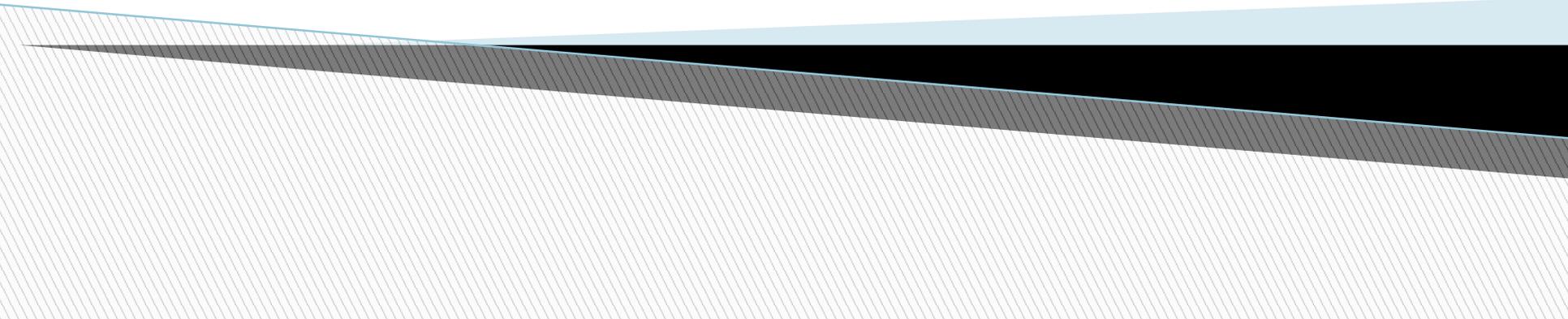


# **Игровые модели деятельности предприятия**



# Игровое моделирование

**Теория игр** – это раздел математики, предметом которого является анализ принятия оптимальных решений в условиях конфликта.

Теория игр является **формальным методом стратегического анализа и прогнозирования фирмы (или индивида) в ситуации, при которой его действия зависят от поведения конкурентов.**



# Стратегический выбор

Ключевыми элементами этой игры являются **стратегический выбор**, который делают фирмы-конкуренты, и **результаты** этого выбора. Реальный стратегический выбор может и должен осуществляться с учётом совокупности переменных факторов (инновации, уровень менеджмента, аппарат маркетинга, цены, выпуск, факторы макросреды и т.д.).



# Основная задача теории игр

- выработка рекомендаций по рациональному образу действий участников конфликта.

При этом строится упрощенная модель конфликта, называемая игрой.

Игра состоит из ряда действий – ходов.

Ход – это «решение игрока, исходя из комплекса его возможностей», выбор одного из предусматриваемых игрой вариантов действий.

Случайным ходом называют выбор из ряда возможностей не игроком, а каким-нибудь механизмом случайного выбора. Для каждого случайного хода определяют вероятность возможных исходов.

