

Исходные данные:

$$[\tau]=100\text{МПа}$$

$$[\sigma]=160\text{МПа}$$

Подобрать № двутавра-?

1. Определяем опорные реакции

$$\sum M_A = 0; \quad 11 \cdot 0,5 \cdot 0,25 - 100 \cdot 1 \cdot 4,8 + R_B \cdot 4,3 = 0$$

$$R_B = 111,3\text{кН}$$

$$\sum M_B = 0; \quad 11 \cdot 0,5 \cdot 4,55 - 100 \cdot 1 \cdot 0,5 - R_A \cdot 4,3 = 0$$

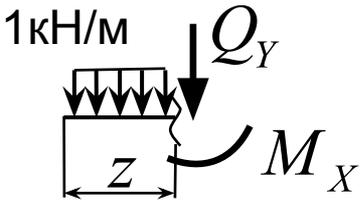
$$R_A = -5,8\text{кН}$$

Проверка: $\sum Y = 0; \quad -11 \cdot 0,5 - 5,8 - 100 \cdot 1 + 111,3 = 0$

2. Строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

I участок

$$0 \leq z < 0,5 \text{ м}$$



$$Q_y = 11 * z$$

$$z = 0 \quad Q_y = 0$$

$$z = 0,5 \quad Q_y = -5,5 \text{ кН}$$

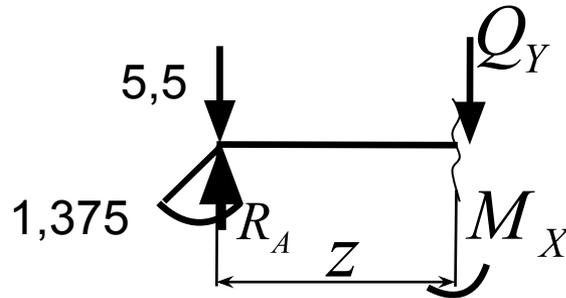
$$M_x = \frac{11 * z^2}{2}$$

$$z = 0 \quad M_x = 0$$

$$z = 0,5$$

$$M_x = -1,375 \text{ кН*м}$$

II участок $0 \leq z < 4,3 \text{ м}$



$$Q_y = -5,5 - 5,8 = -11,3 \text{ кН}$$

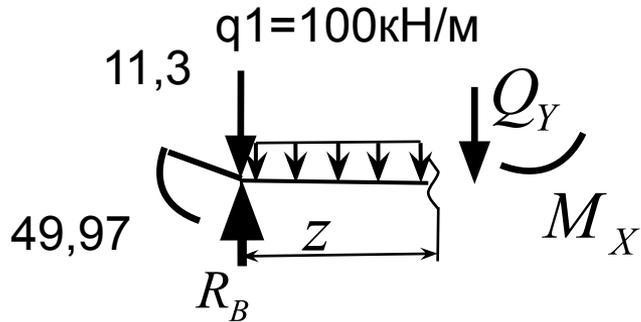
$$M_x = -1,375 - 11,3z$$

$$z = 0 \quad M_x = -1,375 \text{ кН*м}$$

$$z = 4,3 \quad M_x = -49,97 \text{ кН*м}$$

