

# Скалярное произведение векторов

Геометрия 8 класс

**Скалярным произведением  
векторов**

$\bar{a}(a_1; a_2)$  и  $\bar{b}(b_1; b_2)$

**называется (п.98)**

**число**

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

Дано:

Найти:  $\bar{a}\bar{b}$ ,  $\bar{a}\bar{c}$ ,  $\bar{a}\bar{d}$ ,

\*  $\bar{a} (-2; 2)$

$\bar{a}\bar{e}$ ,  $\bar{d}\bar{c}$ ,  $\bar{e}\bar{e}$

\*  $\bar{b} (3; 9)$

\*  $\bar{c} (0; 7)$

$$\overline{a\bar{b}} =$$

\*  $\bar{d} (0; 0)$

\*  $\bar{e} (5; -4)$

Вывод:

\* Скалярное  
произведение  
векторов – число,  
а не вектор

# Угол между векторами

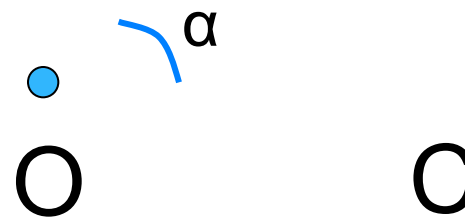
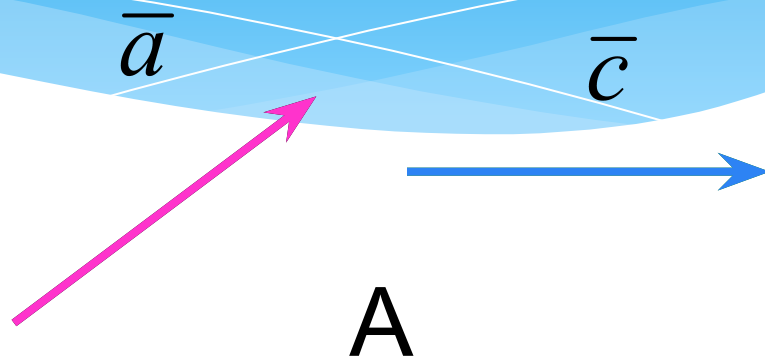
$\vec{a}$  и  $\vec{b}$  не являются  
сонаправленными

O – произвольная точка

$$\vec{OA} = \vec{a}, \quad O\vec{C} = \vec{c}$$

$$\angle AOC = \alpha$$

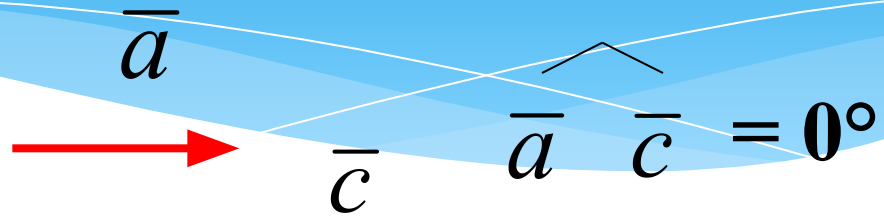
$$\widehat{\vec{a} \ \vec{c}} = \alpha$$



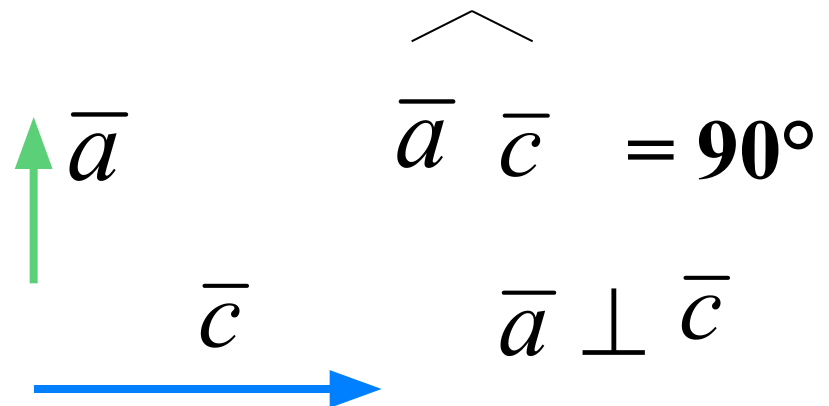
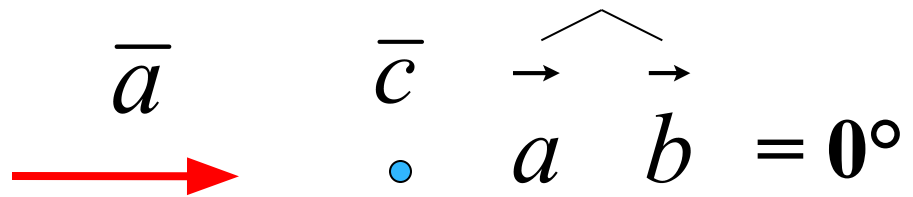
**Угол между  
векторами не  
зависит от выбора  
точки,  
от которой они  
откладываются**