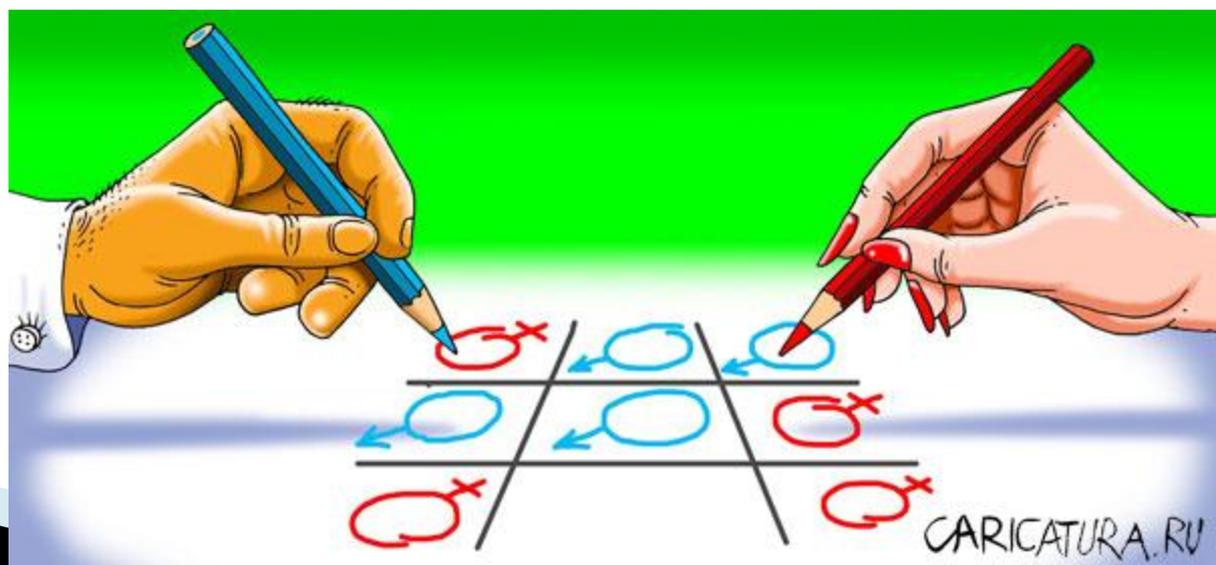
# Правила игры

определяют форму (вид) игры, а так же вероятности (распределение вероятностей) существующих случайных ходов, исход партии (тура) и игры в целом.

В каждой конечной точке задана функция полезности – функция выигрыша.

Стороны, участвующие в конфликте, называются игроками, а исход игры – выигрышем.

От реальной ситуации игра отличается тем, что ведется по строго определенным правилам.



# Решение игры

- это получение **оптимальных стратегий сторон и определение цены игры.**
- ▣ **Стратегией игрока** называют совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе этого игрока в зависимости от ситуации, сложившейся в течение игры.
- ▣ **или Стратегией** называют такой план действий каждой из сторон, когда на любое решение конкурентов (партнёров по игре) предусмотрен определённый ответ.
- ▣ **Оптимальной стратегией** игрока называют такую стратегию, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш (или минимально возможный средний проигрыш).
- ▣ При выборе оптимальной стратегии действует **предположение, что противник, по меньшей мере, так же разумен, как и сам игрок, и старается помешать игроку добиться его цели.**

# Для обеспечения возможности математического анализа игры

- ▣ **Сформулированы правила игры** (форма игры и перечень игроков). При этом форма игры может быть **экстенсивная** (последовательная) или **стратегическая** (одновременная). На практике не обязательно идентифицировать всех игроков, необходимо определить только наиболее важных.
- ▣ **Задана система условий**, регламентирующая:
  - ❖ Возможные варианты действий игроков, называемые **стратегиями** или **ходами**.
  - ❖ Объем информации каждой стороны о поведении другой стороны.
  - ❖ Результат (исход) игры, к которому приводит каждая данная совокупность ходов. (В последовательных играх – на основании информации о конкуренте фирма разрабатывает свой план действий, в стратегических играх фирмы действуют одновременно).

Для обеспечения математической обработки результатов игры задается

**функция выигрыша (полезности).**

Зависимость между набором стратегий и выигрышем  $i$ -го игрока называется функцией выигрыша этого игрока.

Для матричных игр может быть составлена платежная матрица – таблица, элементами которой является выигрыш (плата) одной стороны (игрока 1) другой (игроку 2), при условии, что первый игрок выбрал стратегию  $A_i$ , а вторая  $B_j$

# Классы игр

- По **количеству игроков** различают игры двух и  $n$  игроков.
- Если в игре сталкиваются интересы двух сторон, то игра называется **парной**
- Множественная игра с двумя постоянными коалициями обращается в парную.
- По **количеству стратегий** игры разделяют на конечные и бесконечные.
- Если в игре все игроки имеют конечное число возможных стратегий, то она называется **конечной**.
- Если же хотя бы один из игроков имеет бесконечное количество возможных стратегий, то игра называется **бесконечной**.

