МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Э.БАУМАНА

ВЫСОКОТОЧНЫЕ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ

Лекция №3.2

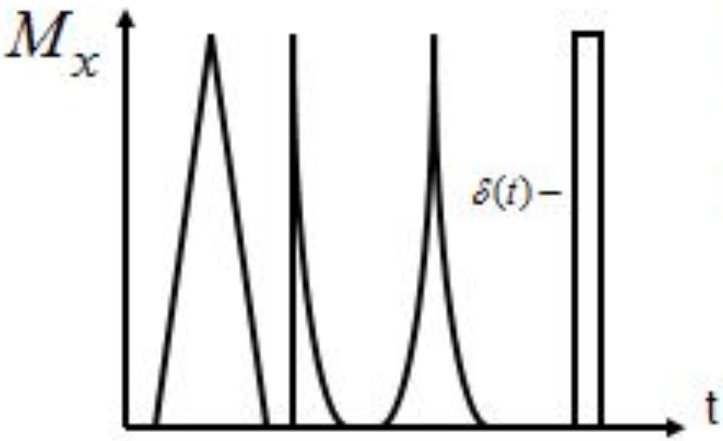
Движение 3-х степенного гироскопа под действием импульсного и гармонического моментов.

Движение трёхстепенного гироскопа под действием импульсного момента.

Приложим момент внешних сил в виде кратко временного импульса (удара) к внутренней рамке.

Такой момент представляют в виде импульсной функции

$$M_x = R_x \delta(t)$$



$\delta(t)$ – единичная импульсная функция

R_x – коэффициент, зависящий от величины приложенного момента и от времени его действия (площадь импульса)

$$R_x = M_x^{*} \Delta t$$

$$\alpha(p) = \frac{H}{AB} \cdot \frac{M_x(p)}{p(p^2 + \omega_H^2)} = \frac{H}{AB} \cdot \frac{R_x}{p(p^2 + \omega_H^2)}$$

$$\beta(p) = \frac{1}{B(p^2 + \omega_H^2)} M_x(p) = \frac{R_x}{B(p^2 + \omega_H^2)}$$

Поскольку в области изображений реакции трехстепенного гироскопа α (p) и β (p) на импульсные воздействия отличаются от соответствующих реакций на действие постоянного момента только соотношением p, то в области оригиналов это отличие соответствует дифференцированию, следовательно α (t) и β (t) при действии импульсного возмущения получаются из соответствующих выражений α(t) и β(t) при действии постоянного момента путем дифференцирования:

$$\alpha(t)=\frac{M_x^*}{H}\left(t-\frac{1}{\omega_H}\sin\omega_H t\right); \longrightarrow \alpha(t)=\frac{R_x}{H}\left(1-\cos\omega_H t\right);$$

$$\beta(t)=\frac{AM_x^*}{H^2}-\frac{AM_x^*}{H^2}\cos\omega_H t; \longrightarrow \beta(t)=\frac{R_x}{H}\sqrt{\frac{A}{B}}\sin\omega_H t;$$

$$\alpha(t)=\frac{M_\eta^*}{H^2/B}(1-\cos\omega_H t) \longrightarrow \alpha(t)=\frac{R_\eta}{H}\sqrt{\frac{A}{B}}(\sin\omega_H t)$$

$$\beta(t)=-\frac{M_\eta^*}{H}(t-\frac{1}{\omega_H}\sin\omega_H t) \longrightarrow \beta(t)=-\frac{R_\eta}{H}(1-\cos\omega_H t)$$

