

Презентация к курсу:
«Исследование операций»

Тема:
«Транспортная задача»

Выполнила:

студентка 5 курса,
факультета Математики,
Информатики, Физики
Группы И - 51
Ченцова Е.А.

Научный руководитель:

Астахова Н.А. к. п. н. , доцент

Формулировка транспортной задачи

- **Транспортная задача в общем виде** состоит в определении оптимального плана перевозок некоторого однородного груза из m пунктов отправления A_1, A_2, \dots, A_m в n пунктов назначения B_1, B_2, \dots, B_n
- В качестве критерия оптимальности можно взять минимальную стоимость перевозок всего груза, либо минимальное время его доставки.

- *Неизвестными транспортной задачи являются* объёмы перевозок от каждого i -го поставщика каждому j -му потребителю.
- *В транспортных задачах под поставщиками и потребителями* понимаются различные промышленные и сельскохозяйственные предприятия, заводы, фабрики, склады, магазины и т.д. Под стоимостью перевозок понимают тарифы, расстояния, время, расход топлива и т.п.

- Рассмотрим задачу с первым критерием (минимальная стоимость перевозок всего груза), обозначив:

C_{ij} - *тарифы перевозок* единицы груза из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения

a_i - *запасы груза* в пункте A_i

b_j - *потребности* в грузе пункта B_j

x_{ij} - *количество единиц груза*, перевозимого из i -го пункта в j -й пункт.

Исходные данные транспортной задачи записываются в виде таблицы

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	...	B_n	a_i
A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	a_2
...
A_m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	...	b_n	предложение спрос

Целевая функция имеет вид:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Система ограничений состоит из двух групп уравнений

- *Первая группа* из m уравнений описывает тот факт, что запасы всех поставщиков вывозятся полностью:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

- **Вторая группа** из n уравнений выражает требование полностью удовлетворить запросы всех n потребителей:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Кроме этого, переменные задачи должны быть неотрицательны:

$$x_{ij} \geq 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

Формулировка транспортной задачи такова:

Найти переменные задачи $X = (x_{ij}), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$
удовлетворяющие системе ограничений ,

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

а также условию неотрицательности переменных
и обеспечивающие минимум целевой функции

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Пример: Данные задачи представлены в следующей таблице. Составить математическую модель задачи.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	2	5	8	1	9
A_2	8	3	9	2	16
A_3	7	4	6	3	5
b_j	11	7	8	4	$\begin{matrix} 30 \\ 30 \end{matrix}$

Решение: Пусть x_{ij} - объемы перевозок груза от i -го поставщика – j -му потребителю. В таблице представлены затраты на перевозку единицы груза от поставщика – потребителю.

Целевая функция имеет вид :

$$Z = 2 \cdot x_{11} + 5 \cdot x_{12} + 8 \cdot x_{13} + x_{14} + 8 \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{22} + 9 \cdot x_{23} + \\ + 2 \cdot x_{24} + 7 \cdot x_{31} + 4 \cdot x_{32} + 6 \cdot x_{33} + 3 \cdot x_{34} \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 1) \quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 9 \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 16 \\ & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 5 \end{aligned}$$

$$\text{(Условие } \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & x_{11} + x_{21} + x_{31} = 11 \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7 \\ & x_{13} + x_{23} + x_{33} = 8 \\ & x_{14} + x_{24} + x_{34} = 4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{(Условие } \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \\ & j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

Опорный и оптимальный план транспортной задачи

- Всякое неотрицательное решение систем ограничений определяемое матрицей $X = (x_{ij})$, называют *опорным планом ТЗ*, а план при котором функция Z принимает минимальное значение - называется *оптимальным планом ТЗ*.

Необходимое и достаточное условие разрешимости транспортной задачи

- Если общее количество груза в пунктах отправления и общая потребность в нем в пунктах назначения совпадают, т.е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Модель такой задачи называется *закрытой*, в противном случае *открытой*.

Искусственные потребители и поставщики

- Если спрос меньше предложения, то необходимо вводить *искусственного потребителя* V_{n+1}
- Если спрос больше предложения, то необходимо вводить *искусственного поставщика* A_{m+1}

Используемая литература:

- Борзунова Т.Л., Барыкин М.П. , Данилов Е.А. Соловьева О.Ю. - Математическое моделирование: учебное пособие/ВолгГТУ, - Волгоград, 2008.
- Конюховский П.В. Математические методы исследования операций в экономике – СПб: Питер, 2000.