III участок

$$0 \leq z < 1,0 \text{ м}$$



$$Q_y = -11,3 + 111,3 - 100z$$

$$z = 0 \quad Q_y = 100 \text{ кН}$$

$$z = 1 \quad Q_y = 0$$

$$M_x = -49,97 + 100z - \frac{100 * z^2}{2}$$

$$z = 0 \quad M_x = -49,97 \text{ кН*м}$$

$$z = 1,0 \quad M_x = 0$$

3. Подбор сечения двутавра из условия прочности на изгиб

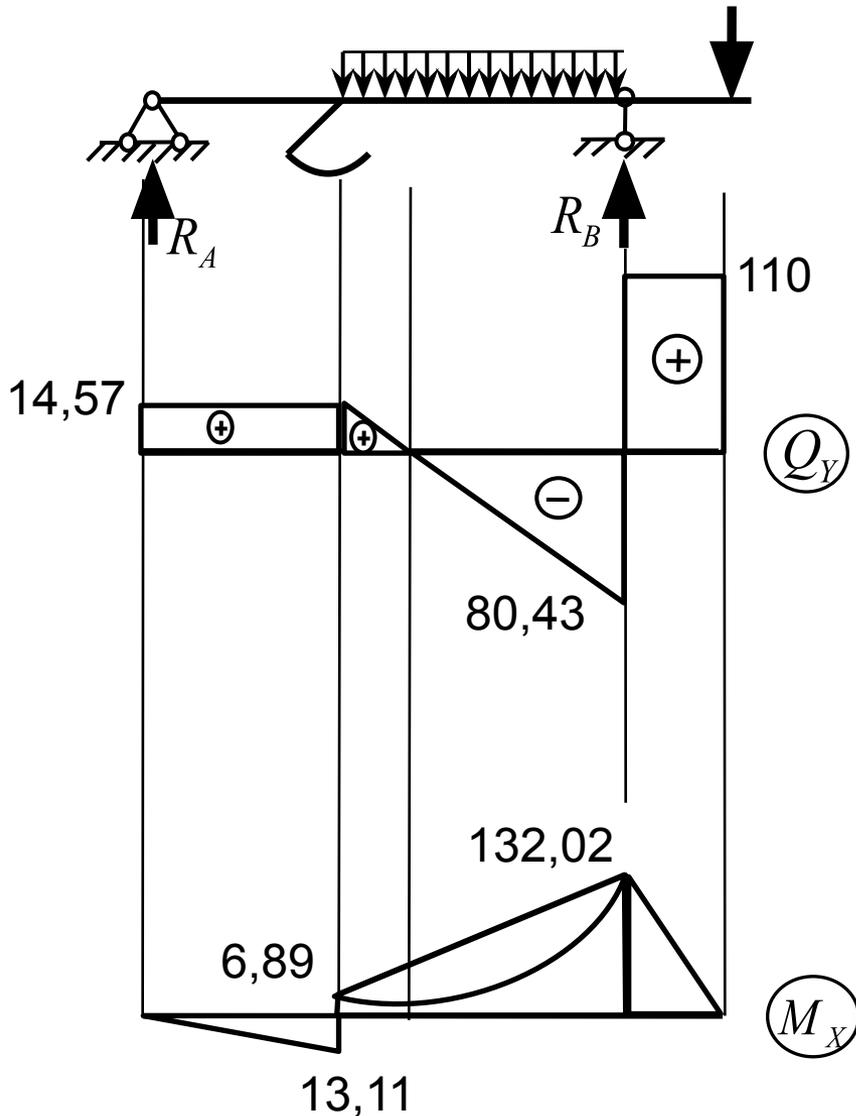
$$\sigma_{MAX} = \frac{M_X}{W_X} \leq [\sigma]$$

$$M_X(\max) = 132,02 \text{ кН*м}$$

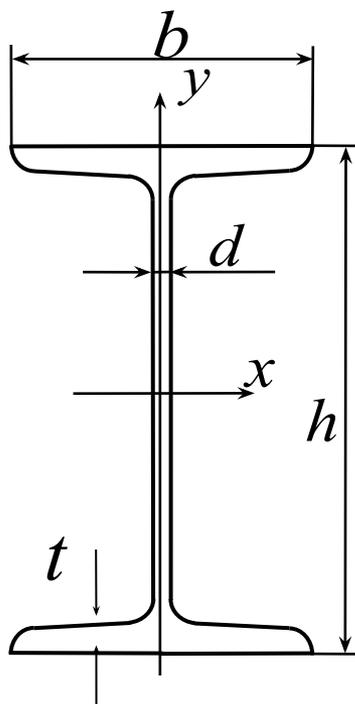
$$W_X = \frac{M_X}{[\sigma]} = \frac{132,02 * 10^3}{240 * 10^6} = 0,55 * 10^{-3} \text{ м}^3 = 550 \text{ см}^3$$

По сортаменту

$$\text{I} 33 \quad W_X = 597 \text{ см}^3$$



Из сортамента:



$$b=14\text{см} \quad d=0,7\text{см}$$

$$h=33\text{см} \quad S_x=339\text{ см}^3$$

$$J_x=9840\text{ см}^4 \quad t = 1,12\text{ см}$$

**Проверка прочности балки при
нормальных напряжениях**

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{132,02 \cdot 10^3}{597 \cdot 10^{-6}} = 221\text{МПа} < [\sigma] = 240\text{МПа}$$

