

Микроэкономика (продвинутый уровень)

Симонова Виктория Львовна
simonova4@yandex.ru

Литература

- [Борисов, И. А.](#) Микроэкономика (продвинутый уровень) [Текст] : учеб. пособие / И. А. Борисов, А. А. Илюхин. - Екатеринбург : [Издательство УрГЭУ], 2014. - 71 с.
- [Курс микроэкономики.: Учебник / Р.М. Нуреев. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Норма: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 624 с.](#)
- [Микроэкономика. Продвинутый уровень: Учебник / Ю.Н. Черемных; Московский Госуд. Универ. им. М.В.Ломоносова \(МГУ\). - М.: ИНФРА-М, 2011. - 844 с.](#)
- Розанова Н. М. Микроэкономика. Задачи и упражнения. Учебное пособие. М.: Юнити-Дана, 2012. 560 с.

Теория потребительского выбора

Рациональный потребитель стремится найти и выбрать ту из доступных ему альтернатив, которая является наиболее предпочтительной с точки зрения его личных вкусов

Объект выбора – потребительские наборы

- $x = (x_1, \dots, x_n)$, $x_i \geq 0$ - количество i -того блага в наборе.

$$x \in X$$

X–множество допустимых (физически возможных) потребительских наборов или потребительское множество.

- **Простая задача выбора:** потребительский набор состоит из двух товаров и пусть x_1 обозначает количество одного товара, а x_2 — количество другого.

$$x = (x_1, x_2),$$

Потребитель наделен *предпочтениями* на множестве X .

•

Нестрогое предпочтение $A \succeq B$

«Набор A для потребителя не хуже, чем набор B » или
«потребитель *нестрого предпочитает* набор A набору B »

Строгое предпочтение $A \succ B$

«Набор A для потребителя строго лучше, чем набор B »
или «потребитель *строго предпочитает* набор A набору B »

Безразлично $A \sim B$

«Потребитель безразличен между наборам A и B » или
«наборы A и B *равноценны (эквивалентны)* для
потребителя»

Аксиомы потребительского выбора формализуют точку зрения, согласно которой потребитель способен делать выбор и что этот выбор является в известном смысле *непротиворечивым*.

1. Аксиома полной упорядоченности

$$\forall A, B \in X$$

либо $A \succ B$

либо $B \succ A$

либо $A \sim B$

! потребитель способен выбрать один из двух любых заданных наборов.

2. Аксиома транзитивности.

$$\forall A, B, C \in X$$

Если $A \succeq B$ и $B \succeq C$, то $A \succeq C$

! требование *непротиворечивости* потребительского выбора.

(1) и (2): потребитель может полностью упорядочить любое конечное число элементов потребительского множества X от наилучшего к наихудшему, причем некоторые элементы могут оказаться эквивалентными друг другу.

3. Непрерывность

в сколь угодно малой окрестности любого набора найдется набор, равноценный ему.

$$\forall A \in X$$

$$A \sim B$$

!Аксиома непрерывности гарантирует невозможность резких изменений предпочтений на противоположные.

Обеспечивает существование непрерывной функции полезности.

4. Монотонность предпочтений

Предпочтения монотонны, если $\forall A, B \in X$, таких, что $x_i^A \geq x_i^B, i, \dots, n$,

$$A \succeq B$$

Предпочтения строго монотонны, если $\forall A, B \in X$, таких, что $x_i^A > x_i^B, i, \dots, n$,

$$A \succ B$$

! Свойство строгой монотонности предполагает локальную ненасыщаемость

5. Выпуклость.

Предпочтения строго выпуклы, если $\forall A, B, C \in X$, таких, что

$$A \sim B; C = \alpha A + (1 - \alpha)B, \forall \alpha \in (0,1)$$

$$C \succ B, C \succ A$$

Предпочтения выпуклы, если $\forall A, B, C \in X$, таких, что

$$A \sim B; C = \alpha A + (1 - \alpha)B, \forall \alpha \in (0,1)$$

$$C \succeq B, C \succeq A$$

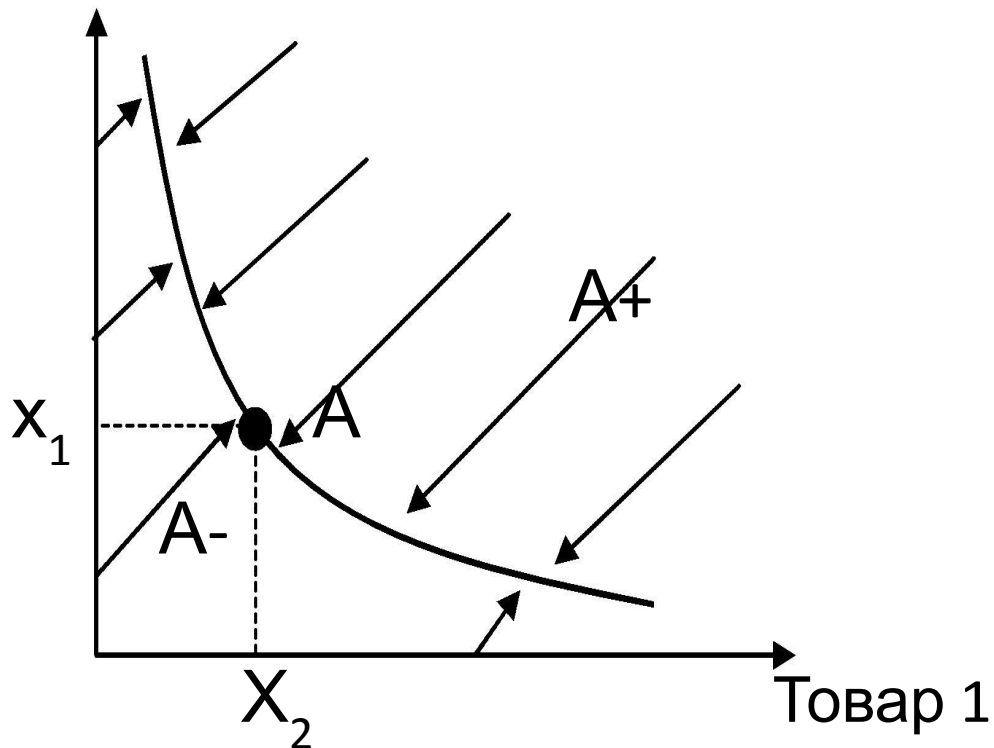
Если предпочтения потребителя выпуклые он будет склонен комбинировать блага в наборе. Если предпочтения вогнутые, то потребитель будет специализироваться на одном из благ.

! Смысл сводится к тому, чтобы запретить потребителю впадать в крайности: аксиома требует, чтобы любой относительно сбалансированный набор был для потребителя не хуже экстремальных наборов

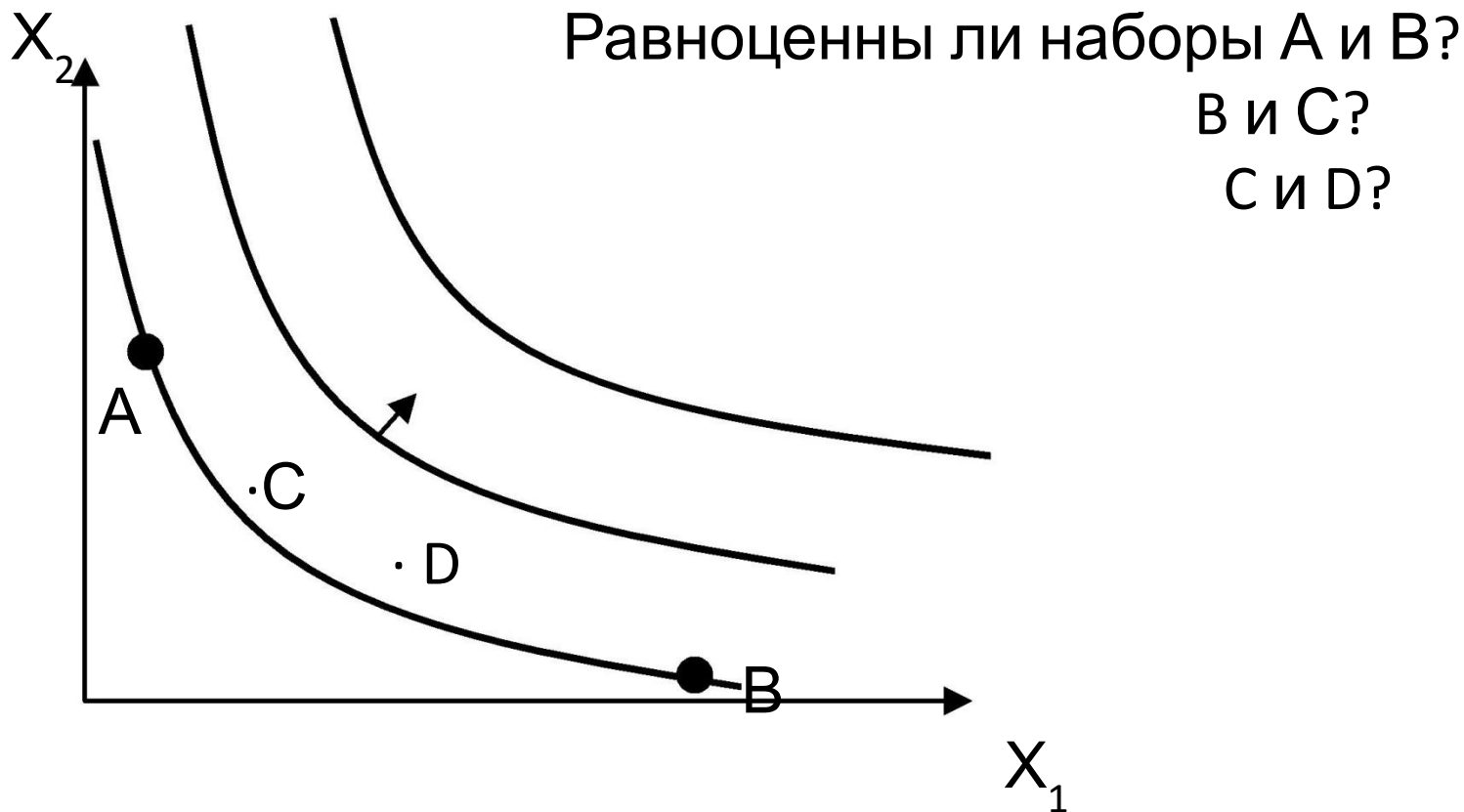
Графическая иллюстрация предпочтений

«Кривая безразличия» - множество эквивалентных друг другу потребительских наборов

Товар 2



Карта кривых безразличия - это семейство упорядоченных кривых безразличия, которое графически описывает индивидуальные предпочтения потребителя и процесс роста полезности для индивида по мере увеличения потребления им двух благ



Графическая иллюстрация свойств предпочтений

Полнота: через любую точку множества X можно провести кривую безразличия.

