*

Измерение информации: вероятностный подход

Урок 9

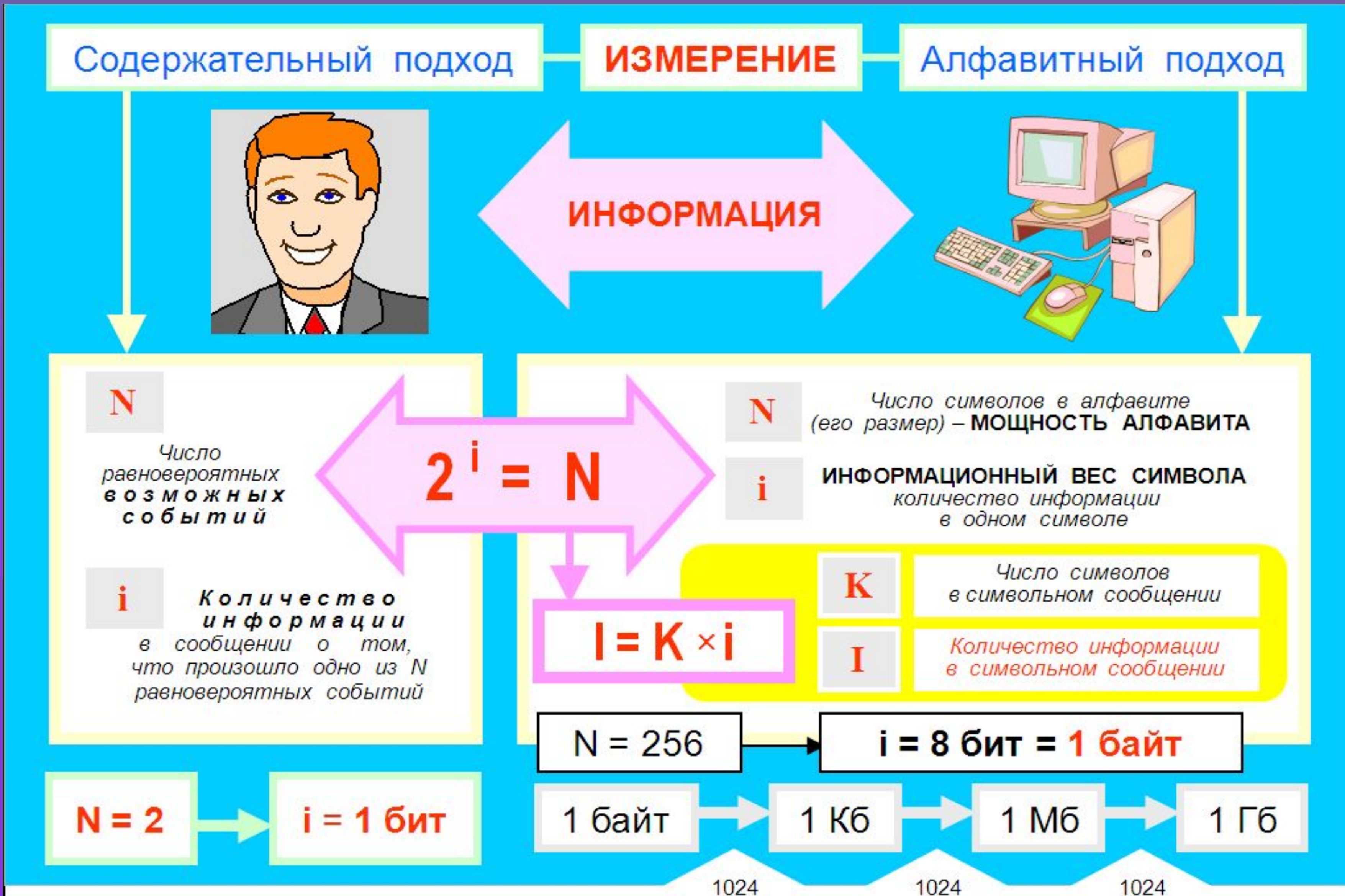
Система основных понятий

Измерение информации – содержательный подход	
Измеряется количество информации в сообщении о результате некоторого события	
Равновероятные результаты: никакой результат не имеет преимущества перед другими	
Неопределенность знания – число возможных результатов (вариантов сообщения) - N	Количество информации в сообщении об одном результате события – i битов
Главная формула информатики: $2^i = N$	
Частный случай: два равновероятных результата события	
N=2	**i=1 бит**
1 бит – количество информации в сообщении об одном из двух равновероятных результатов некоторого события	

Вопросы для повторения:

1. Что такое неопределенность знания о результате какого-либо события? Приведите примеры, когда неопределенность знания можно выразить количественно.
2. Как определяется единица измерения количества информации?
3. В каких случаях и по какой формуле можно вычислить количество информации, содержащейся в сообщении, используя содержательный подход?

