

Вектор электрической индукции $\mathbf{D}$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{div}(\varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho + \rho_\varepsilon \\ \rho_\varepsilon = -\operatorname{div}(\mathbf{p}) \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{div}(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p}) = \rho$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p}$$

– вектор *электрической индукции*

Вектор $\mathbf{D}$ – вспомогательный вектор, *не связанный* с каким-либо физическим объектом. С его помощью во многих случаях упрощается изучение поля в диэлектрике.

В общем случае диэлектрик изменяет не только величину, но и конфигурацию электрического поля.

Вектор электрической индукции $\mathbf{D}$

Теорема Гаусса для вектора $\mathbf{D}$

$$\operatorname{div}(\mathbf{D}) = \rho$$

– теорема Гаусса для вектора $\mathbf{D}$
(дифференциальная форма)

$$\Rightarrow \int \operatorname{div}(\mathbf{D}) dV = \int \rho dV \quad \left\{ \begin{array}{l} \int \operatorname{div}(\mathbf{D}) dV = \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} \\ \int \rho dV = q^{(i)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = q^{(i)}$$

– теорема Гаусса для вектора $\mathbf{D}$
(интегральная форма)

Вектор электрической индукции D

Связь между E и D

В случае диэлектриков, для которых

$$\mathbf{p} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \longrightarrow$$

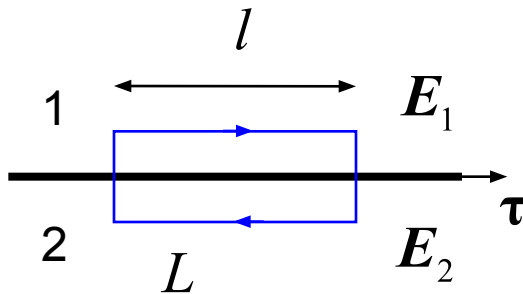
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{p} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi) \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$ – диэлектрическая проницаемость

Граничные условия

1 граничное условие



По теореме о циркуляции вектора $\mathbf{E}$

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{r} = 0$$

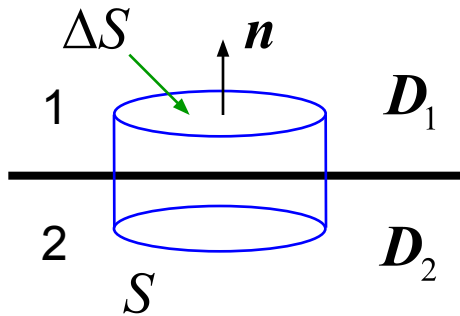
Стягиваем контур L к границе $\longrightarrow$

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{r} \rightarrow (E_{1\tau} - E_{2\tau})l \longrightarrow$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

Граничные условия

2 граничное условие



По теореме Гаусса для вектора $\mathbf{D}$
(на поверхности $\sigma = 0$)

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = 0$$

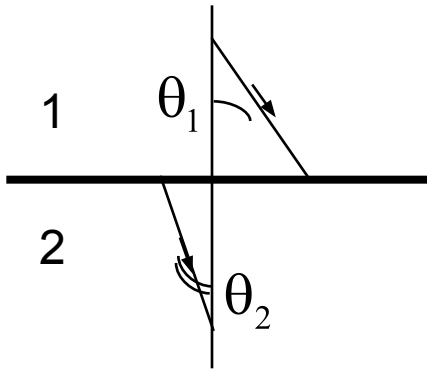
Стягиваем основания цилиндра S к границе $\longrightarrow$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} \rightarrow (D_{1n} - D_{2n})\Delta S \quad \longrightarrow$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

Граничные условия

Преломление линий E и D



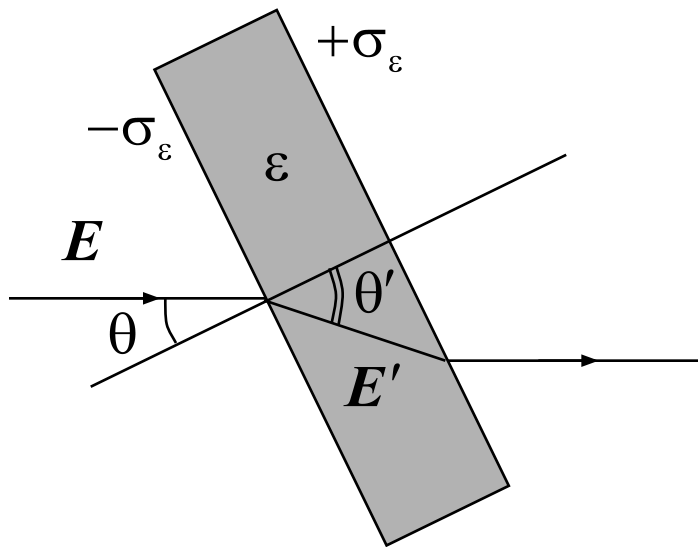
$$\left. \begin{aligned} E_{1\tau} &= E_{2\tau} \\ D_{1n} &= D_{2n} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 \sin \theta_1 &= E_2 \sin \theta_2 \\ \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 \cos \theta_1 &= \epsilon_0 \epsilon_2 E_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Граничные условия

Плоскопараллельная пластинка диэлектрика в электрическом поле



Согласно граничным условиям

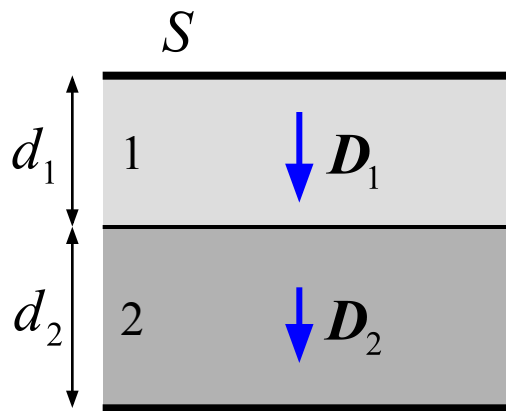
$$\left. \begin{aligned} E'_\tau &= E \sin \theta \\ D'_n &= D \cos \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} E'_\tau &= E \sin \theta \\ \epsilon \epsilon_0 E'_n &= \epsilon_0 E \cos \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$E' = \sqrt{E'^2_\tau + E'^2_n} = E \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta / \epsilon^2}$$

Граничные условия

Емкость “слоёного” конденсатора



1) Из граничного условия для $\mathbf{D}$

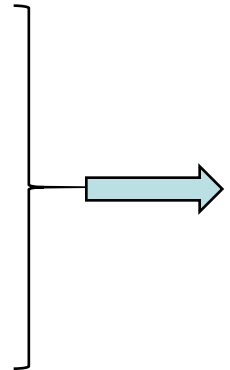
$$D_1 = D_2 = D$$

2) Из теоремы Гаусса для $\mathbf{D}$

$$D = \sigma = \frac{q}{S}$$

3) $U = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} d_1 + \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} d_2$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{d_1}{\epsilon_1 \epsilon_0 S} + \frac{d_2}{\epsilon_2 \epsilon_0 S} \quad \text{или}$$