Транзитивность: кривые безразличия не могут пересекаться

Доказательство методом обратного:

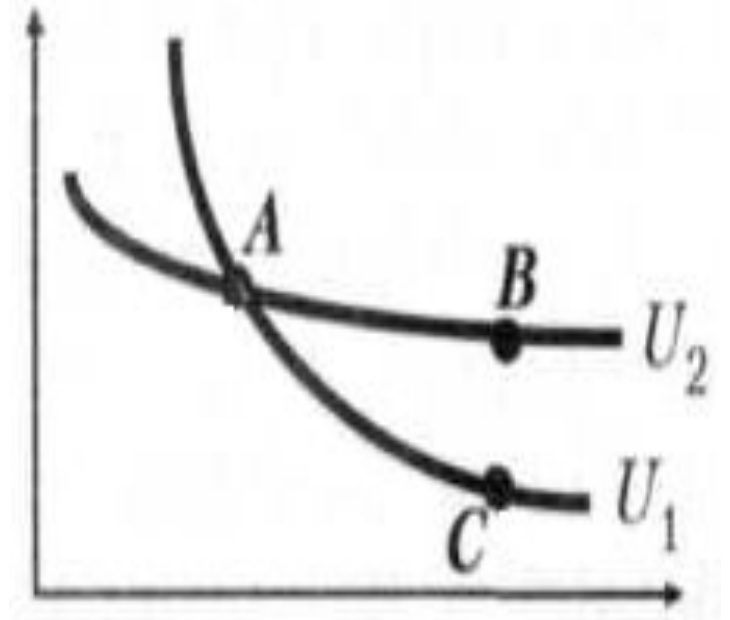
$B \in U_1$, $C \in U_2$, $A \in U_1$ и U_2

$B \in U_1$ и $A \in U_1 \Rightarrow A \sim B$

$C \in U_2$ и $A \in U_2 \Rightarrow A \sim C$

В силу транзитивности, $B \sim C$ – но это означает, что U_1 и U_2 – это что одна и та же кривая безразличия.

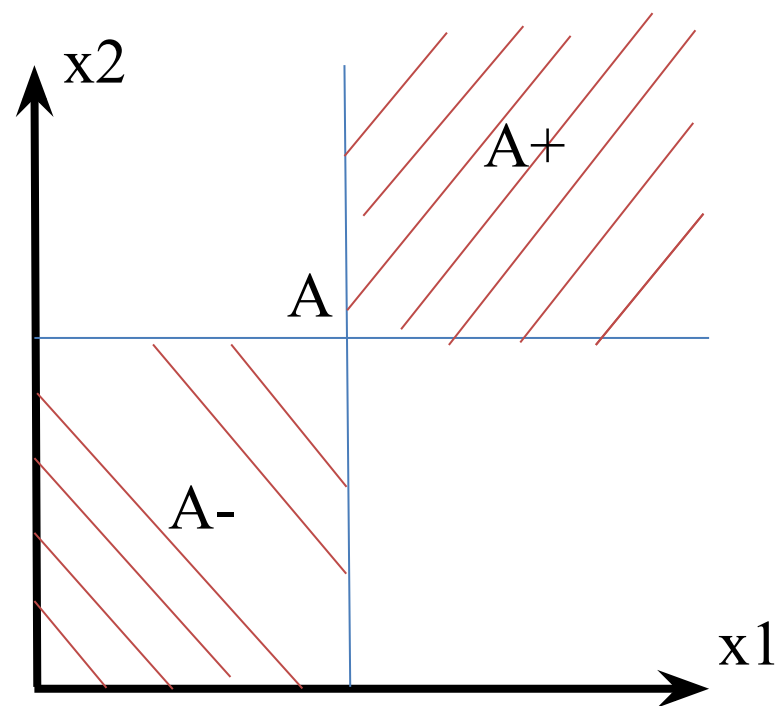
Мы пришли к противоречию



МОНОТОННОСТЬ:

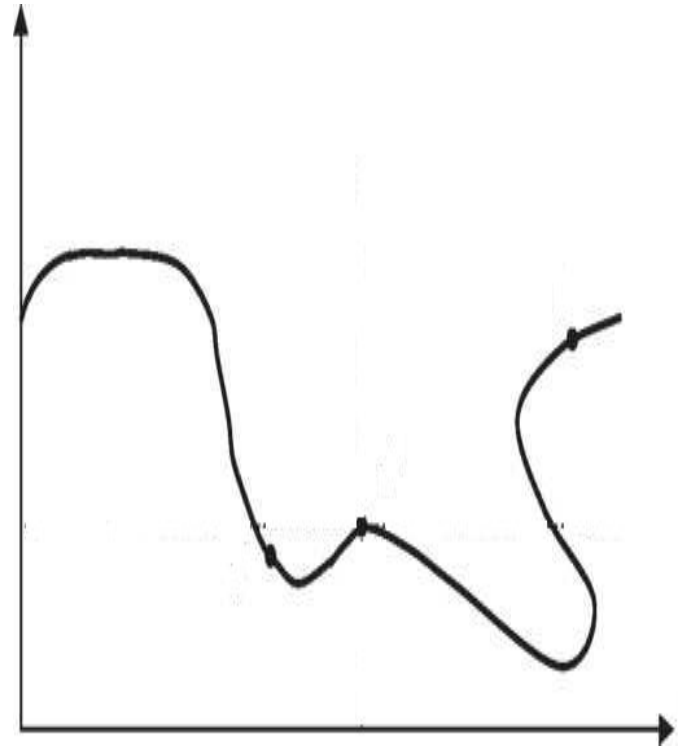
При добавлении блага в набор, набор гарантированно становится лучше.

Требует, чтобы множества «лучше чем» находились «над» множествами безразличия, а множества «хуже чем» — «под» ними.

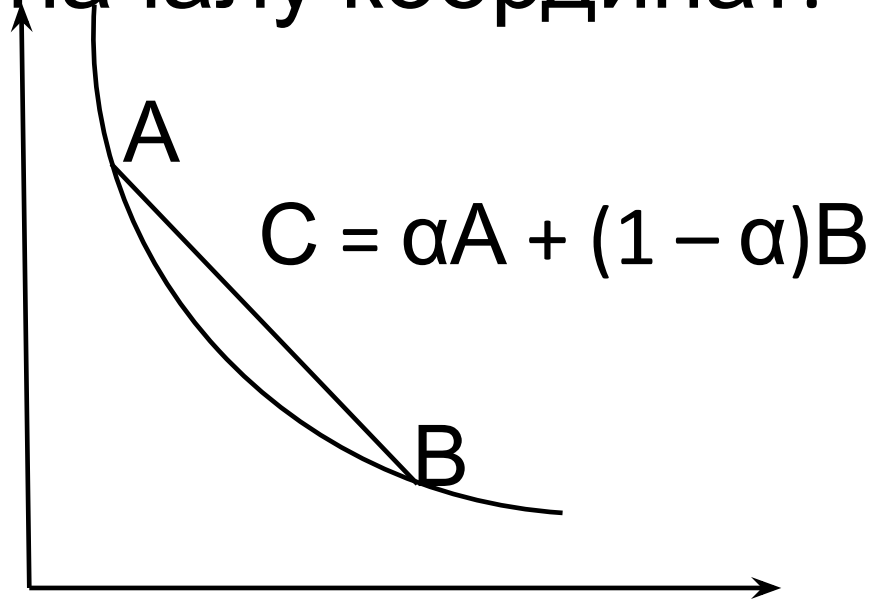


МОНОТОННОСТЬ:

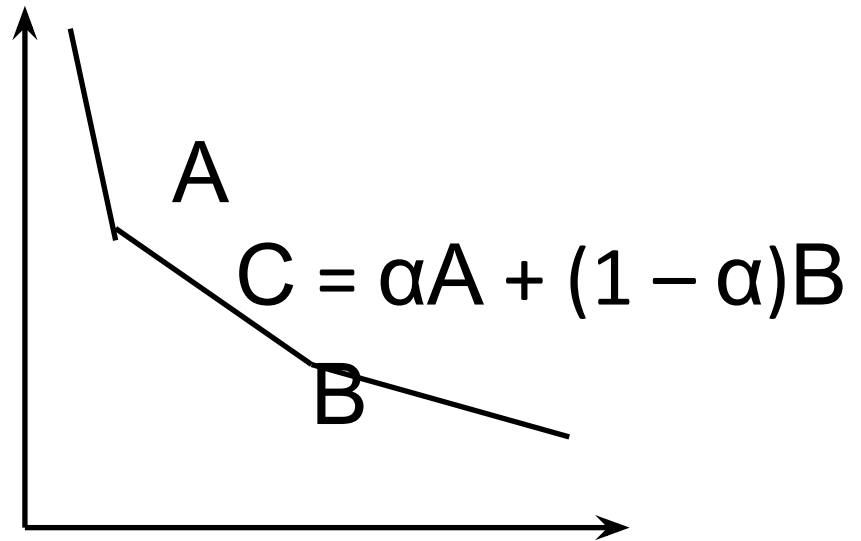
Исключает
возможность
«загибаться вверх»,
или содержать
сегменты с
положительным
наклоном.



Выпуклость: любая форма выпуклости требует, чтобы кривые безразличия были хотя бы слабо выпуклыми к началу координат.