**Проверка на действие
касательных напряжений**

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y^{\max} \cdot S_0}{J_x \cdot d} = \frac{110 \cdot 10^3 \cdot 339 \cdot 10^{-6}}{9840 \cdot 10^{-8} \cdot 0,7 \cdot 10^{-2}} = 54,1\text{МПа} < [\tau] = 100\text{МПа}$$

Проверка балки на действие главных напряжений

Опора В: $M_x=132,02\text{кН}\cdot\text{м}$ $Q_y=110\text{кН}$

Построение эпюры σ_Z :

Точка 1 $y_1 = h/2 = 16,5 \text{ см}$ $\sigma_{Z1} = \frac{M_X}{J_X} \cdot y_1 = \frac{132,02 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot 16,5 \cdot 10^{-2} = 221 \text{ МПа}$

Точка 2 $y_2 = h/2 - t = 15,38 \text{ см}$ $\sigma_{Z2} = \frac{M_X}{J_X} \cdot y_2 = \frac{132,02 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot 15,38 \cdot 10^{-2} = 206 \text{ МПа}$

Точка 3 $y_3 = y_2 = 15,38 \text{ см}$ $\sigma_{Z3} = \sigma_{Z2} = 206 \text{ МПа}$

Точка 4 $y_4 = (h/2 - t)/2 = 7,69 \text{ см}$ $\sigma_{Z4} = \frac{M_X}{J_X} \cdot y_4 = \frac{132,02 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot 7,69 \cdot 10^{-2} = 103 \text{ МПа}$

Точка 5 $y_5 = 0$ $\sigma_{Z5} = \frac{M_X}{W_X} \cdot y_5 = 0$

Построение эпюры τ :

Точка 1 $b_1=b=14\text{см}$ $S_{X1}^* = 0$ $\tau_1 = \frac{Q_Y \cdot S_{X1}^*}{J_X \cdot b} = \frac{110 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0}{0,14} = 0$

Точка 2 $b_2=b=14\text{см}$ $S_{X2}=b \cdot t \cdot (h/2-t/2)=14 \cdot 1,12 \cdot (33/2-1,12/2)=249,9 \text{ см}^3$

$$\tau_2 = \frac{110 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{249,9 \cdot 10^{-6}}{0,14} = 2,0 \text{ МПа}$$

Точка 3 $b_3=d=0,7\text{см}$ $S_{X3}^* = S_{X2}^*$

$$\tau_3 = \frac{110 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{249,9 \cdot 10^{-6}}{0,007} = 39,9 \text{ МПа}$$

Точка 4 $b_4=d=0,7\text{см}$ $S_{X4}^* = S_{X3}^* + (h/2-t) \cdot d \cdot ((h/2-t) \cdot 3/4) =$
 $= 249,9 + 15,38 \cdot 0,07 \cdot (15,38 \cdot 3/4) = 262,3 \text{ см}^3$

$$\tau_4 = \frac{110 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{262,3 \cdot 10^{-6}}{0,007} = 41,9 \text{ МПа}$$

Точка 5 $b_5=d=0,7\text{см}$ $S_{X5}^* = S_0 = 339 \text{ см}^3$

$$\tau_5 = \frac{110 \cdot 10^3}{9840 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{339 \cdot 10^{-6}}{0,007} = 54,1 \text{ МПа}$$

Построение эпюры τ_{MAX} :

Точка 1 $\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{(221/2)^2 + 0^2} = 110,5 \text{ МПа}$

Точка 2 $\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{(206/2)^2 + 2^2} = 103,0 \text{ МПа}$

Точка 3 $\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{(206/2)^2 + 39,9^2} = 110,5 \text{ МПа}$

Точка 4 $\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{103^2 + 41,9^2} = 66,4 \text{ МПа}$

Точка 5 $\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{0^2 + 54,1^2} = 54,1 \text{ МПа}$