# Угол между векторами

Если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  сонаправлены, в частности один из них или оба нулевые, то угол между векторами равен  $0^\circ$ .



\* Два вектора называются перпендикулярными, если угол между ними равен  $90^\circ$



# Найдите угол между векторами

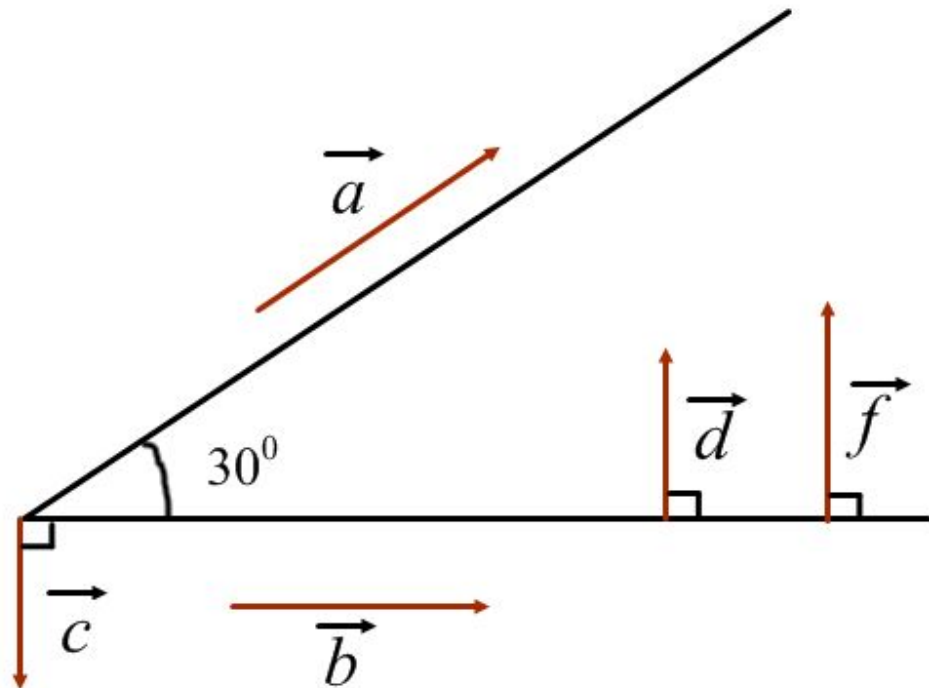
$$\widehat{a b}$$

$$\widehat{a c}$$

$$\widehat{c b}$$

$$\widehat{d f}$$

$$\widehat{d c}$$





# Скалярное произведение векторов (стр.137)

**Определение.** Скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos \widehat{(\bar{a}\bar{b})}$$

# Скалярное произведение векторов

Определение. Скалярным произведением векторов называется **произведение** их абсолютных величин на **косинус** угла между ними

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos(\widehat{\bar{a}\bar{b}})$$

Пример:

$$|\bar{a}| = 5, \quad |\bar{b}| = 8,$$

$\alpha$  – угол между векторами  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$      $\alpha = 45^\circ$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos \alpha$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = 5 \cdot 8 \cdot \cos 45^\circ = 40 \cdot (\cos 45^\circ) = 40 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$$

# Скалярное произведение векторов

Определение. Скалярным произведением векторов называется **произведение** их длин на **косинус угла** между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}})$$