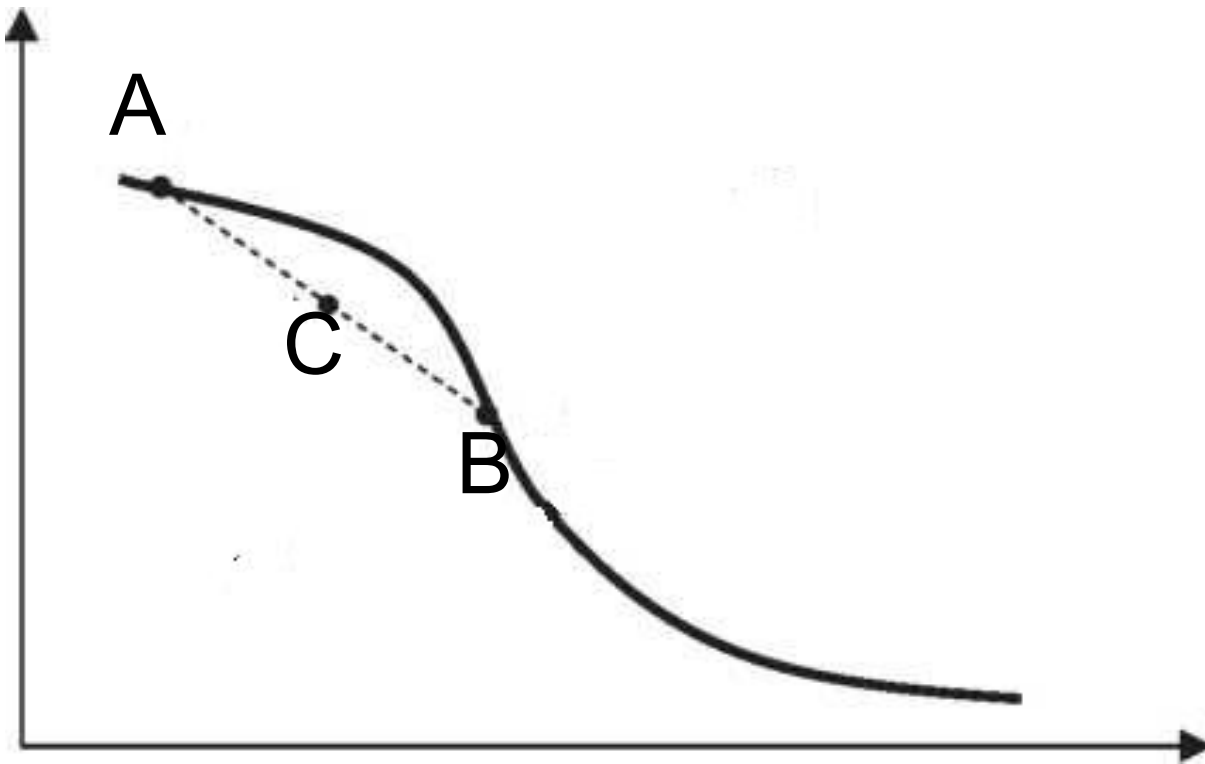
Строго выпуклые



Выпуклые, но не строго выпуклые

Выпуклость

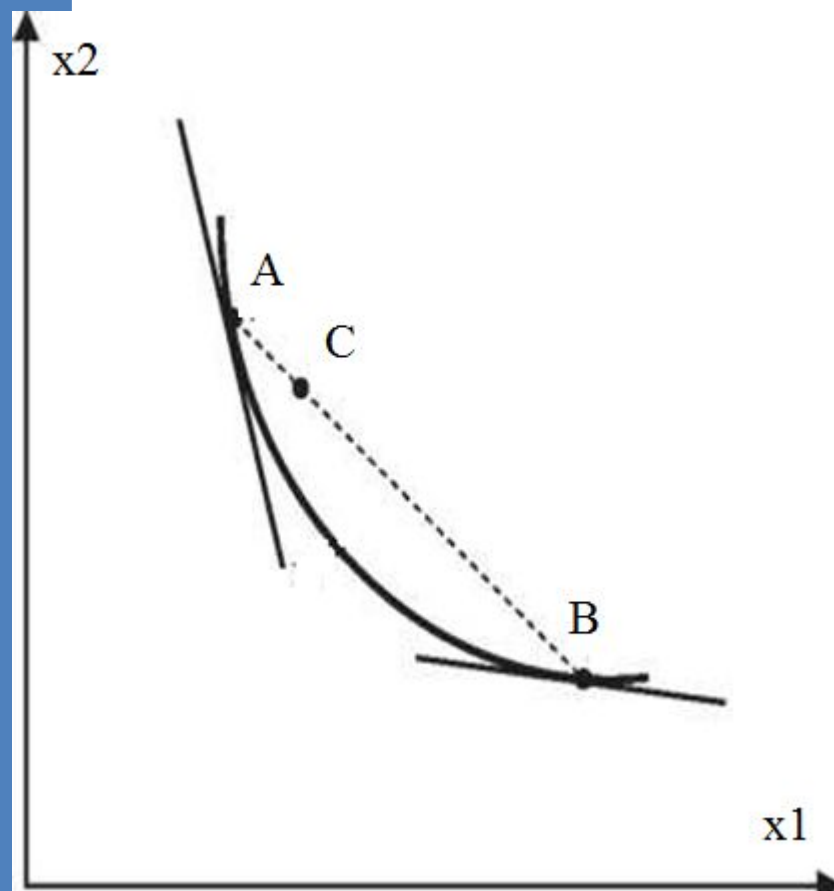
исключает появление вогнутых к началу координат участков



Значение выпуклости связано с углом наклона кривой безразличия

Наклона кривой безразличия отражает *предельную норму замещения*.

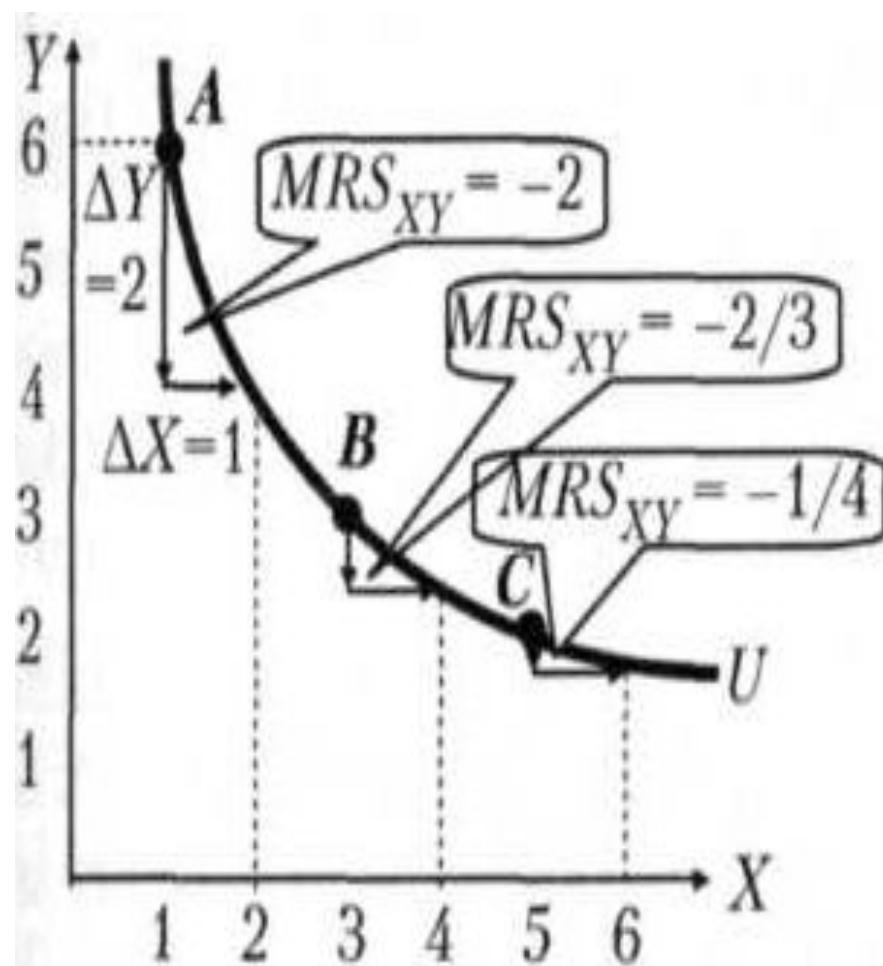
Это эквивалентно условию **невозрастания** предельной нормы замещения при движении от наборов с относительно высокой долей товара x_2 к наборам с относительно высокой долей товара x_1 .



В каждой точке кривой *предельная норма замещения* показывает, от какого количества товара x_2 потребитель готов отказаться в обмен на единицу товара x_1 оказавшись при этом с эквивалентным потребителем набором.

$$MRS_{x_1x_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Согласно **аксиоме выпуклости** пропорция, в которой потребитель обменивает y на x , оставаясь при этом на той же кривой безразличия, является либо постоянной, либо убывает при движении по кривой безразличия слева направо. Это называется **принципом убывания предельной нормы замещения** в потреблении.



Итак,

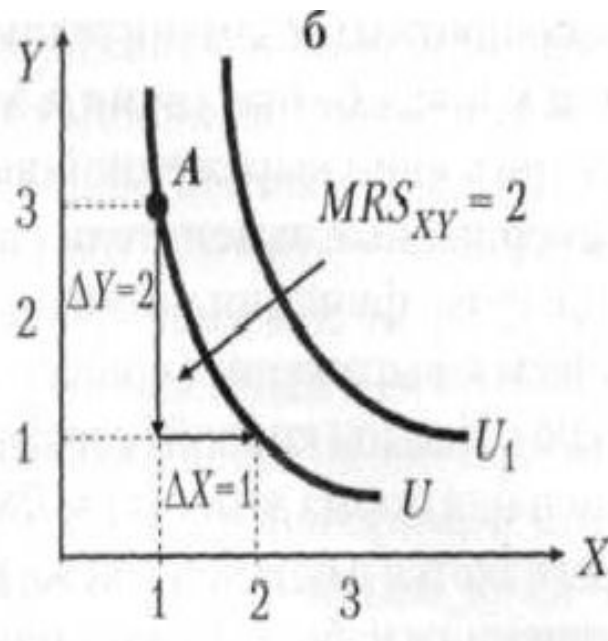
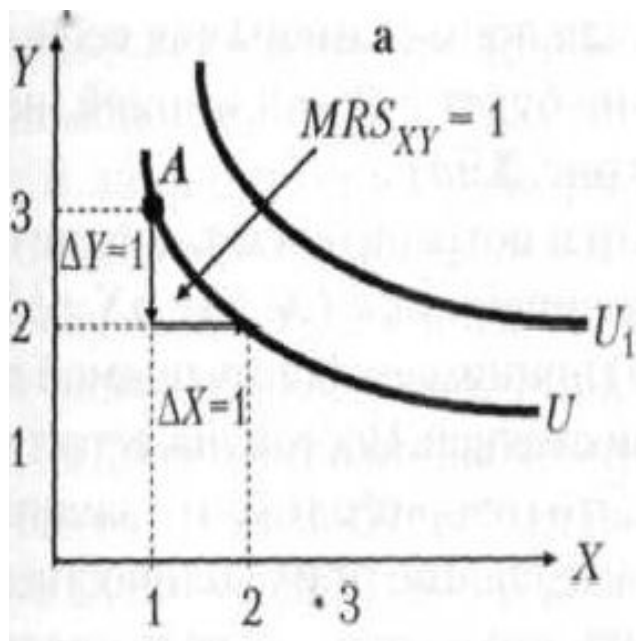
Аксиомы **полноты и транзитивности** описывают потребителя, который может непротиворечивым образом сравнивать различные альтернативы.

Аксиома **непрерывности** обеспечивает существование топологически приемлемых множеств «не хуже чем» и «не лучше чем» и вводится преимущественно из математических соображений.

Аксиомы **выпуклости и монотонности** служат для того, чтобы охарактеризовать **вкусы** потребителя по отношению к объектам выбора (ненасыщаемости и сбалансированного потребления)

Различие в предпочтениях

Крутизна наклона кривой безразличия - критерий выявления предпочтений потребителя.



- **Функция полезности**

Удобный инструмент для обобщения информации об отношении предпочтения потребителя.

Функция полезности – это формализованная зависимость удовлетворения, которое получает потребитель от количества потребленных им благ. Измеряется в ютелях (util) (единица удовольствия).

$$U = f(x, y)$$

например,

$U = xy$, функция Кобба-Дугласа для товаров-субститутов

$U = \min\{ax, by\}$, функция леонтьевского типа для взаимодополняемых товаров

$U(x, y) = ax + by$, для совершенных заменителей

Первая частная производная $u(x)$ по x_i называется **предельной полезностью i -го товара**. Это есть полезность, получаемая от «дополнительной» доли товара вида i

$$MU_{x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} > 0, i = 1, \dots, n$$

Вторая производная функции полезности отражает действие **закона убывающей предельной полезности**

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} < 0, i = 1, \dots, n$$

Предельную норму замещения в потреблении можно выразить в терминах полезности товаров

$$MRS_{x_1x_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{m u_1}{m u_2}$$

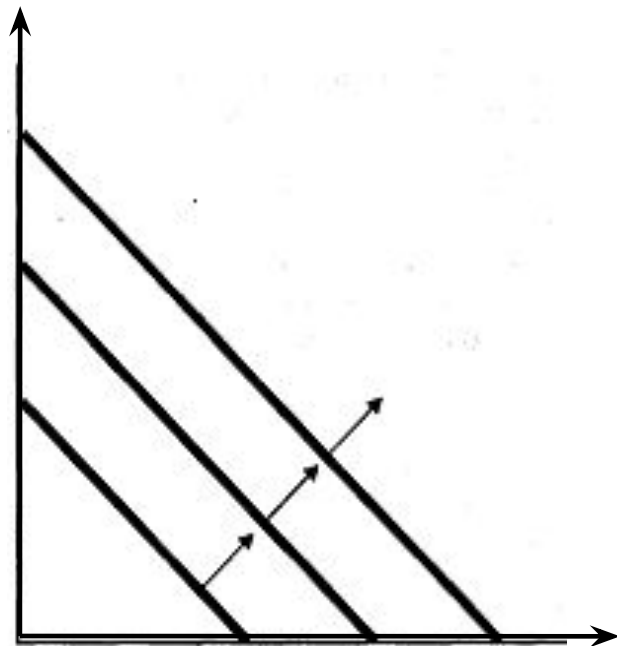
Конфигурация кривых безразличия для различных товаров

Совершенные субституты

Два товара являются совершенными субститутами, если потребитель готов заместить один товар другим в постоянной пропорции.