Измерение информации



Вероятностный подход к измерению информации

- в 1928 году американский инженер Ричард Хартли подметил закономерность и предложил меру для измерения количества информации:

$$\boxed{I = \log_2 N}$$

где ***N*** - количество ***равновероятных*** событий;
I - количество бит в сообщении о том, что любое из ***N*** событий произошло.

- Не все ситуации имеют одинаковые вероятности реализации. Существует много таких ситуаций, у которых вероятности реализации различаются. Например, если бросают несимметричный предмет
- Еще один бытовой пример – «правило бутерброда»

Вероятностный подход к измерению информации

В 1948 г. американский инженер и математик К. Шеннон предложил формулу для вычисления количества информации для событий с различными вероятностями.

p – вероятность события,

p = K/N, где ***K*** – количество благоприятных исходов

N – общее число исходов

$$I = \log_2\left(1/p\right)$$

Формулу Хартли теперь можно рассматривать как частный случай формулы Шеннона.
При равновероятных событиях получаемое количество информации максимально.

Пример 1:

- **В корзине лежит 8 черных шаров и 24 белых. Сколько информации несет сообщение о том, что достали черный шар?**

$$K_ч = 8; K_б = 24;$$

$$N = K_ч + K_б = 8 + 24 = 32$$

$$p_{черн} = \frac{K_ч}{N} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4};$$

$$I = \log_2 \frac{1}{1/4} = \log_2 4 = 2(бита)$$

Пример 1:

- **Для случая равновероятных событий (если все шары разного цвета):**

$$\boxed{I = \log_2 N = \log_2 32 = 5(\textit{бит})}$$

Формула Шеннона

$$I = -\sum_{i=1}^{N} p_i \cdot \log_2 p_i$$

I - количество информации

N - количество возможных событий

p_i - вероятности отдельных событий

$$I = p_1 \cdot log_2 \frac{1}{p_1} + p_2 \cdot log_2 \frac{1}{p_2} + p_3 \cdot log_2 \frac{1}{p_3} + \ldots$$

Пример 2:

- В озере обитает 12500 окуней, 25000 пескарей, а карасей и щук по 6250. Сколько информации мы получим, когда поймаем какую-нибудь рыбу?

$$N = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 = 12500 + 25000 + 2 * 6250 = 50000$$

$$p_1 = \frac{K_1}{N} = \frac{12500}{50000} = \frac{1}{4}; p_2 = \frac{K_2}{N} = \frac{25000}{50000} = \frac{1}{2};$$

$$p_3 = \frac{K_3}{N} = \frac{6250}{50000} = \frac{1}{8}; p_4 = \frac{K_4}{N} = \frac{6250}{50000} = \frac{1}{8}$$

$$I_1 = \log_2 \frac{1}{p_1} = \log_2 \frac{1}{1/4} = \log_2 4 = 2 бита$$

$$I_2 = \log_2 \frac{1}{p_2} = \log_2 \frac{1}{1/2} = \log_2 2 = 1 бит$$

$$I_3 = \log_2 \frac{1}{p_3} = \log_2 \frac{1}{1/8} = \log_2 8 = 3 бита$$

$$I_4 = \log_2 \frac{1}{p_4} = \log_2 \frac{1}{1/8} = \log_2 8 = 3 бита$$

$$I = p_1 \cdot \log_2 \frac{1}{p_1} + p_2 \cdot \log_2 \frac{1}{p_2} + p_3 \cdot \log_2 \frac{1}{p_3} + p_4 \cdot \log_2 \frac{1}{p_4}$$

$$I = \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{1/4} + \frac{1}{2} \cdot \log_2 \frac{1}{1/2} + \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{1/8} + \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{1/8} =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \log_2 4 + \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 + \frac{1}{8} \cdot \log_2 8 + \frac{1}{8} \cdot \log_2 8 =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 3 = 1\frac{3}{4} = 1{,}75 (\text{бита})$$

Пример 3:

- **Пусть имеется текст, содержащий 1000 букв. Буквы встречаются в тексте:**

  о **– 90 раз**
  р **– 40 раз**
  ф **– 2 раза**
  а **– 200 раз**

  Какое количество информации несет буква в строке?

Пример 3: