# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

# Алгоритм решения уравнения $ax^2+bx+c=0$

1. Вычислить дискриминант D по формуле $D = b^2 - 4ac$.

2. Если $D < 0$, то квадратное уравнение не имеет корней.

3. Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет один корень:

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

4. Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}, \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}.$$

**Пример 4:** Решить уравнение:

$а)\ x^2+3x-5=0;$

$б)\ -9x^2+6x-1=0;$

$в)\ 2x^2-x+3,5=0;$

**Решение:**

$а)\ x^2+3x-5=0;$

$a=1,\ b=3,\ c=-5,$

$D=b^2-4ac=3^2-4\cdot1\cdot(-5)=9+20=29;$

$D>0:$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-3+\sqrt{29}}{2};\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-3-\sqrt{29}}{2}.$$

$б)\ -9x^2+6x-1=0;$

$9x^2-6x+1=0;$

$a=9,\ b=-6,\ c=1,$

$D=b^2-4ac=36-36=0;$

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2\cdot9}=\frac{1}{3}.$$

$9x^2-6x+1=(3x-1)^2;$

$(3x-1)^2=0;$

$3x-1=0;$

$$x=\frac{1}{3}.$$

# Пример 4: Решить уравнение:

$$в)\ 2x^2 - x + 3,5 = 0;$$

$$a = 2,\ b = -1,\ c = 3,5,$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3,5 = 1 - 28 = -27;$$

$$D < 0:$$

$$\boxed{\text{Уравнение корней не имеет}}$$

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$D = b^2 - 4ac < 0$ - *КОРНЕЙ НЕТ*

$D = b^2 - 4ac = 0$ $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$ - *ОДИН КОРЕНЬ*

$D = b^2 - 4ac > 0$ - *ДВА КОРНЯ*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Пример 5:** **Решить уравнение:**

$$а)\ \frac{2}{3}x^2+\frac{5}{6}x-\frac{7}{12}=0;$$

$$б)\ 3x^2-0,2x+2,77=0;$$

**Решение:**

$$а)\ \frac{2}{3}x^2+\frac{5}{6}x-\frac{7}{12}=0;$$

$$a=\frac{2}{3},\ b=\frac{5}{6},\ c=-\frac{7}{12},$$

$$12\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{6}x-\frac{7}{12}\right)=12\cdot 0;$$

$$8x^2+10x-7=0;$$

$$x_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{100+224}}{16}=\frac{-10\pm\sqrt{324}}{16}=\frac{-10\pm 18}{16};$$

$$x_1=\frac{-10+18}{16}=\frac{1}{2};\qquad x_2=\frac{-10-18}{16}=-\frac{7}{4}.$$

## Пример 5: Решить уравнение:

$$б)\ 3x^2 - 0,2x + 2,77 = 0;$$

$$a = 3,\ b = -0,2,\ c = 2,77,$$

$$300x^2 - 20x + 277 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 300 \cdot 277}}{2 \cdot 300}.$$

*Уравнение корней не имеет*

**Пример 6:** Решить уравнение $5x^2-2\sqrt{15}x+1=0.$

**Решение:**

$$a=5,\ b=-2\sqrt{15},\ c=1,$$

$$D=b^2-4ac=(-2\sqrt{15})^2-4\cdot5\cdot1=60-20=40\ >0$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{2\sqrt{15}+\sqrt{40}}{2\cdot5}=\frac{2\sqrt{15}+2\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{5}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{10}=$$

$$=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{5}.$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{40}}{2\cdot5}=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{5}.$$

**Пример 7:** Решить уравнение $x^2-(2p+1)x+(p^2+p-2)=0.$

**Решение:**

*Уравнение с параметром*

$$D=(2p+1)^2-4\cdot1\cdot(p^2+p-2)=(4p^2+4p+1)-(4p^2+4p-8)=9;$$

$$x_1=\frac{(2p+1)+\sqrt{9}}{2}=\frac{2p+1+3}{2}=\frac{2\left(p+2\right)}{2}=p+2;$$

$$x_2=\frac{(2p+1)-\sqrt{9}}{2}=\frac{2p+1-3}{2}=\frac{2(p-1)}{2}=p-1;$$

**Пример 8:** **Решить уравнение** $px^2+(1-p)x-1=0.$

**Решение:**

$p=0:$ $\quad 0\cdot x^2+(1-0)x-1=0;$

$x-1=0;$

$x=1;$

$$p\neq 0: \quad x_{1,2}=\frac{-(1-p)\pm\sqrt{(1-p)^2-4\cdot p\cdot(-1)}}{2p}=$$

$$=\frac{p-1\pm\sqrt{1-2p+p^2+4p}}{2p}=\frac{p-1\pm\sqrt{(p+1)^2}}{2p}=\frac{p-1\pm(p+1)}{2p};$$

$p=-1:$ $D=0$ $x_1=x_2=1;$

$$p\neq -1: \quad x_1=\frac{p-1+(p+1)}{2p}=\frac{2p}{2p}=1; \quad x_2=\frac{p-1-(p+1)}{2p}=\frac{-2}{2p}=-\frac{1}{p};$$

*если* $p=0$ *или* $p=-1$, *то* $x=1;$

*если* $p\neq 0$ *или* $p\neq -1$, *то* $x_1=1,\ x_2=-\dfrac{1}{p}.$