$$U = ax_1 + bx_2$$

a/b – пропорция замещения в обмене

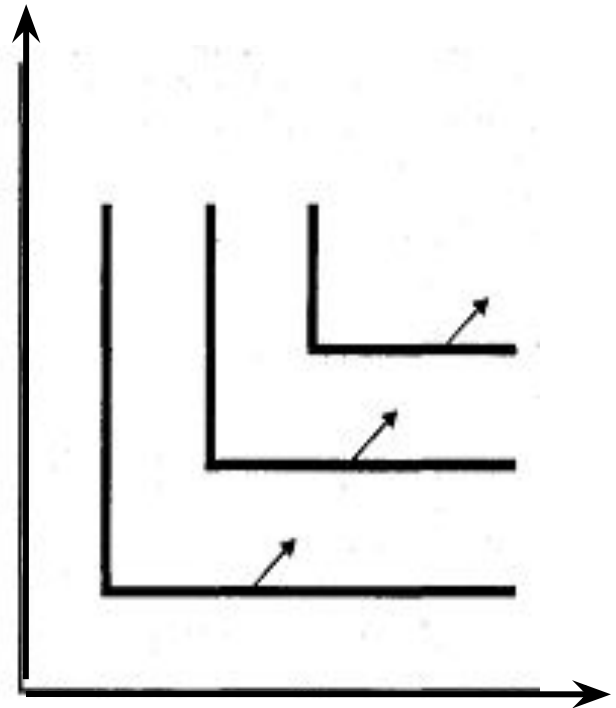


Совершенные комплементы

Совершенные
комплементы
(взаимодополняемые
товары)— это товары,
всегда потребляемые
вместе в постоянной
пропорции.

$$U = \min\{ax_1; bx_2\}$$

a, b – отражают доли
потребляемых
товаров в наборе



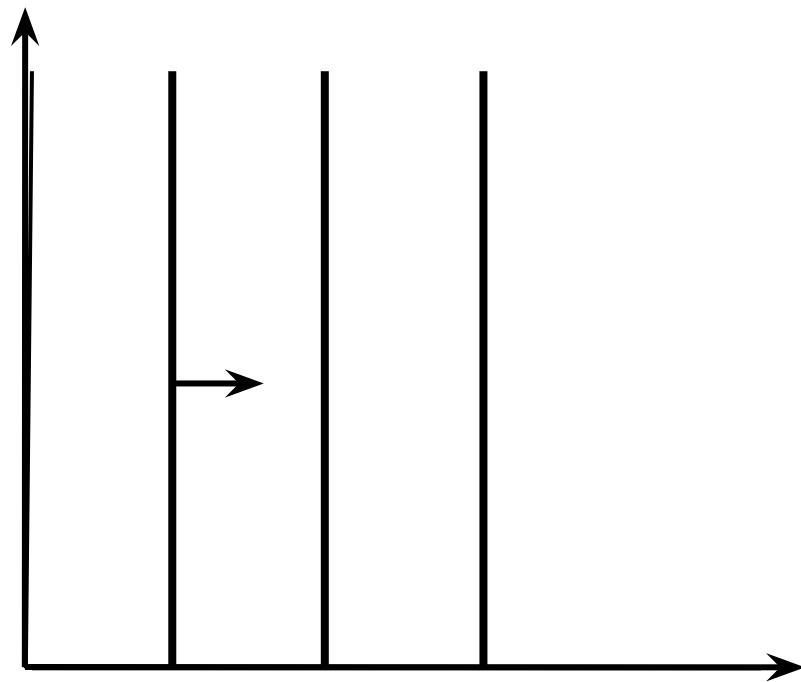
Безразличные блага

- Товар является безразличным благом, если потребитель к нему совершенно равнодушен

$$U = ax_1,$$

x_2 – безразличное благо,

x_1 - предпочтительное



Бюджетное ограничение потребителей

- I – денежный доход потребителя
- $p = (p_1, \dots, p_L)$ - вектор цен, где p_i соответствует цене за единицу i -товара
- Потребитель воспринимает p как *экзогенно заданные* (является *ценополучателем*)

Бюджетное множество при линейном ценообразовании (цена не зависит от количества купленного товара)

Расходы потребителя на благо (та часть расходов, которая относится к приобретению какого-то блага)

$$TE_x = P_x x$$

$$TE_y = P_y y;$$

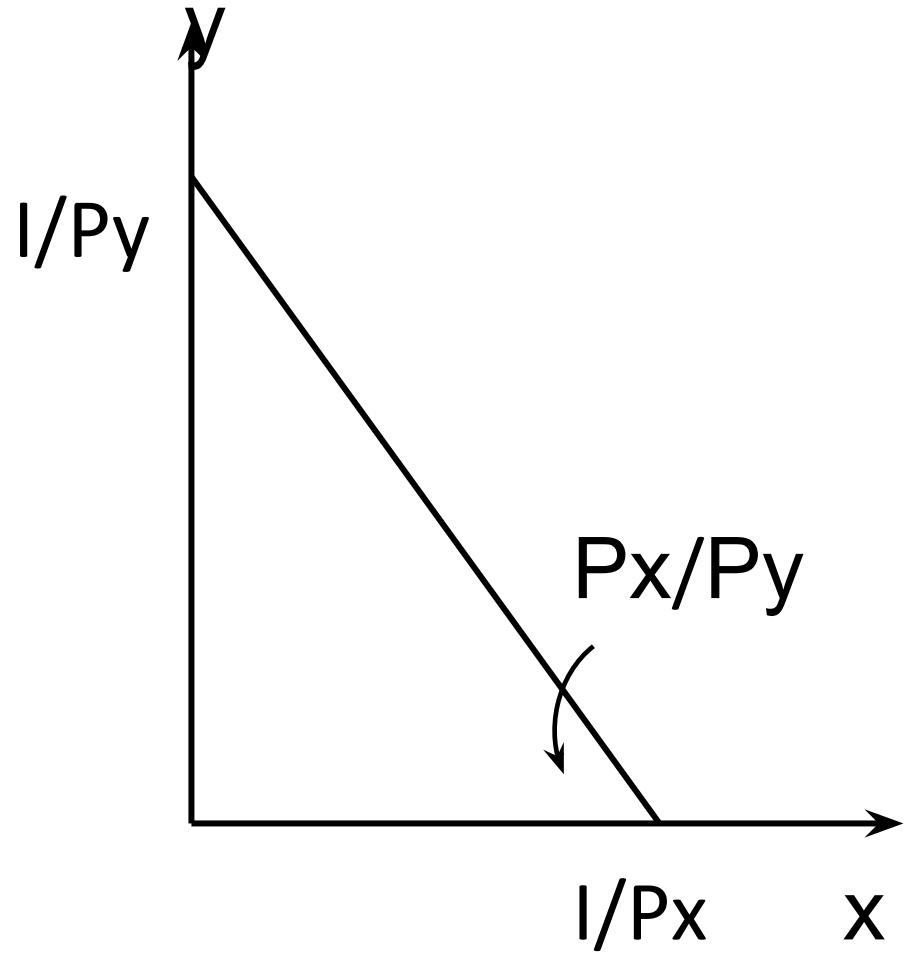
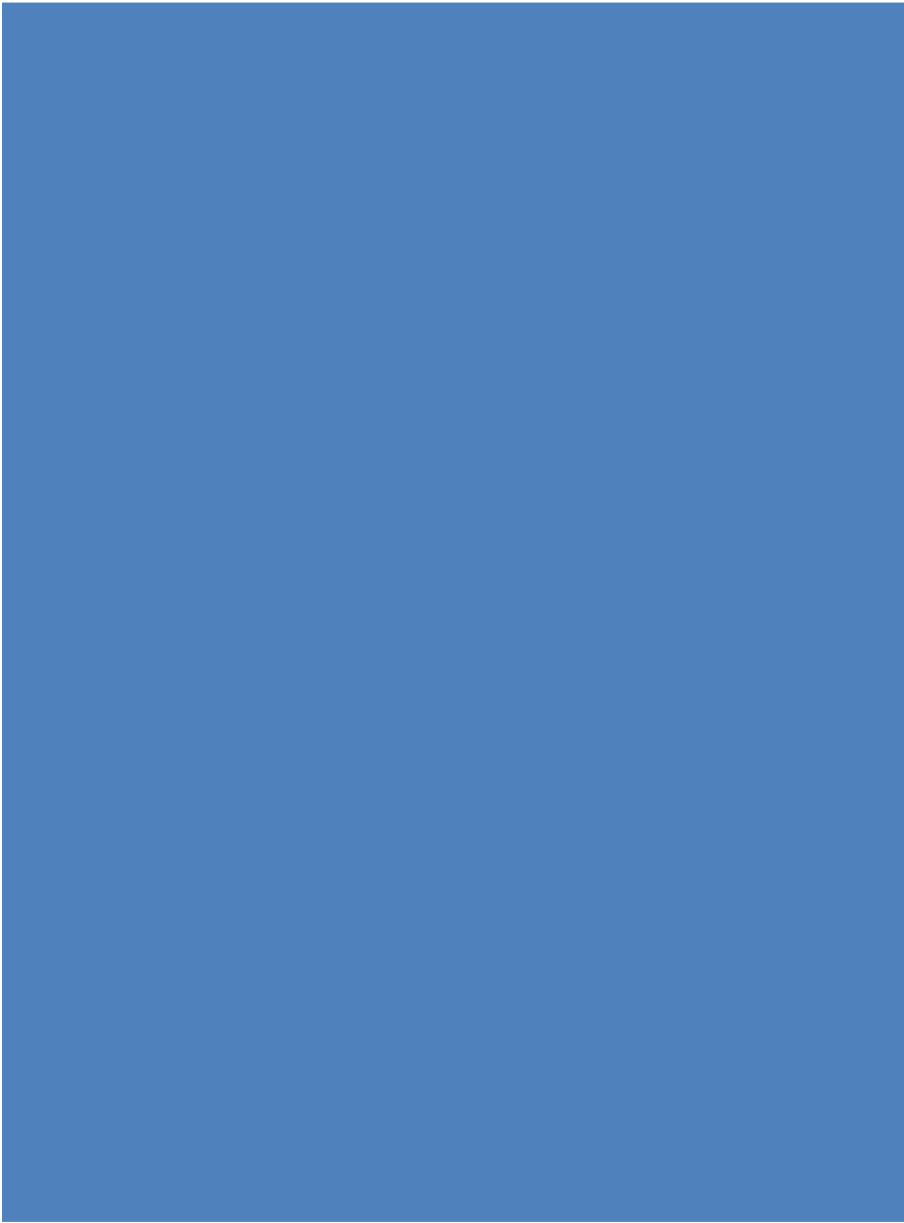
•

Бюджетное множество это множество наборов товаров, которые доступны для потребления

$$\begin{cases} I \geq P_x x - P_y y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Бюджетная линия - это множество наборов товаров, на приобретение которых тратиться весь бюджет.

$$\begin{cases} I = P_x x - P_y y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



Аккордный налог –

государство взимает с агента фиксированную сумму денег, не зависящую ни от количества, ни от качества, ни от стоимости товаров.

$$P_x x + p_y y = I - T$$

(T – аккордный налог)

$$P_x x + p_y y = I + S$$

(S – аккордная субсидия)

Потоварный налог – взимается с каждой единицы товара, но не зависит от цены товара

$$(p_x + t)x + p_y y = I$$

(t – потоварный налог на 1 товар)

$$P_x x + (p_y - s)y = I$$

s – потоварная субсидия на 2 товар)

•

Налог на стоимость – взимается со с приобретенного/проданного товара.

$$P_x (1 + \tau)x + p_y y = I$$

(τ – налог на стоимость 1 товара)

Бюджетное множество при нелинейном ценообразовании.

- 1. натуральная премия** – ситуация когда при приобретении определенного количества товара потребителю предоставляется подарок.