# Классы игр

По характеру взаимодействия:

- **Бескоалиционные**, когда игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции;
- **Коалиционные**, когда они могут вступать в коалиции, т .е. множество игроков, действующих совместно.
- Если все взаимодействующие на рынке стороны (фирмы, игроки и т.п.) понимают выгоду согласованных действий, **кооперации**, и до начала игры участники договариваются о своих стратегиях, то игра называется **кооперативной**.

По форме:

- Игра с последовательным выбором называется **экстенсивной**.
- **Стратегическая** игра предполагает одновременные действия игроков.

# Классы игр

По характеру выигрышей:

- Игра называется **игрой с нулевой суммой** (антагонистической), если в ходе игры размер вознаграждения не зависит от выбранной игроками стратегии и выигрыш одного соперника равновелик проигрышу другого, то есть сумма выигрышей равна нулю. В такой игре интересы противников прямо противоположны.
- В играх с **переменной (ненулевой) суммой** размер выигрыша меняется в зависимости от выбранной стратегии – фирмы могут и выигрывать и проигрывать одновременно. Появляющаяся определённая общность интересов игроков делает их не только соперниками, но и партнёрами.

# Классы игр

По виду функций выигрыша :

- **Матричная игра** - это антагонистическая игра, в которой оба игрока имеют конечные множества стратегий. Платежная функция в такой игре превращается в платежную матрицу.
- **Биматричная игра** - это конечная игра двух игроков с ненулевой суммой, в которой выигрыши каждого игрока задаются соответствующими игроку матрицами (в каждой матрице строка соответствует стратегии игрока 1, столбец - стратегии игрока 2, на пересечении строки и столбца в первой матрице находится выигрыш игрока 1, во второй матрице - выигрыш игрока 2.).
- **Непрерывной** считается игра, в которой функция выигрышей каждого игрока является непрерывной в зависимости от стратегий.
- Если функция выигрышей является выпуклой, то такая игра называется **выпуклой**.

# Нижняя цена игры

Пусть необходимо определить наилучшую среди стратегий  $A_1, A_2, \dots, A_m$  при условии, что рассматриваются только чистые стратегии.

Найдем минимальное из чисел  $h_{ij}$  в  $j$ -том столбце и обозначим его  $\alpha_j$ :

$$\alpha_j = \min_i h_{ij}$$

Осторожный игрок должен выбрать стратегию, для которой число  $\alpha_j$  максимально. Обозначим это максимальное значение  $\alpha$ :

$$\alpha = \max_j \alpha_j \quad \alpha = \max_j \min_i h_{ij}$$

Величина  $\alpha$  называется **нижней ценой игры**, максиминным выигрышем или **максимином**. Соответствующая стратегия называется **максиминной стратегией**.

# Верхняя цена игры

Выбирая стратегию  $A_i$ , надо рассчитывать, что противник ответит на нее той из стратегий  $B_j$ , для которой наш выигрыш минимален. Он стремится максимизировать свой выигрыш.

Поэтому будут выделены максимальные значения выигрыша по строкам:

$$\beta_j = \max_i h_{ij}$$

Затем ищут минимальное значение  $\beta_j$ :

$$\beta = \min_j \beta_j \quad \beta = \min_j \max_i h_{ij}$$

Величина  $\beta$  называется верхней ценой игры, иначе – минимаксным выигрышем или **минимаксом**. Соответствующая выигрышу  $\beta$  стратегия называется его **минимаксной стратегией**.

# Принцип минимакса

Принцип осторожности, диктующий игрокам выбор стратегий (максиминной или минимаксной), он является в теории игр основным принципом поведения игроков.

**Седловая точка в игре** имеет место тогда, когда наблюдается равенство нижней и верхней цены игры.

В платежной матрице существует элемент, являющийся одновременно минимальным в своей строке и максимальным в своем столбце. Такой элемент называют **седловой точкой**. Значение, соответствующее седловой точке, называют **чистой ценой игры**.

# Пример поиска седловой точки

- Пусть компания занимается процессом информатизации. Она ищет наилучшее для себя средство информационной поддержки. Было выявлено три варианта новой бизнес-структуры компании:  $BC_1$ ,  $BC_2$ ,  $BC_3$ . Каждый вариант может быть реализован за счет одного из трех конкретных информационных продуктов:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .
- Для простоты предположим, что требования, предъявляемые к компании, в случае выбора любого из трех вариантов его бизнес-структуры, одинаковы.
- Если первый вариант  $BC_1$  будет реализован с помощью первой ИС, то этот вариант предполагает наиболее оптимальный процесс внедрения и оценивается экспертами в 9 баллов. Этот же вариант при реализации его второй ИС оценивается в 8 баллов, а третьей – в 5. Вариант  $BC_2$  при реализации его с помощью первого информационного средства оценивается в 8 баллов, а при помощи второго и третьего одинаково – 7 баллов. Вариант  $BC_3$  предполагает соответственно оценки 7, 5 и 8.

# Пример поиска седловой точки

- Конфликтная ситуация возникает из-за того, что затраты на внедрение ИС и инжиниринг каждого проекта не одинаковы. Для простоты полагаем, что вариант, имеющий наибольшую оценку, является и самым дорогим.
- Группа внедрения (коллектив непосредственно занимающейся этой проблемой) должен представить руководству только один вариант. Конечно, они предпочли бы приобрести самое лучшее информационное средства и самым эффективным способом реализовать инжиниринг деятельности, но при этом понимают, что найдутся сторонники более дешевого варианта. Следовательно, задача группы внедрения состоит в поиске оптимального с точки зрения цены и эффективности инжиниринговой деятельности решения.

# Пример поиска седловой точки

В этом случае матрица игры будет следующей:

| Бизнес-структуры | Информационные системы |       |       |
|------------------|------------------------|-------|-------|
|                  | $I_1$                  | $I_2$ | $I_3$ |
| $BC_1$           | 9                      | 6     | 5     |
| $BC_2$           | 8                      | 7     | 7     |
| $BC_3$           | 7                      | 5     | 8     |

$$\alpha_1 = \min_j h_{1j} = 5, \quad \alpha_2 = \min_j h_{2j} = 7, \quad \alpha_3 = \min_j h_{3j} = 5, \quad \alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j h_{ij} = 7$$

$$\beta_1 = \max_i h_{i1} = 9, \quad \beta_2 = \max_i h_{i2} = 7, \quad \beta_3 = \max_i h_{i3} = 8, \quad \beta = \min_j \beta_j = \min_j \max_i h_{ij} = 7.$$

Седловая точка будет наблюдаться при  $\alpha = \beta = 7$ . Значит, будет предпочтен второй проект при реализации второй ИС, так как этот элемент является минимальным во второй строке и максимальным во втором столбце.

**Но не все матрицы имеют седловую точку!!!**

# Критерий Вальда

- «рассчитывай на худшее» (критерий крайнего пессимизма) называют критерий, предписывающий обеспечить значение параметра эффекта равным  $\alpha$ .

Этот критерий ориентирует ЛПР на наихудшие условия и рекомендует выбрать ту стратегию, для которой выигрыш минимален. В других, более благоприятных условиях использование этого критерия приводит к потере эффективности системы или операции.