Построение эпюры $\sigma_{\frac{MAX}{MIN}}$: $\sigma_{\frac{MAX}{MIN}} = \frac{\sigma}{2} \pm \tau_{MAX}, МПа$

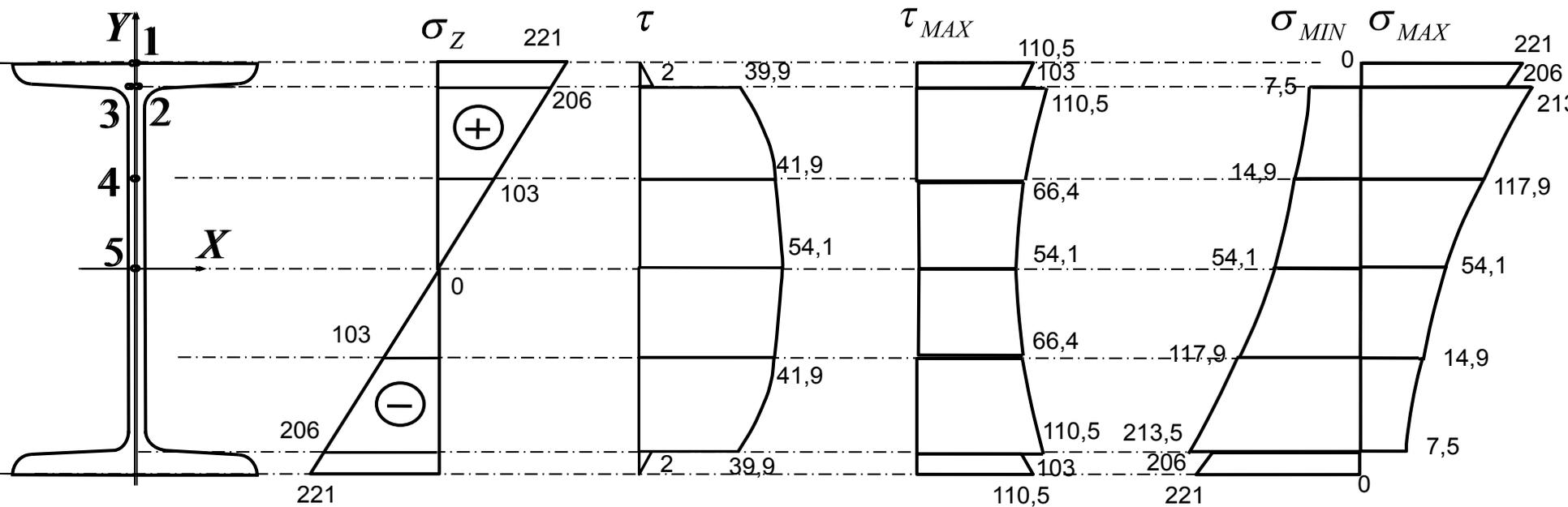
Точка 1 $\sigma_{\frac{MAX1}{MIN1}} = 110,5 \pm 110,5 МПа$ $\sigma_{MAX1} = 221 МПа$ $\sigma_{MIN1} = 0$

Точка 2 $\sigma_{\frac{MAX2}{MIN2}} = 103 \pm 103 МПа$ $\sigma_{MAX2} = 206 МПа$ $\sigma_{MIN2} = 0 МПа$

Точка 3 $\sigma_{\frac{MAX3}{MIN3}} = 103 \pm 110,5 МПа$ $\sigma_{MAX3} = 213,5 МПа$ $\sigma_{MIN3} = -7,5 МПа$

Точка 4 $\sigma_{\frac{MAX4}{MIN4}} = 51,5 \pm 66,4 МПа$ $\sigma_{MAX4} = 117,9 МПа$ $\sigma_{MIN4} = -14,9 МПа$

Точка 5 $\sigma_{\frac{MAX5}{MIN5}} = 0 \pm 54,1 МПа$ $\sigma_{MAX5} = 54,1 МПа$ $\sigma_{MIN5} = -54,1 МПа$