Выразить косинус угла:

$$\cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

# Решаем задачу №29

# Необходимое и достаточное условие равенства нулю скалярного произведения

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю

тогда и только тогда

когда эти векторы перпендикулярны

$$1) \left. \begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \perp \bar{c} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$2) \left. \begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \cdot \bar{c} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{a} \perp \bar{c}$$

$$1) \left. \begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \perp \bar{c} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = |\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos(\widehat{\bar{a}\bar{c}})$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = |\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos 90^0$$

$$\cos 90^0 = 0$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$2) \left. \begin{array}{l} \bar{a} \neq \bar{0} \\ \bar{c} \neq \bar{0} \\ \bar{a} \cdot \bar{c} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{a} \perp \bar{c}$$

$$\bar{a} \cdot \bar{c} = 0$$

$$|\bar{a}| \cdot |\bar{c}| \cos(\widehat{\bar{a}\bar{c}}) = 0$$

$$\bar{a} \neq \bar{0} \Rightarrow |\bar{a}| \neq 0; \bar{c} \neq \bar{0} \Rightarrow |\bar{c}| \neq 0$$

$$\cos(\widehat{\bar{a}\bar{c}}) = 0 \Rightarrow \widehat{\bar{a}\bar{c}} = 90^0$$

$$\bar{a} \perp \bar{c}$$

# Скалярный квадрат

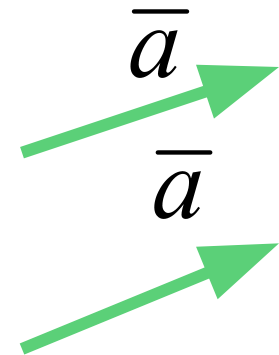
Скалярным квадратом вектора  $\vec{a}$   
называется

скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{a}$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos(\widehat{\vec{a}\vec{a}})$$

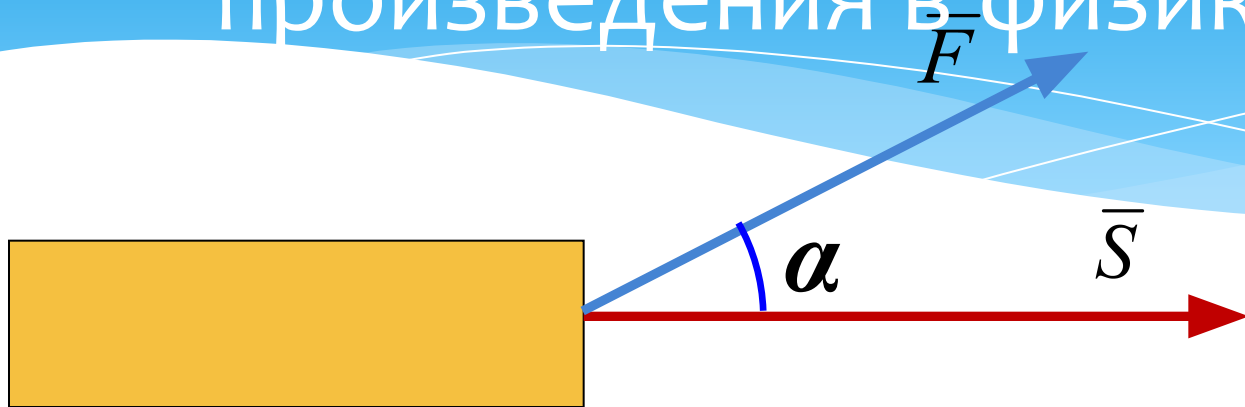
$$\cos(\widehat{\vec{a}\vec{a}}) = \cos 0^\circ = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$



Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

# Применение скалярного произведения в физике



Если  $(\overline{FS}) = \alpha$ , то

$$A = |\overline{F}| \cdot |\overline{S}| \cdot \cos \alpha$$

*Скалярное произведение векторов.*



# Самое главное

- \* Скалярным произведением векторов называется **произведение** их **длин** на **косинус** угла между ними
- \* Скалярное произведение **ненулевых** векторов **равно нулю** **тогда и только тогда** когда эти векторы **перпендикулярны**
- \* Скалярное произведение вектора самого на себя называется **скалярным квадратом** вектора
- \* Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

# Домашнее задание

\* П.98 № 32, 35