

Вот я перед вами стою. Я одна.

Вы ждете какого-то слова и знания

А может, забавы. Мол, мы поглядим,

Здесь львиная мощь или прыть обезьянья

Учитесь со мной, исправляйте со мной

Свои неудачи, просчеты, тревоги.

Ведь мы же не клоуны,

Но и не боги,

И к знаниям путь - это путь непростой.



Тема:
«Свойства
тригонометрических
функций»



Цель:

- знать основные тригонометрические тождества и уметь применять их при преобразовании тригонометрических выражений и решении уравнений;
- уметь распознавать графики тригонометрических функций;
- уметь находить множество значений тригонометрических функций;
- подготовка к краевой диагностической работе № 2.



Основные тригонометрические формулы:

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;
- $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$; $\operatorname{ctg}\alpha = \cos\alpha / \sin\alpha$;
- $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$;
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = 1 / \cos^2\alpha$; $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = 1 / \sin^2\alpha$;
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$;
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$;
- $\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha / (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)$

Решение тригонометрических уравнений:

- $\sin x = a$ ($0 \leq a \leq 1$) $\sin x = -a$ ($-1 \leq -a \leq 0$)
 $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$, $x = (1)^{n+1} \arcsin a + \pi n$,
 $n \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = a$ ($0 \leq a \leq 1$) $\cos x = -a$ ($-1 \leq -a \leq 0$)
 $x = \pm \arccos a + 2\pi n$, $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = a$ ($a \geq 0$) $\operatorname{tg} x = -a$ ($-a \leq 0$)
 $x = \operatorname{arctg} a + \pi n$, $x = -\operatorname{arctg} a + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x = a$ ($a \geq 0$) $\operatorname{ctg} x = -a$ ($-a \leq 0$)
 $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$, $x = -\operatorname{arcctg} a + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

УСТНО:

$$2\cos x = 1,$$

$$x = \pm(\pi/3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\sin x = \sqrt{3},$$

$$x = (-1)^n \pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3\operatorname{tg} x = \sqrt{3},$$

$$x = \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = \sqrt{3},$$

$$\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 2,$$

решений нет.

$$2\cos x = -1,$$

$$x = \pm(2\pi/3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\sin x = -1,$$

$$x = (-1)^{n+1} \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3\operatorname{tg} x = -\sqrt{3},$$

$$x = -\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = -1,$$

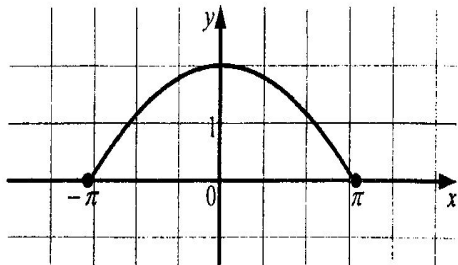
$$x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -4.$$

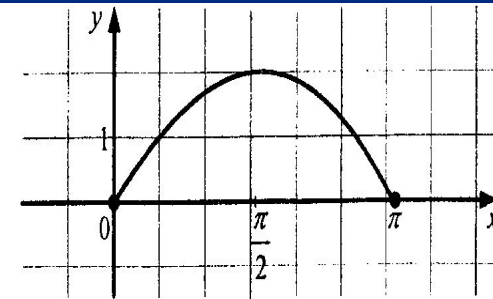
решений нет.

Распознавание графиков тригонометрических функций.

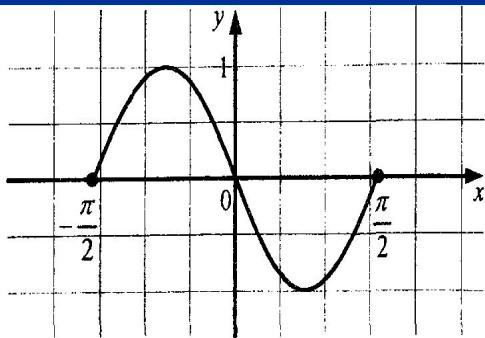
График какой функции изображен на рисунке?