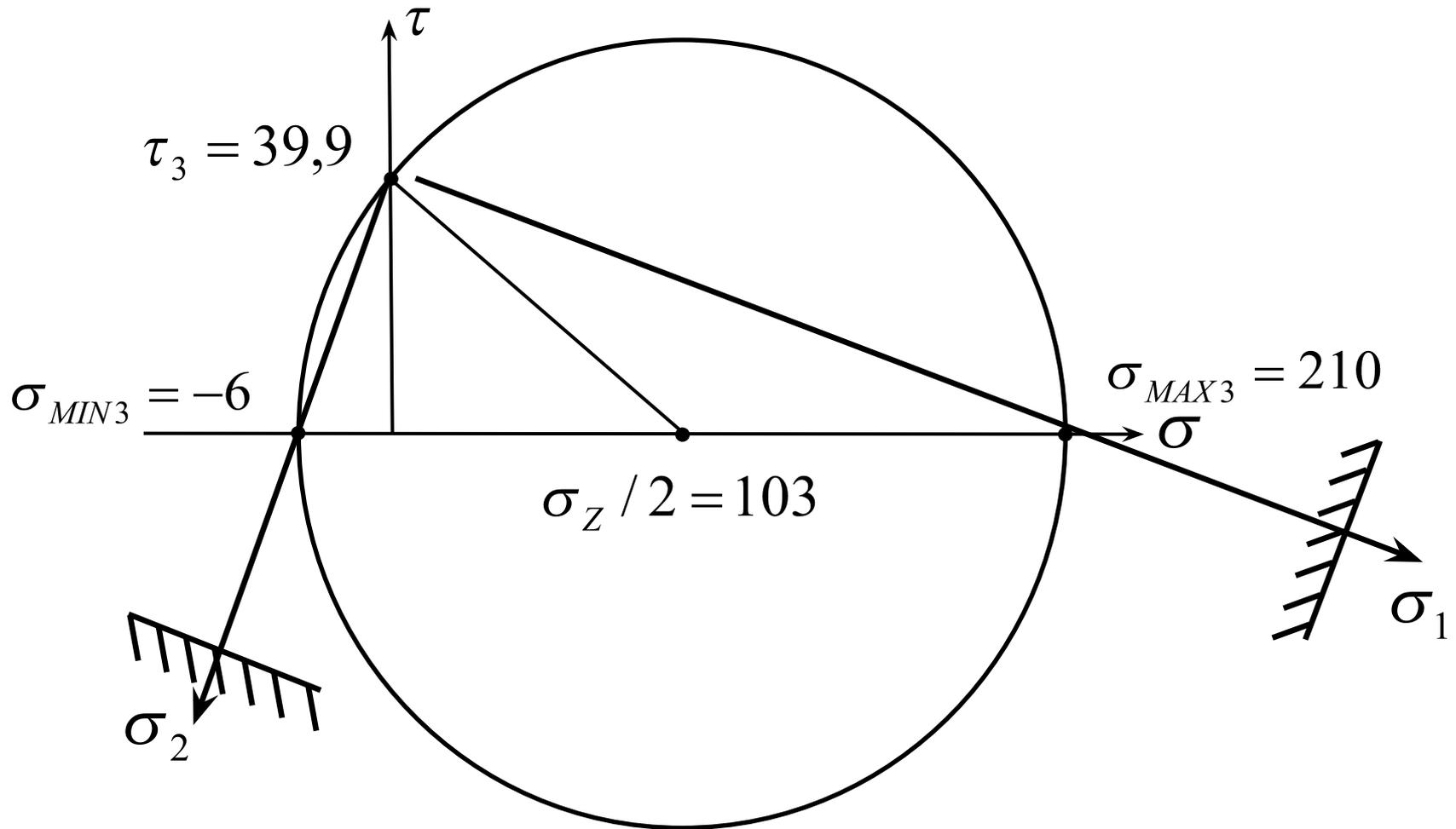


**Определение главных напряжений
главных площадок с помощью круга Мора**

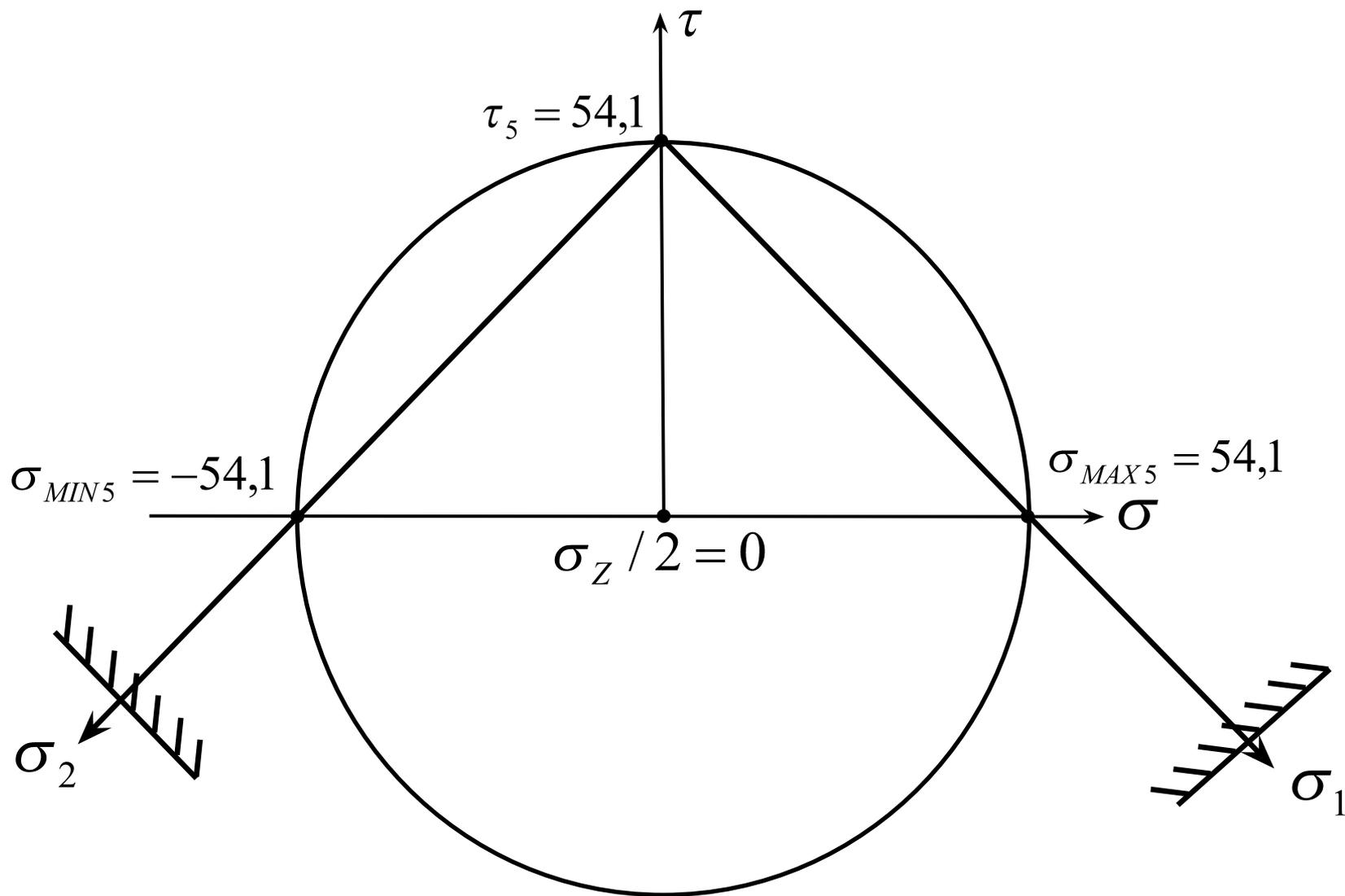
Точка 3

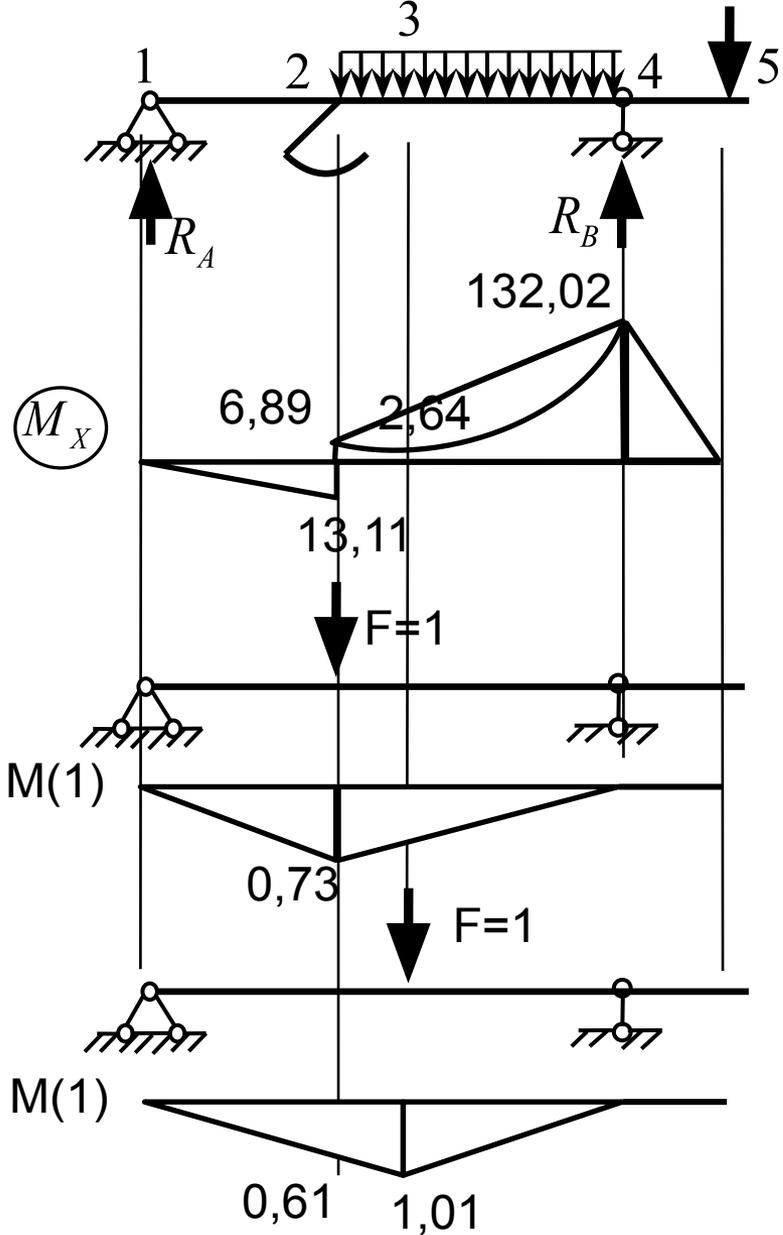
$$\sigma_{z3} = 206 \text{ МПа}$$

$$\tau_3 = 39,9 \text{ МПа}$$



Точка 5 $\sigma_z = 0$ $\tau_5 = 54,1 \text{ МПа}$





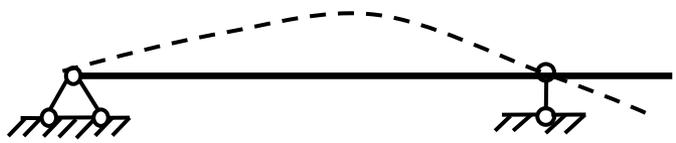
Прогобы