Пример: каждый десятый товар бесплатно

Натуральная премия

Потребительские расходы:

- $p_x(x-\Delta x) + p_y y, \quad x \geq x^* + \Delta x$
- $p_x x^* + p_y y, \quad x^* < x < x^* + \Delta x$
- $p_x x + p_y y, \quad x \leq x^*$

Бюджетное множество

- $I - p_x(x-\Delta x) - p_y y \geq 0, \quad x \geq x^* + \Delta x$
- $I - p_x x^* - p_y y \geq 0, \quad x^* < x < x^* + \Delta x$
- $I - p_x x - p_y y \geq 0, \quad x \leq x^*$

Натуральная премия

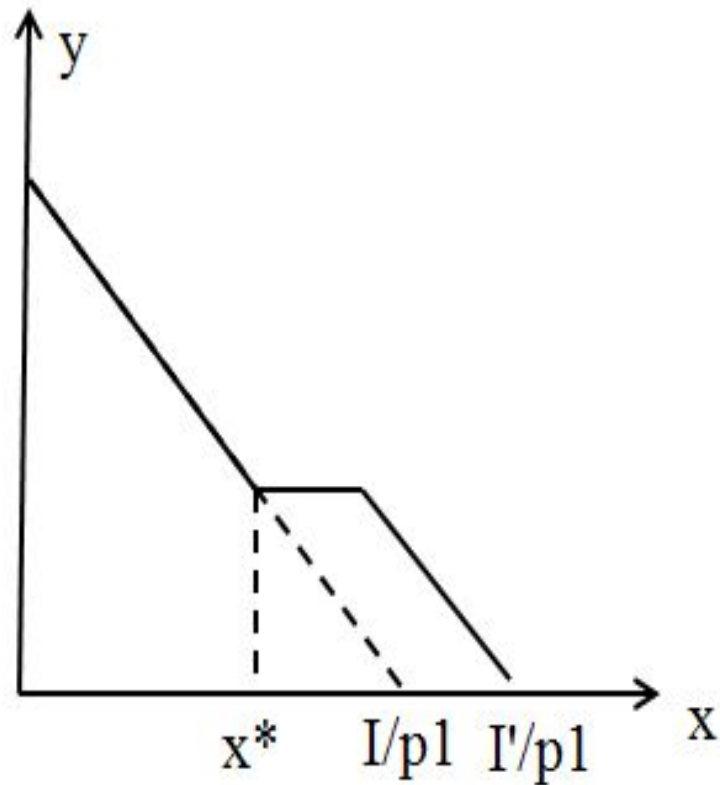
Нет возможности
перепродажи

x^* - количество товара,
необходимое для
предоставления
премии

Δx – премия

ΔI – денежная оценка
премия

$$I' = I^* + \Delta I$$



2. Накопительная скидка – ситуация, когда при совершении покупки в определенном объеме, цена каждой последующей единицы становится меньше (например, система дисконтных карт).

Потребительские расходы:

- $p_x x^* + p'_x(x-x^*) + p_y y, \quad x > x^*$
- $p_x x + p_y y, \quad x \leq x^*$

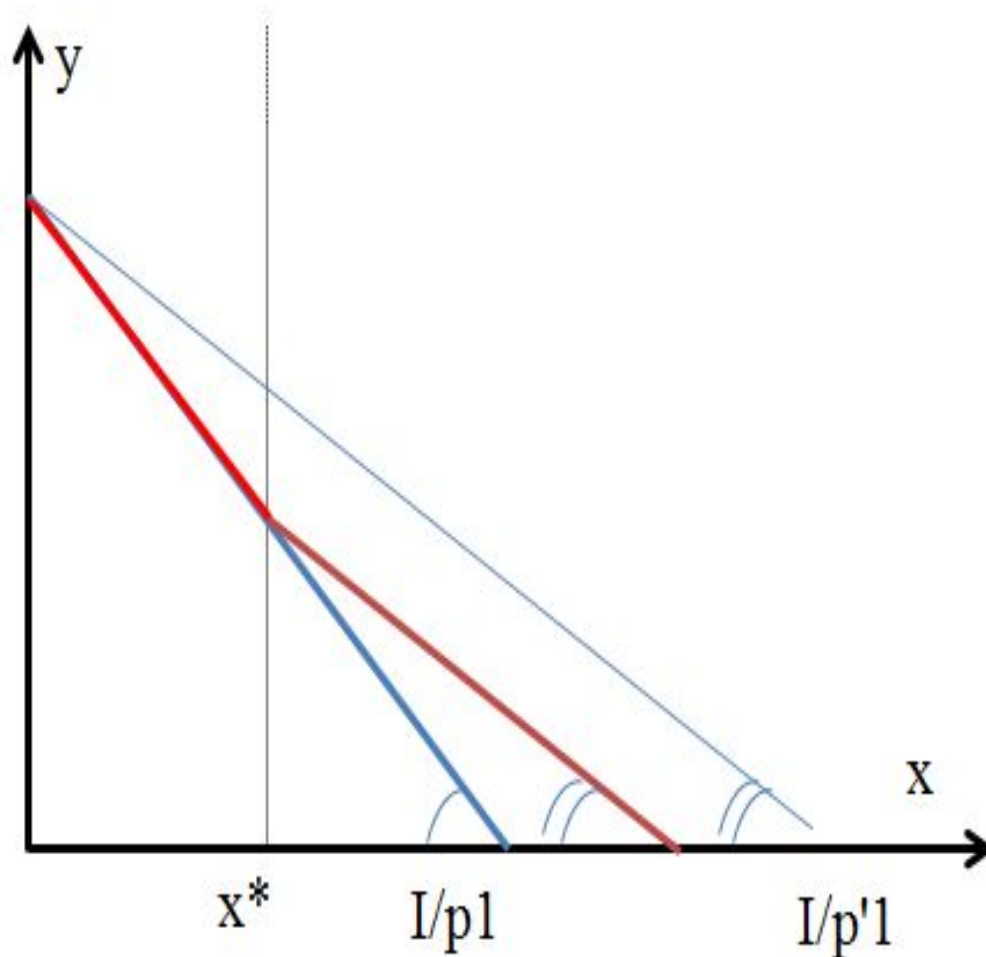
Бюджетное множество

- $I - p_x x^* + p'_x(x-x^*) + p_y y \geq 0, \quad x > x^*$
- $I - p_x x - p_y y \geq 0, \quad x \leq x^*$

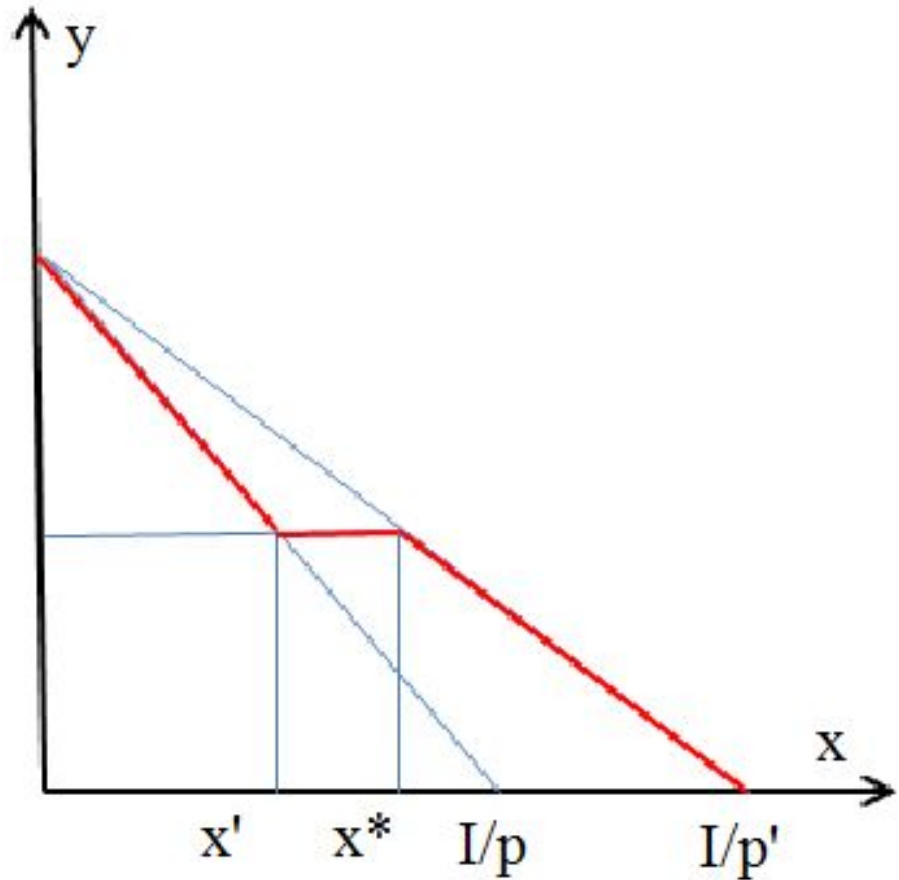
Накопительная скидка

X^* - количество товара, начиная с которого предоставляется скидка

P' – цена со скидкой



3. Оптовая скидка – это ситуация когда при совершении покупки в определенном объеме цена каждой единицы товара становится меньше.



ОПТОВАЯ СКИДКА

x^* - количество товара, необходимое для получения
ОПТОВОЙ СКИДКИ

p_x' - цена с оптовой скидкой

$$x' = (p_x' x^*) / p_x$$

Потребительские расходы:

- $p_x(x - \Delta x) + p_y y, \quad x > x^*$
- $p_x' x^* + p_y y, \quad x' \leq x \leq x^*$
- $p_x x + p_y y, \quad x < x'$

Бюджетное множество

- $I - p_x(x - \Delta x) + p_y y \geq 0, \quad x > x^*$
- $I - p_x' x^* + p_y y \geq 0, \quad x' \leq x \leq x^*$
- $I - p_x x - p_y y \geq 0, \quad x < x'$

Задача максимизации полезности (задача потребителя)

$$\max U(x_1, \dots, x_n)$$

$$x_1, \dots, x_n \geq 0$$

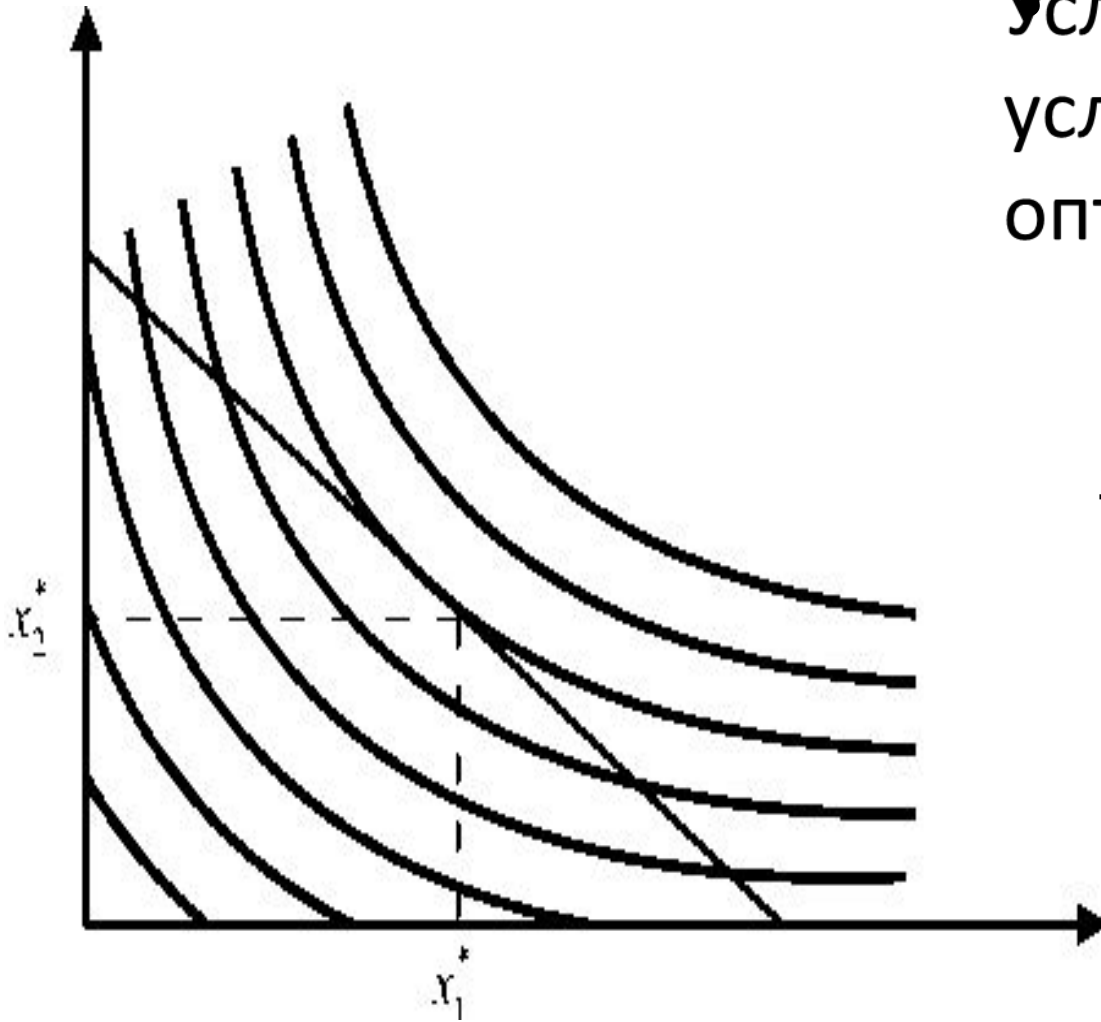
$$p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \leq I$$

