратный из квадратов координат.
- Угол φ_k определяет угол фазового сдвига между напряжением U и током I , $\varphi_k = \arctg X_k / R_k$