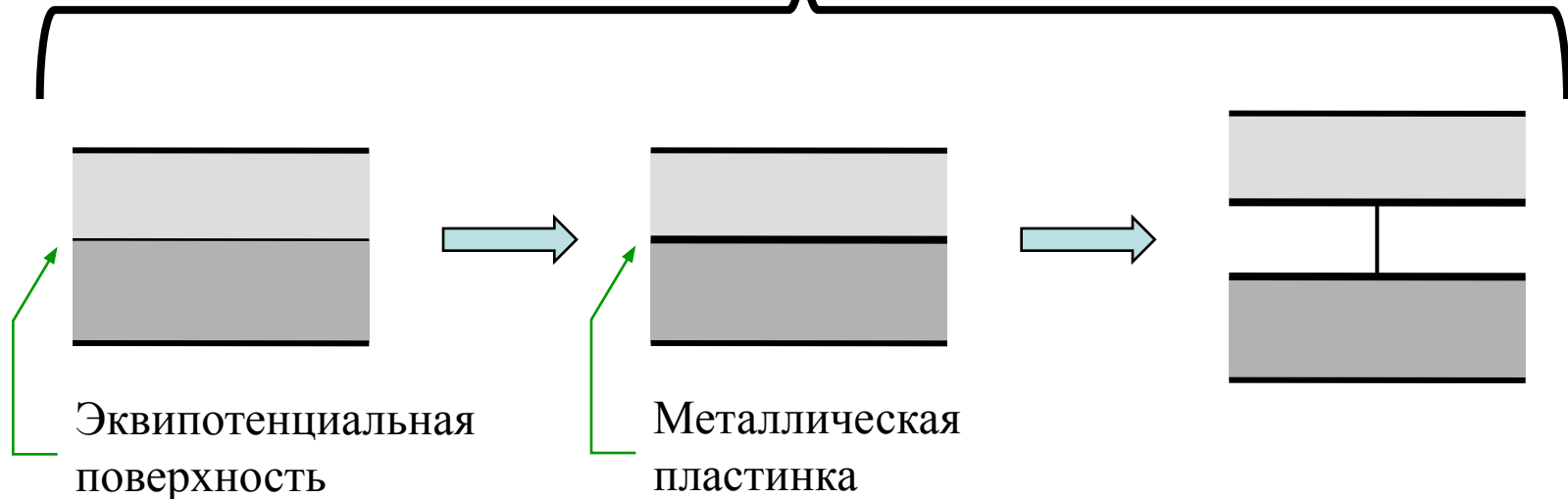


Электрическое поле в диэлектрике

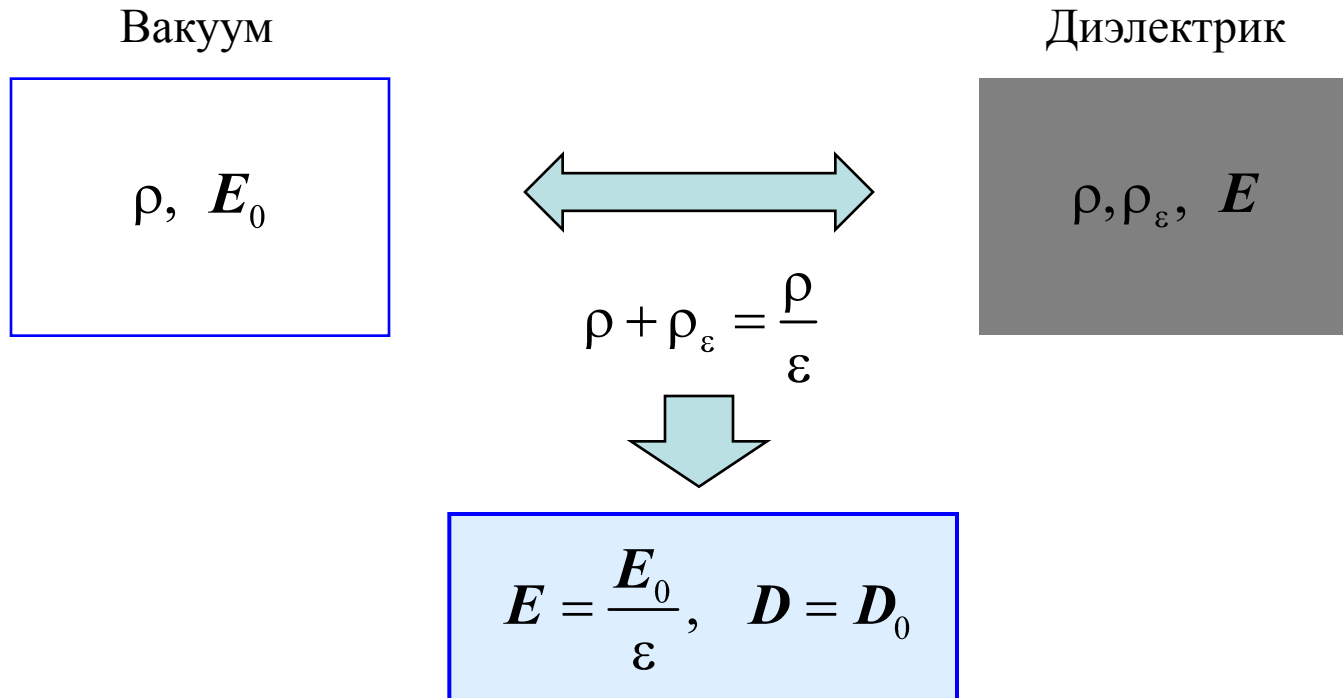
Граничные условия

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$
$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d_2}$$

Альтернативное решение:



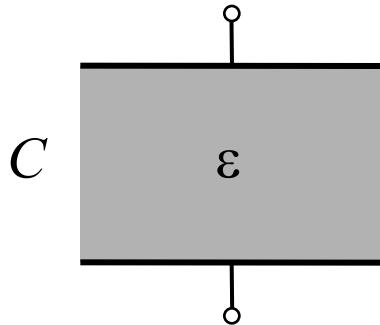
Поле в однородном изотропном диэлектрике



Следствие: $\varphi = \frac{\varphi_0}{\varepsilon}, \quad U = \frac{U_0}{\varepsilon}$

Поле в однородном изотропном диэлектрике

Емкость конденсатора, заполненного диэлектриком



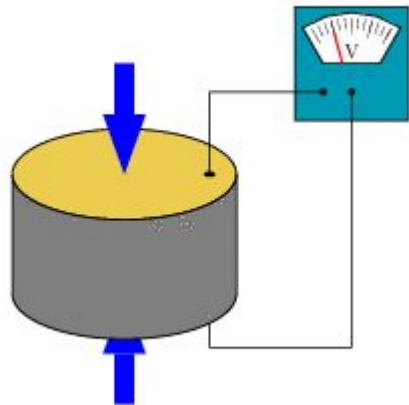
$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon q}{U_0} = \epsilon C_0$$

$$C = \epsilon C_0$$

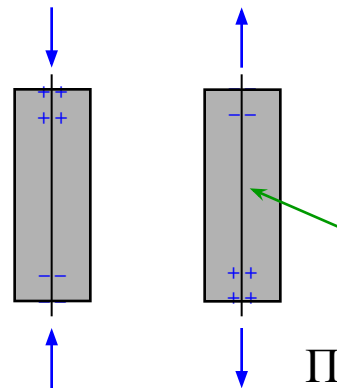
C_0 – емкость воздушного конденсатора

Пьезоэлектрики

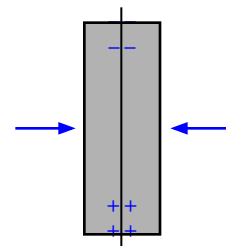
Пьезоэлектрики – кристаллы, на поверхности которых при деформациях возникают электрические заряды.



Продольный пьезоэффект



Поперечный пьезоэффект



Полярная ось

Применение: Пьезодатчики для измерения быстропеременных давлений; пьезодатчики в автоматике; кварцевые генераторы (кварцевые часы); звукосниматели; излучатели ультразвука для эхолокации и др.

Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектрики – полярные диэлектрики, спонтанно поляризованные в некотором интервале температур.

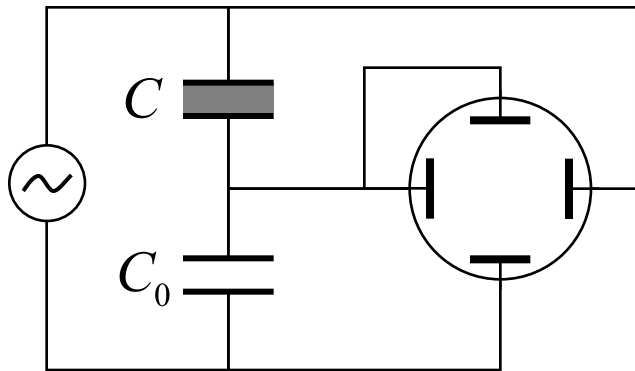
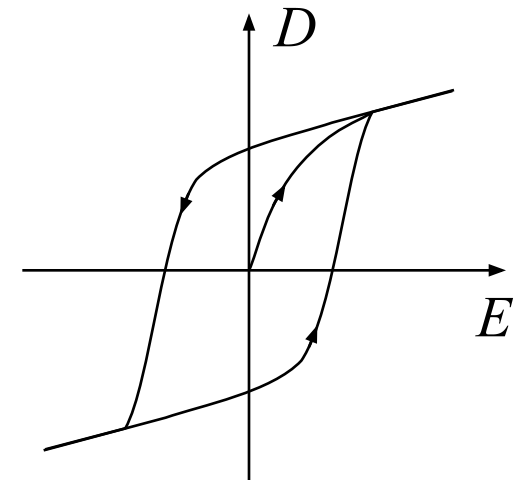


Схема установки для снятия
петли гистерезиса

$$U_x = U = Ed \propto E$$

$$U_y = U_0 = \frac{SD}{C_0} \propto D$$



Петля гистерезиса

Температура Кюри T_K – температура фазового перехода из состояния сегнетоэлектрика в состояние полярного диэлектрика