Потребитель выбирает набор,
максимизирующий его полезность с
учетом бюджетного ограничения

Графическое решение задачи потребителя

Условия касания –
условия
оптимальности:

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{P_1}{P_2}$$



Методы аналитического решения задачи потребителя:

- метод перехода к безусловной оптимизации
- *метод замены целевой функции*
- *метод Лагранжа*

1. метод перехода к безусловной оптимизации

- $\max U(x_1, x_2)$ (1)

- $p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$ (2)

- $x_1, x_2 \geq 0$

Преобразуем (2) $x_2 = \frac{I - p_1 x_1}{p_2}$ (3)

(3) подставляем в (1) $U = f(x_1, x_2) \Rightarrow U = f(x_1)$

условие максимума – равенство производной по x_1 нулю

$$\frac{\partial U(x_1)}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow$$

x_1^* - количество первого товара, включенного в оптимальный набор

$$x_2^* = \frac{I - p_1 x_1^*}{p_2}$$

2. метод замены целевой функции (условие касания)

- $\frac{mu_1}{p_1} = \dots = \frac{mu_n}{p_n}$
- $p_1x_1 + \dots + p_nx_n = 1$
- $x_1, \dots, x_n \geq 0$

3. Метод Лагранжа

функция Лагранжа

- $L(x_1, \dots, x_n, \lambda) = U(x_1, \dots, x_n) + \lambda(I - P_1 x_1 - \dots - P_n x_n)$

Приравняем к нулю ее производные по x_1, \dots, x_n и λ :

- $\frac{dL}{dx_1} = \frac{dU}{dx_1} - \lambda P_1 = 0$

-

- $\frac{dL}{dx_n} = \frac{dU}{dx_n} - \lambda P_n = 0$

- $\frac{dL}{d\lambda} = I - P_1 x_1 - \dots - P_n x_n = 0$

Решение системы $x_1^*, \dots, x_n^*, \lambda^*$

Решение задачи потребителя для Леонтьевских предпочтений

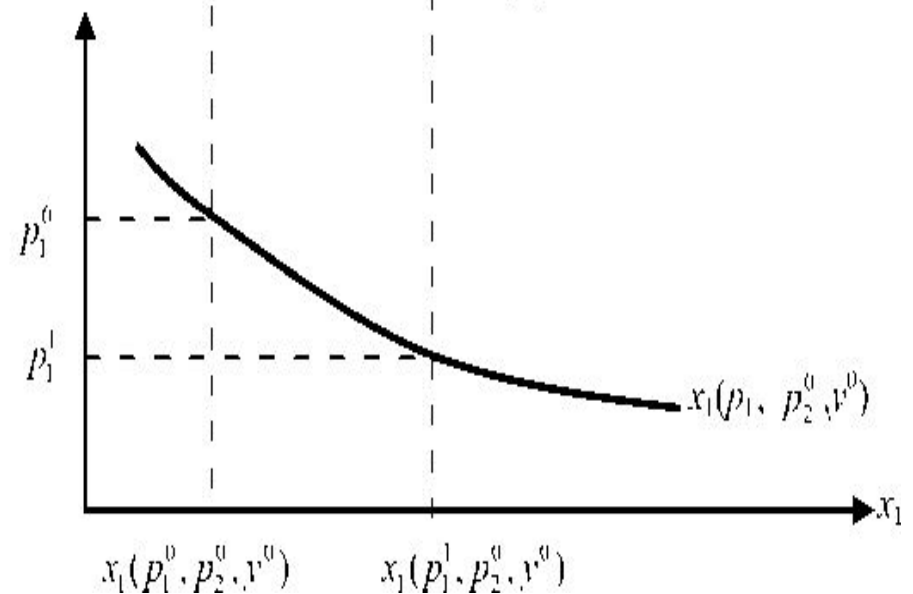
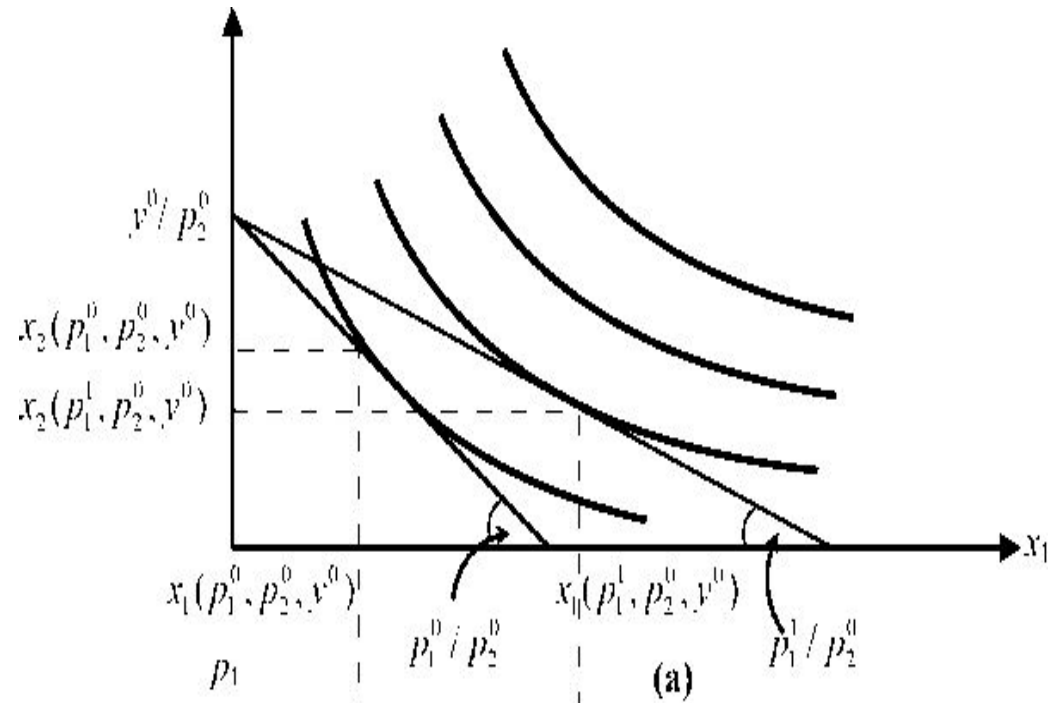
Для функций вида $\min\{\alpha x_1, \beta x_2\}$ никакие методы, основанные на дифференцировании, не подходят.

Однако задачу такого потребителя легко решить: в наборе x^* , являющемся решением потребителя, $\alpha x_1^* = \beta x_2^*$

Функция спроса по Маршаллу -

связь между задачей потребителя и поведением потребительского спроса.

доход и цены всех товаров, кроме данного, зафиксированы



Косвенные функции полезности

Обычная функция полезности $u(x)$ определена на потребителском множестве X и напрямую представляет предпочтения потребителя. Поэтому она называется **прямой функцией полезности**.

Косвенной функцией полезности $v(p_1, p_2, I)$ это функция максимального значения $u(x)$, соответствующая задаче максимизации полезности потребителя.

$$v(p_1, p_2, I) = \max U(x) \text{ при } p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$$

Демонстрирует соотношение между ценами, доходом и значением полезности

Пример:

- $\text{Max } U = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2}$
- $I - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} + \lambda(I - P_1x_1 - \dots - P_nx_n)$$

Приравняем к нулю ее производные по x_1, \dots, x_n и λ :

$$\bullet \frac{dL}{dx_1} = 1/2(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2} 2x_1 - \lambda P_1 = 0 \quad (1)$$

$$\bullet \frac{dL}{dx_2} = 1/2(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2} 2x_2 - \lambda P_2 = 0 \quad (2)$$

$$\bullet \frac{dL}{d\lambda} = I - P_1x_1 - P_2x_2 = 0 \quad (3)$$

$$(1) \div (2) \text{ и преобразуем } \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \frac{p_1}{p_2} \quad (4)$$

$$(4) \rightarrow (3) \quad 1 - P_1 x_2 \frac{p_1}{p_2} - P_2 x_2 = x_2 \frac{p_1^2 + p_2^2}{p_2}$$

$$x_2^* = \frac{1 - p_2}{p_1^2 + p_2^2} \Rightarrow x_1^* = \frac{1 - p_1}{p_1^2 + p_2^2}$$

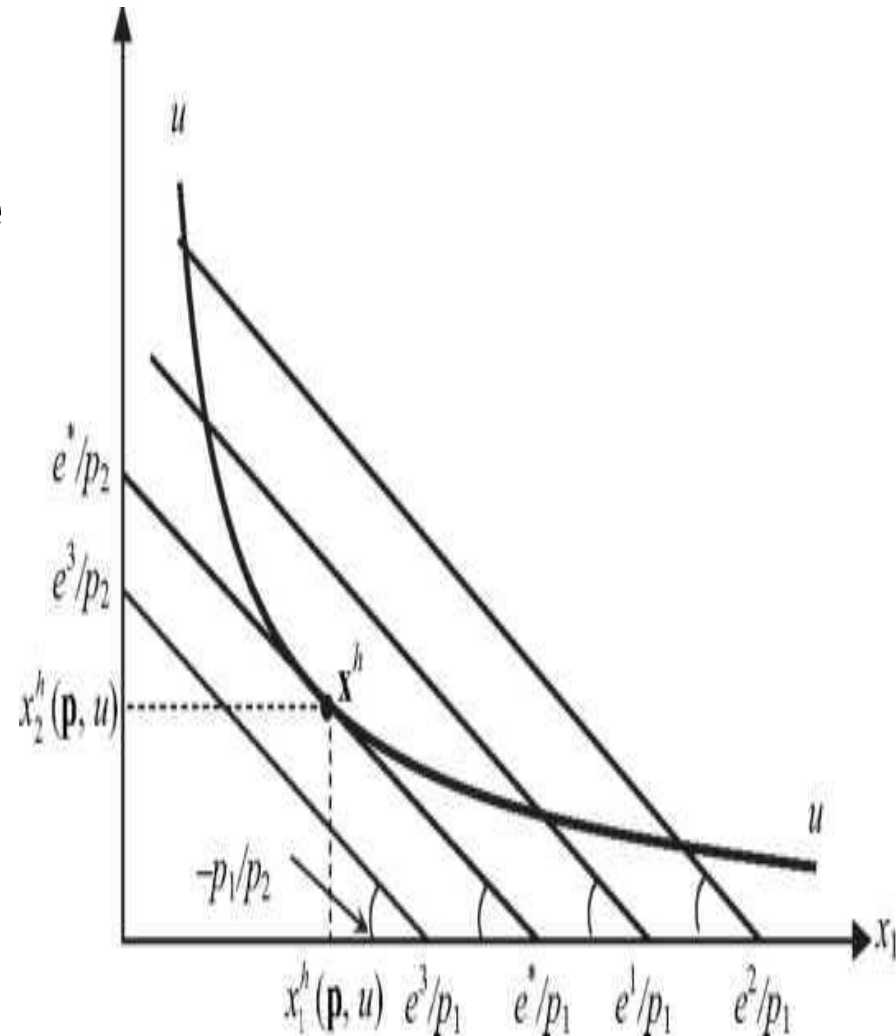
Подставляем решение в функцию полезности и получаем косвенную функцию полезности

$$V = 1 / ([p_1^2 + p_2^2])^2$$

Решения задачи потребителя и косвенная функция полезности демонстрируют зависимость от **параметров, p_1 , p_2 и y**

Какой **минимальный объем денежных расходов** обеспечивает потребителю достижение **заданного уровня полезности** при данных ценах ?