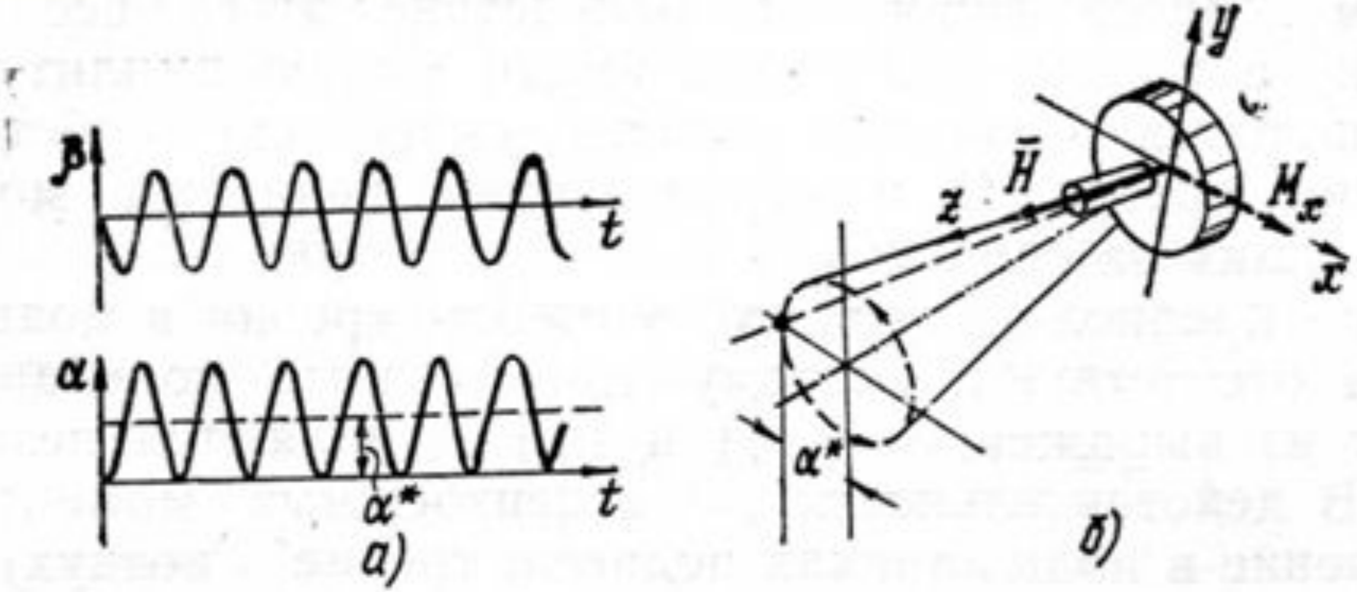


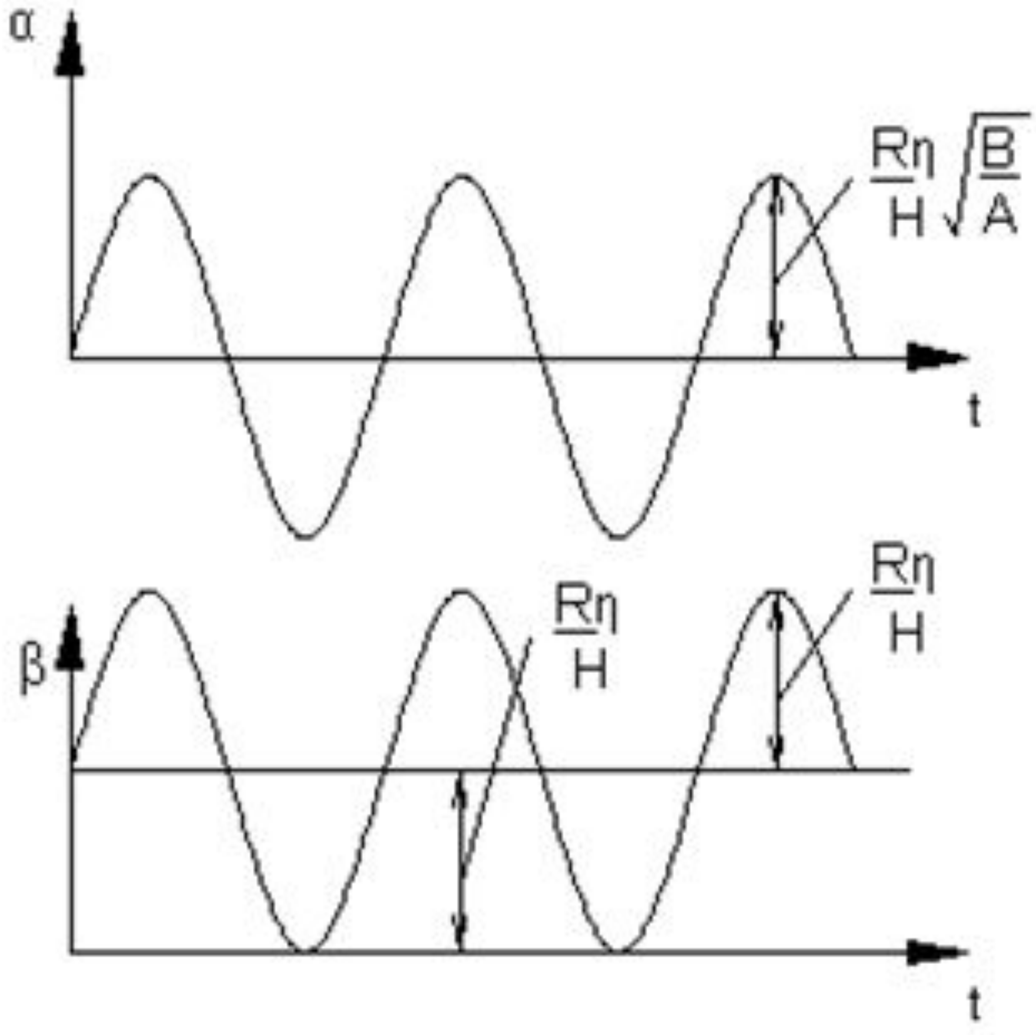
Рис. 4.2. Движение трехстепенного гироскопа при действии импульсного момента