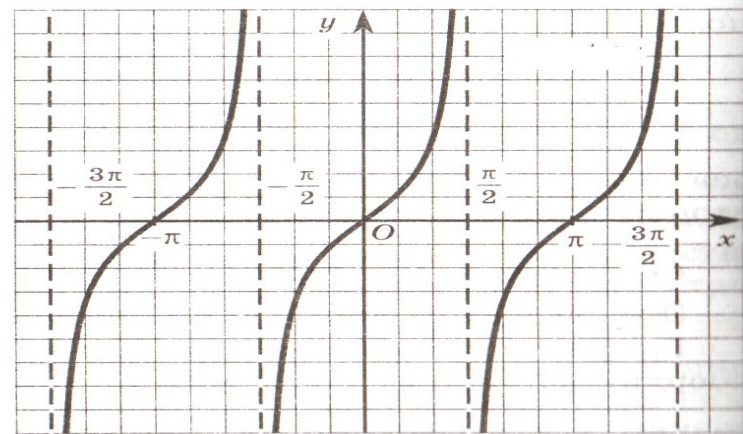
- 1) $y = \cos \frac{1}{2}x$ 2) $y = 2\cos x$ 3) $y = 2\cos \frac{1}{2}x$ 4) $y = \frac{1}{2}\cos 2x$



- 1) $y = 2\sin x$ 2) $y = 2\cos x$ 3) $y = \frac{1}{2}\sin x$ 4) $y = 2\sin \frac{1}{2}x$



- 1) $y = \sin \frac{1}{2}x$ 2) $y = -\sin 2x$ 3) $y = \sin 2x$ 4) $y = \cos \frac{1}{2}x$



Решите уравнения:

$$\underline{\text{tg}\left(\left(3\frac{\pi}{5}\right)x\right)=1;}$$

1) $15/4 + 30n, n \in \mathbb{Z}$

3) $5/12 + (5/3)n, n \in \mathbb{Z}$

3) $15/4 + 15n, n \in \mathbb{Z}$

4) $5/12 + (10/3)n, n \in \mathbb{Z}$

$$\underline{\sin(x/2)\cos(x/2)+1/4=0,}$$

1) $\pm(\pi/6) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $(-1)^{n+1}(\pi/6) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^{n+1}(\pi/6) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\pm(\pi/6) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Множество значений тригонометрических функций.

- $-1 \leq \sin x \leq 1$, $0 \leq |\sin x| \leq 1$, $0 \leq \sin^2 x \leq 1$,
- $-1 \leq \cos x \leq 1$, $0 \leq |\cos x| \leq 1$, $0 \leq \cos^2 x \leq 1$,
- $-\infty < \operatorname{tg} x < +\infty$, $0 \leq |\operatorname{tg} x| < +\infty$, $0 \leq \operatorname{tg}^2 x < +\infty$,
- $-\infty < \operatorname{ctg} x < +\infty$, $0 \leq |\operatorname{ctg} x| < +\infty$, $0 \leq \operatorname{ctg}^2 x < +\infty$.



Найдите множество значений функции:

- $y=3\cos 2x-5$, $y=(1/3) / \sin 7x / - (2/3)$,
- $y=(1/2) \operatorname{tg}^2 x-3$, $y=-2 / \operatorname{ctg} 3x / +4$,

Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + 2}$$

- Сколько целых значений имеет функция?

$$y = \frac{10}{3} \sqrt{13(\sin x + \cos x)^2 + 2}$$

Решите уравнения:

$$1) \sqrt{(3 \cos 3x - 4)^2} + \sqrt{\cos^2 3x - 4 \cos 3x + 4} = 4;$$

$$2) 6 \cdot |\operatorname{ctgx}| \sqrt{\sin^2 x} = 1 + \frac{1}{|\cos x|};$$

$$3) \frac{3}{2} \cdot \operatorname{ctgx} \cdot \sin 2x - 2 \sin^2 x = 8 \cos x - 5;$$

$$4) \cos x \cdot \left(\sqrt{\cos x - \frac{1}{2}} \right)^2 + \frac{3}{2} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} (\cos x + 1).$$

*Когда дела у нас не хороши
И день стоит ненастный и холодный,
Да будет нам звездою путеводной
Высокая настроенность души.*

*Раскиснуть не давай себе. Глуши
Все слабости. Топи их с камнем в воду!
Высокая настроенность души –
Вот то, что в мире делает погоду.*



Спасибо за урок!