кривые постоянных расходов: изображает все наборы x , для приобретения которых требуется один и тот же объем совокупных расходов



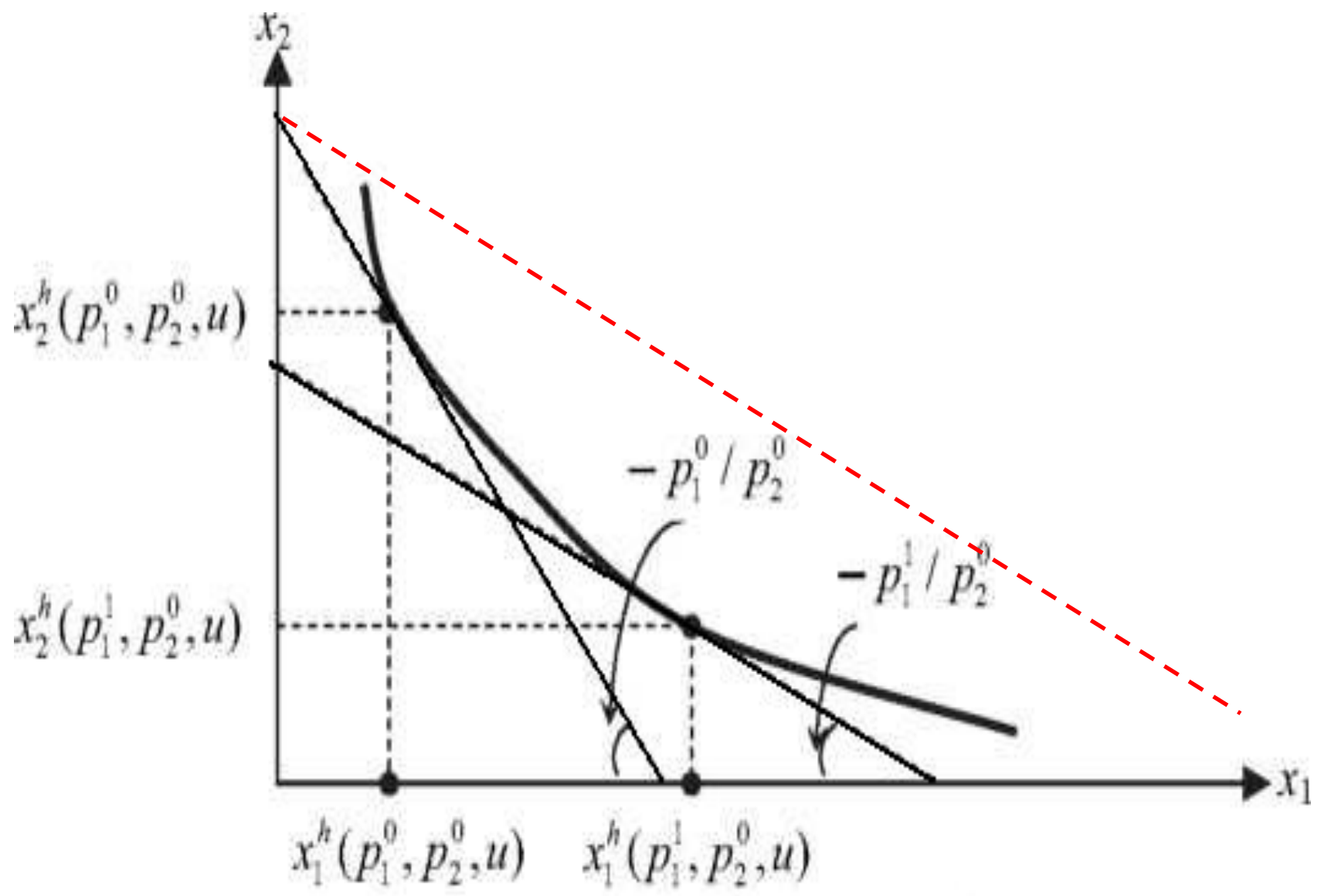
Задача минимизации расходов

- $\text{Min } e = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h$
- $U(x_1, x_2) = U$

Решение задачи минимизации расходов $x^h(p, u)$ мы будем интерпретировать как другой вид «функции спроса»

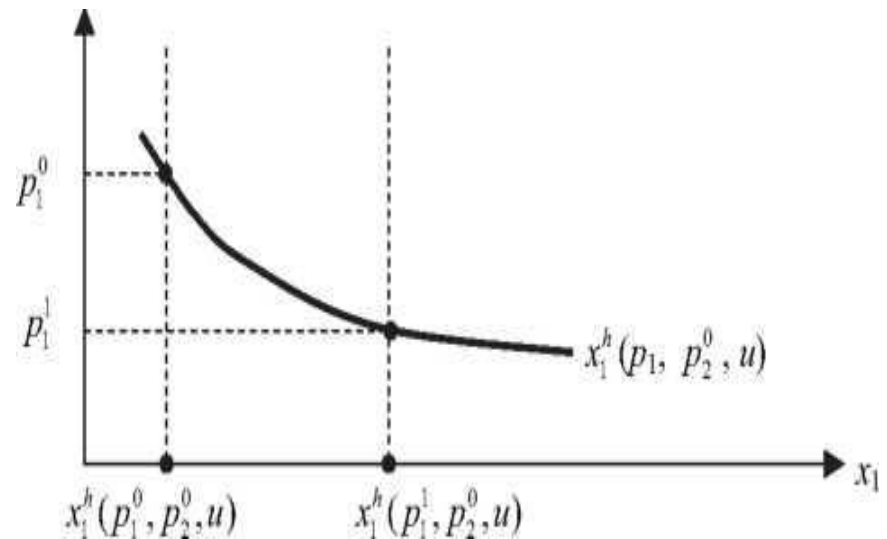
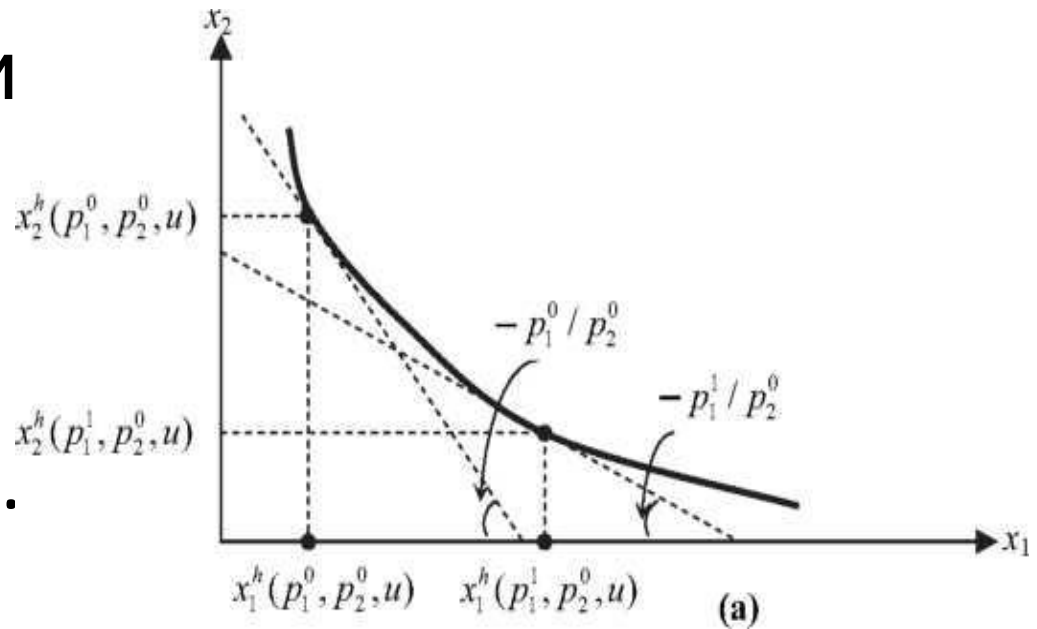
Если зафиксировать полезность, которую может получить потребитель, на некотором произвольном уровне u , то как будет изменяться объем каждого из приобретаемых товаров при изменении цен?

«Функции спроса», о которых идет речь, являются **функциями спроса с постоянной полезностью**.



Решение задачи минимизации расходов – это точный вектор спроса по Хиксу.

Такие функции спроса часто называются функциями **компенсированного спроса**.



Анализ характера трансформации потребительского набора под влиянием изменения цен товаров

Эффект замещения (substitution effect, *SE*) – это реакция потребителя на изменение цены блага, выражающаяся в изменении потребительского набора путем замещения в нем блага, относительная цена которого выросла, благом, относительная цена которого снизилась.

Эффект дохода (income effect, *IE*) – это реакция потребителя на изменение цены блага, выражающаяся в изменении величины спроса на благо в результате изменением реального дохода потребителя.