Гироскоп совершает незатухающие нутационные колебания с частотой ω_H и амплитудами $\frac{R_\eta}{H}\sqrt{\frac{A}{B}}$ и $\frac{R_\eta}{H}$, причем центр колебаний смещен по углу α на величину $\alpha^* = \frac{R_\eta}{H}$. Амплитуда нутационных колебаний составляет доли угл. сек

Следовательно, можно считать, что при действии импульсов главная ось гироскопа практически не меняет своего направления в пространстве.

Это замечательное свойство устойчивости трехстепенного гироскопа к кратковременным возмущениям. Но иногда α^* учитывают и принимают меры к его уменьшению.

Действие импульсного момента относительно оси наружной рамки



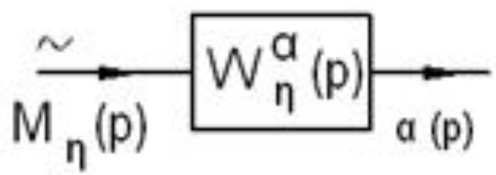
Движение трёхстепенного гироскопа под действием гармонического момента

$M_x(t) = M_0 \sin \omega t$ – гармонический момент относительно оси внутренней рамки

$M_\eta(t) = M_0 \sin \omega t$ – гармонический момент относительно оси наружной рамки

В рассматриваемой постановке задачи гироскоп будем считать линейной системой

Реакция любой линейной динамической системы на гармоническое воздействие – это совокупность собственных и вынужденных колебаний.



Т. к. система линейна, то после окончания переходного процесса на выходе устанавливаются колебания той же частоты, что и на входе; амплитуда и фаза определяются АЧХ и ФЧХ.

$$\alpha(t) = a_\eta^\alpha \sin(\omega t + \varphi_\eta^\alpha); \quad \beta(t) = a_\eta^\beta \sin(\omega t + \varphi_\eta^\beta)$$

Воспользуемся выражениями

$$\alpha(p) = \frac{1}{A(p^2+\omega_H^2)} M_\eta(p) + \frac{H}{AB} \cdot \frac{1}{p(p^2+\omega_H^2)} M_x(p)$$

$$\beta(p) = \frac{1}{B(p^2+\omega_H^2)} M_x(p) - \frac{H}{AB} \cdot \frac{1}{p(p^2+\omega_H^2)} M_\eta(p)$$

подставим $p = j\omega$ и найдем $a_\eta^\alpha(\omega);\ a_\eta^\beta(\omega);\ a_x^\alpha(\omega);\ a_x^\beta(\omega)$

$$a_\eta^\alpha(\omega) = \left|W_\eta^\alpha(j\omega)\right| a_m = \left|\frac{1/A}{-\omega^2+\omega_H^2}\right| a_m \qquad \varphi_\eta^\alpha(\omega) = \arg[W_\eta^\alpha(j\omega)] = arctg\frac{Q_\eta^\alpha}{P_\eta^\alpha}$$

$$a_\eta^\beta(\omega) = \left|W_\eta^\beta(j\omega)\right| a_m = \left|\frac{H/AB}{j\omega(-\omega^2+\omega_H^2)}\right| a_m$$

$$a_x^\alpha(\omega) = \left|W_x^\alpha(j\omega)\right| a_m = \left|\frac{H/AB}{j\omega(-\omega^2+\omega_H^2)}\right| a_m$$

$$a_x^\beta(\omega) = \left|W_x^\beta(j\omega)\right| a_m = \left|\frac{1/B}{-\omega^2+\omega_H^2}\right| a_m$$