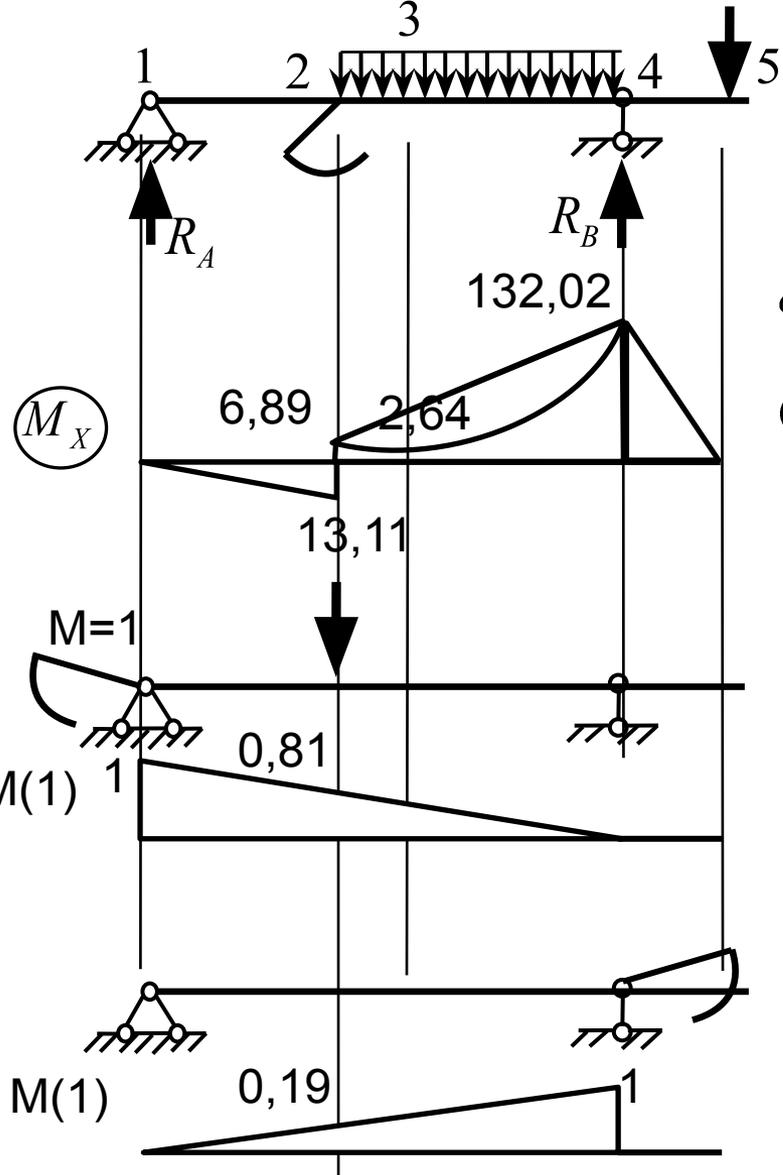
$$\delta_{C1} = \delta_{C4} = 0$$

$$\delta_{C2} = \frac{10^3}{2 * 10^{11} * 9840 * 10^{-8}} * \left(\frac{1}{2} * 13,11 * 0,9 * 2/3 * 0,73 + \frac{3,8}{6} * (-2 * 6,89 * 0,73 - 132,02 * 0,73) + \frac{25 * 3,8^3}{24} * 0,73 \right) = -0,0012M = -1,2$$

$$\delta_{C3} = \frac{10^3}{2 * 10^{11} * 9840 * 10^{-8}} * \left(\frac{1}{2} * 13,11 * 0,9 * 2/3 * 0,61 + \frac{0,58}{6} * (-2 * 6,89 * 1,01 - 2 * 2,64 * 0,61 - 6,89 * 1,01 - 2,64 * 0,61) + \frac{25 * 0,58^3}{24} * (0,61 + 1,01) + \frac{3,22}{6} * (-2 * 132,02 * 1,01 - 2,64 * 1,01) + \frac{25 * 3,22^3}{24} * 1,01 \right) = -0,0055M = -5,5mm$$

Характер изогнутой оси балки





Углы поворота

$$\varphi_{C1} = \frac{10^3}{2 * 10^{11} * 9840 * 10^{-8}} * \left(-\frac{1}{2} * 13,11 * 0,9 * (0,81 + 1/3 * 0,19) + \frac{3,8}{6} * (2 * 132,02 * 0,81 + 6,89 * 0,81) - \frac{25 * 3,8^3}{24} * 0,81 \right) = 0,0044 \text{ рад} = 0,25^\circ$$

$$\varphi_{C3} = \frac{10^3}{2 * 10^{11} * 9840 * 10^{-8}} * \left(-\frac{1}{2} * 13,11 * 0,9 * 2/3 * 0,19 + \frac{3,8}{6} * (2 * 6,89 * 1 + 2 * 132,02 * 0,19 + 6,89 * 0,19 + 132,02 * 1) - \frac{25 * 3,8^3}{24} * (0,19 + 1) \right) = 0,0029 \text{ рад} = 0,17^\circ$$