# Критерий минимального риска Сэвиджа

При его использовании обеспечивается наименьшее значение максимальной величины риска:

$$S = \min_i \max_j r_{ij} \quad , \text{ где риск } r_{ij} \text{ определяется}$$

выражением:  $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$  , где  $\beta_j$  – максимально возможный выигрыш игрока при состоянии природы (или стратегии противника с номером  $j$ ), т.е.  $\beta_j = \max_i a_{ij}$

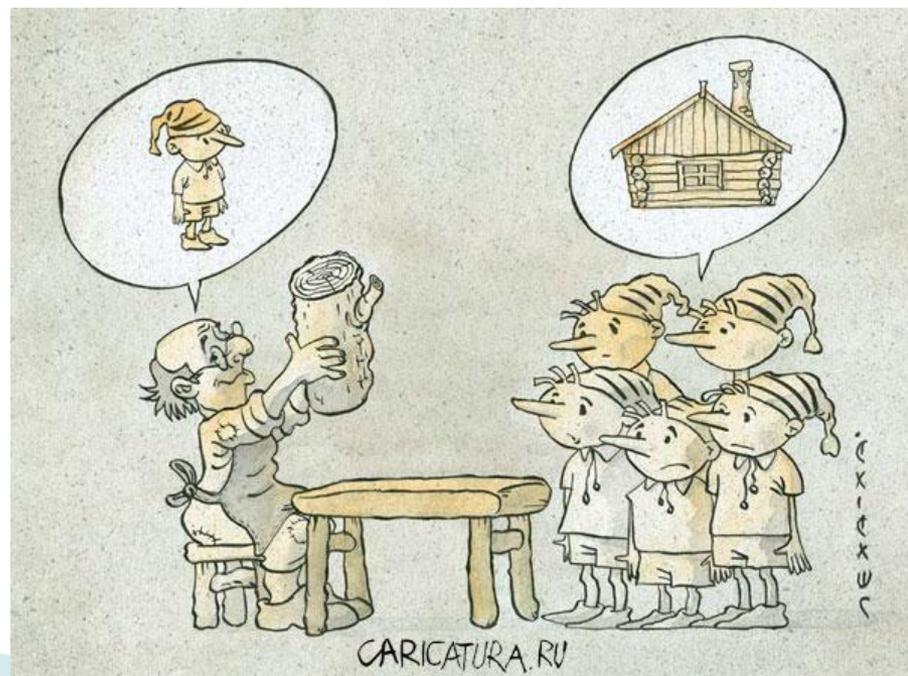
Критерий Сэвиджа, как и критерий Вальда, – это критерий критического пессимизма, но только пессимизм здесь проявляется в том, что минимизируется максимальная потеря в выигрыше, по сравнению с тем, чего можно было бы достичь в данных условиях.

# Критерий оптимизма-пессимизма Гурвица

Этот критерий рекомендует при выборе решения в условиях неопределенности не руководствоваться ни крайним пессимизмом, ни крайним оптимизмом. Рекомендуется некое среднее решение. Этот критерий имеет вид:

$$H = \max_i \left[ h \cdot \min_j a_{ij} + (1 - h) \cdot \max_j a_{ij} \right]$$

где  $h$  – некий коэффициент, выбираемый экспертно из интервала  $[0, 1]$ .



# Недостатки теории игр

- Не является бесспорным лежащее в основе теории игр предположение об осведомленности игроков (о ходах, альтернативах и т.д.) и возникают проблемы с ранжированием альтернатив.
  - Имеет место неопределенность, связанная с неполнотой (неточной, избыточной и т.д.) информации о конкуренте.
  - Теорию игр трудно применять при наличии множества ситуаций равновесия или множества этапов.
  - Если ситуация принятия стратегических решений очень сложна (наличие вступающих в игру в различные моменты времени игроков, изменения факторов макросреды, сложная реакция игроков), то игроки часто не могут выбрать лучшие для себя варианты.
  - Не все игроки действуют рационально (риск и азарт, просчеты и ошибки). Кроме этого, зачастую игроки имеют разное представление о рациональности.
  - Выигрыш искусственно сводится к одному к единственному числу (некоторый набор параметров эффекта: завоевание большей доли рынка, рост престижа марки и т.п.). Стратегия оптимальная по одному показателю необязательно будет оптимальной по остальным.
- 