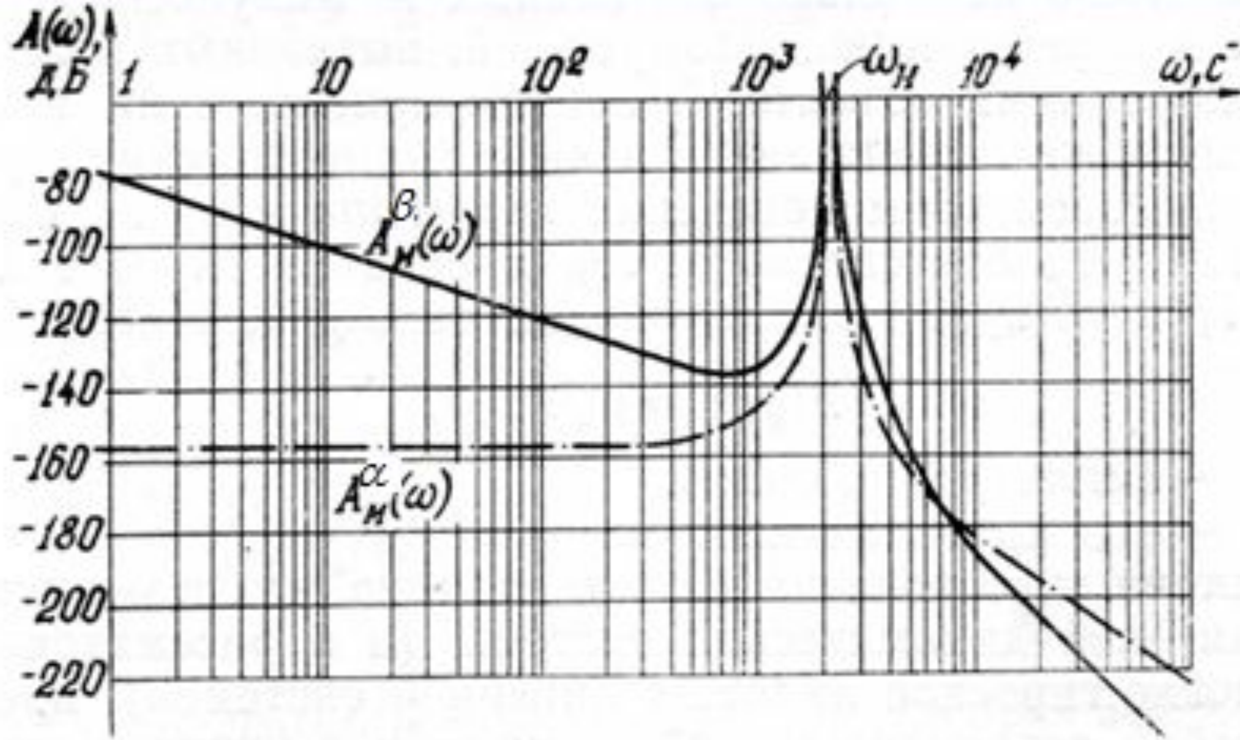


Рис. 4.3. Амплитудно-частотные характеристики трехстепенного гироскопа без затухания

Верхний график на низких частотах, соответствующий передаточной функции $W_{\eta}^{\beta}(p)$, свидетельствует о том, что для частот $\omega \ll \omega_H$ гироскоп представляет собой интегрирующее звено по отношению к внешнему моменту.

Вынужденные колебания Г являются его погрешностью, т.к. его главная ось при этом отклоняется от заданного направления. Для уменьшения этих погрешностей Необходимо ограничивать величину возмущающих моментов и выбирать H, A и B так, чтобы ω_H находилась вне диапазона частот возмущающих моментов.