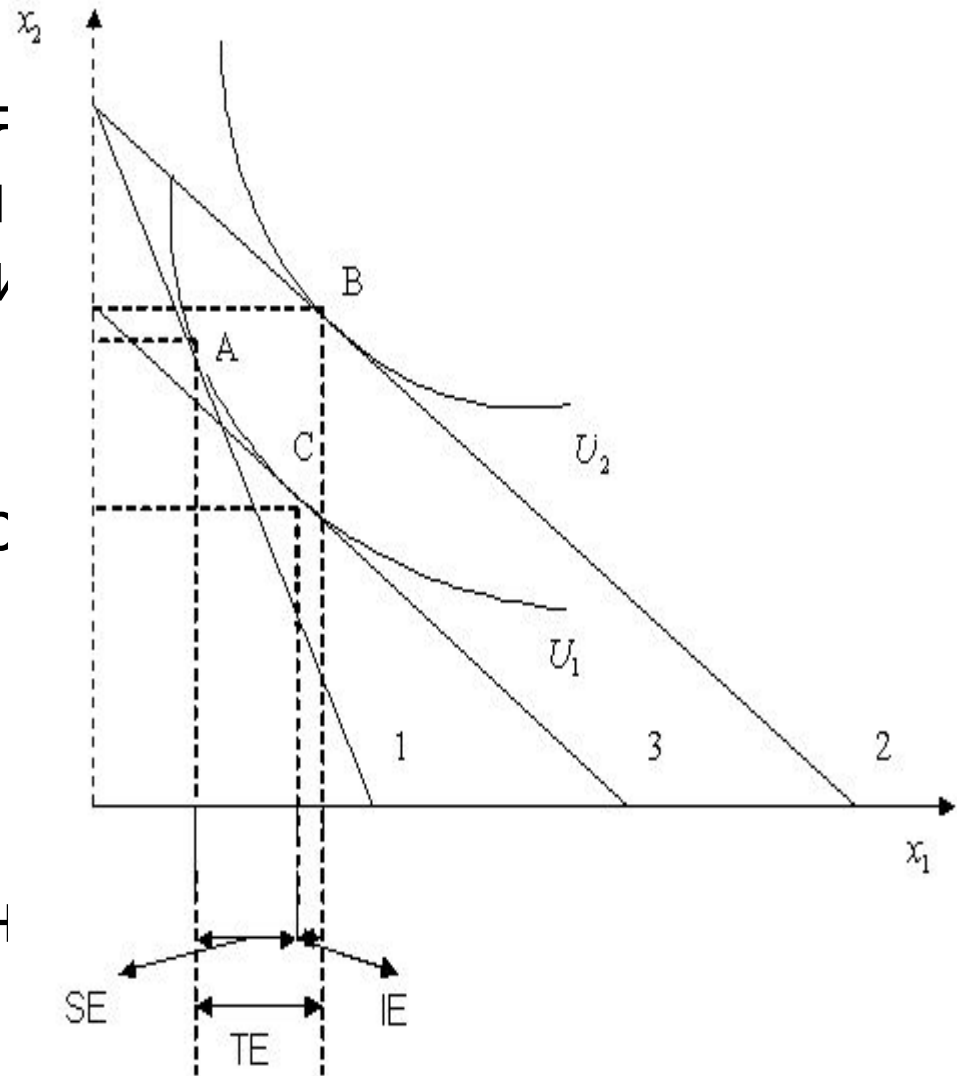
Общий эффект изменения цены (total effect, *TE*)

$$TE = SE + IE$$

Декомпозиция по Хиксу

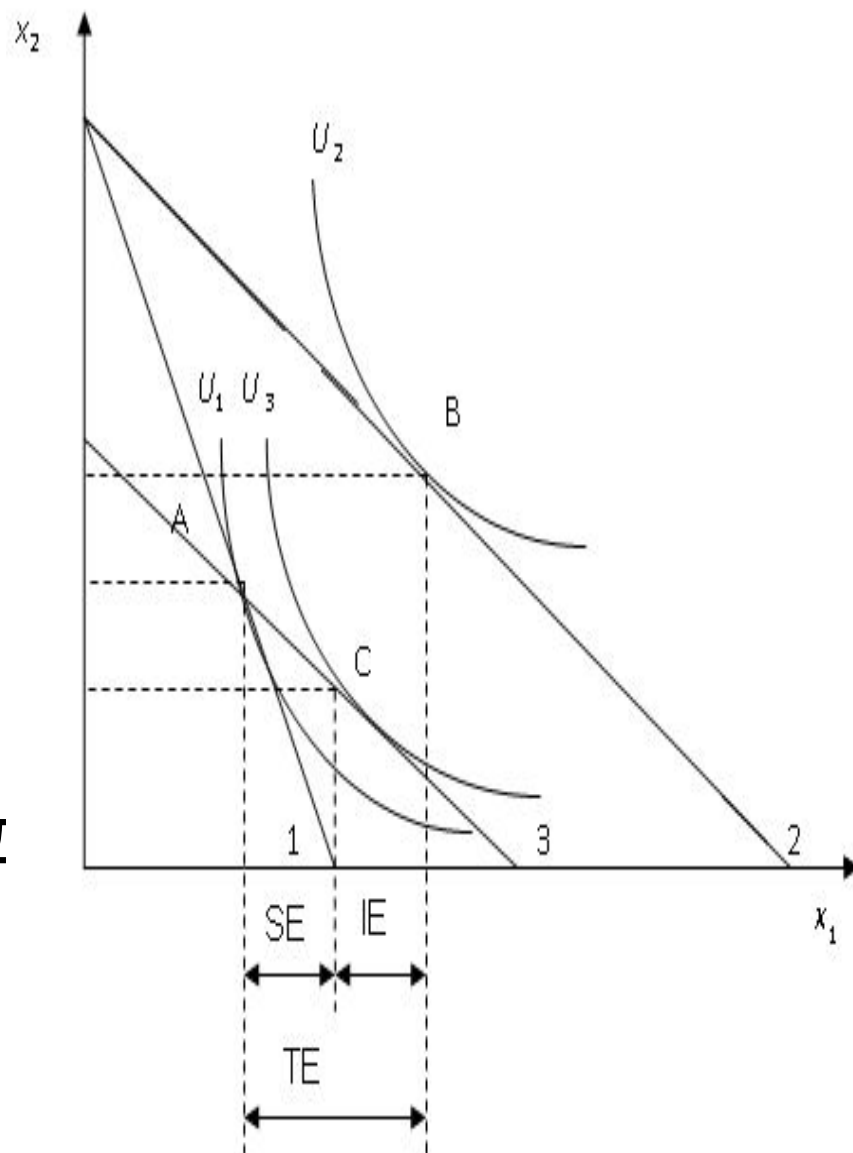
Реальный доход –
степень удовлетворения
потребности или уровень
извлекаемой полезности

Эффект субституции –
это изменение состава
равновесного объема при
неизменном реальном
доходе, такой что
относительно
подорожавший товар
заменяется относительно
подешевевшим

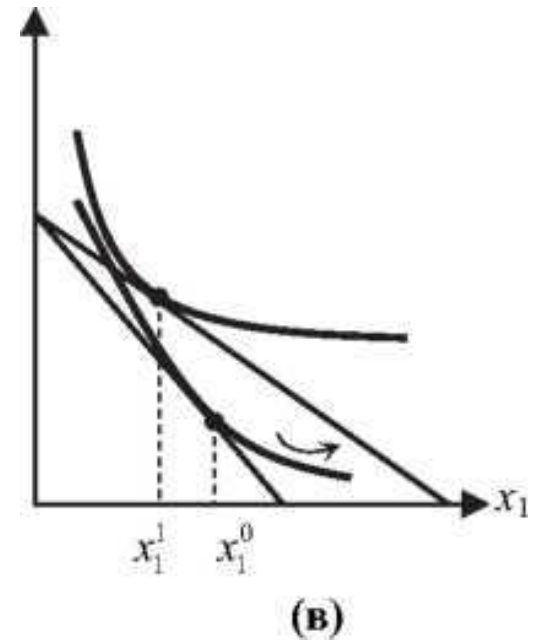
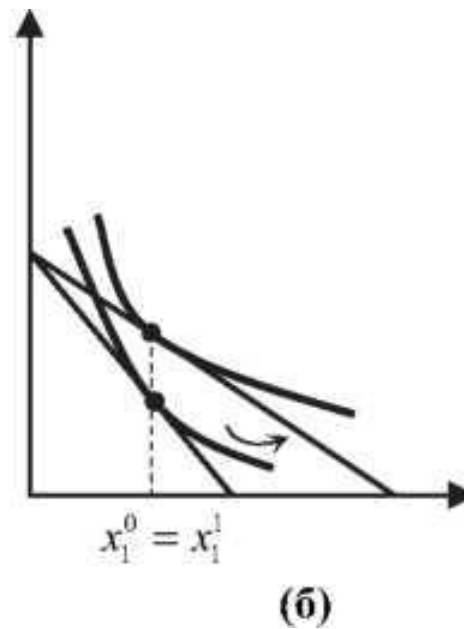
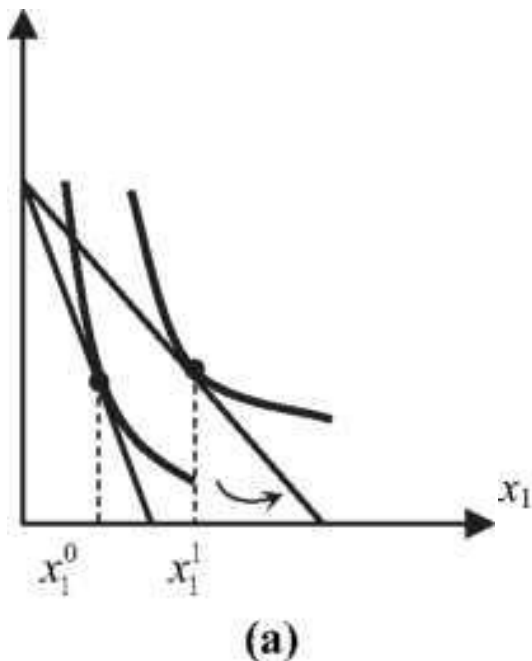


Декомпозиция по Слуцкому

Реальный доход –
измеряется
потребительским
набором, который
потребитель может
себе приобрести на
свой денежный доход



Обычно мы считаем, что потребитель приобретает больше товара, когда цена снижается, и меньше товара, когда она растет (при прочих равных условиях). Но это вовсе не обязательно.

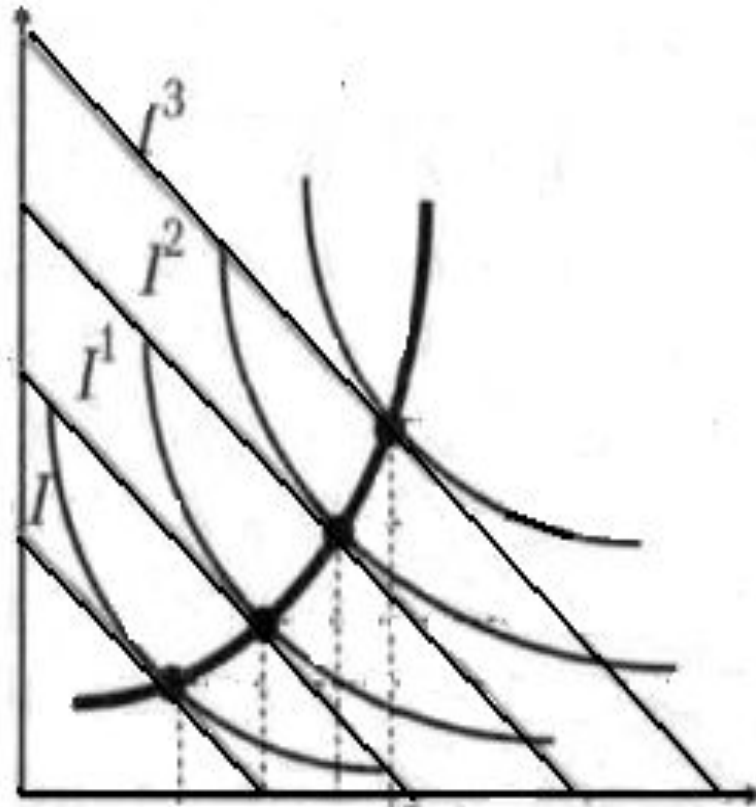


*зависимости между уровнем дохода
потребителя и спросом на конкретное
благо*

**кривая «доход—
потребление» -**

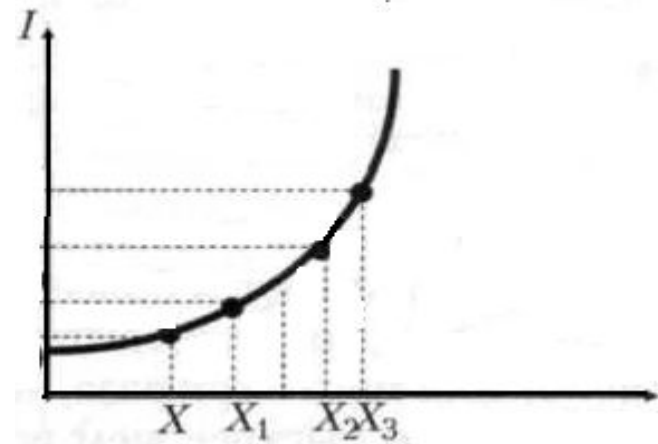
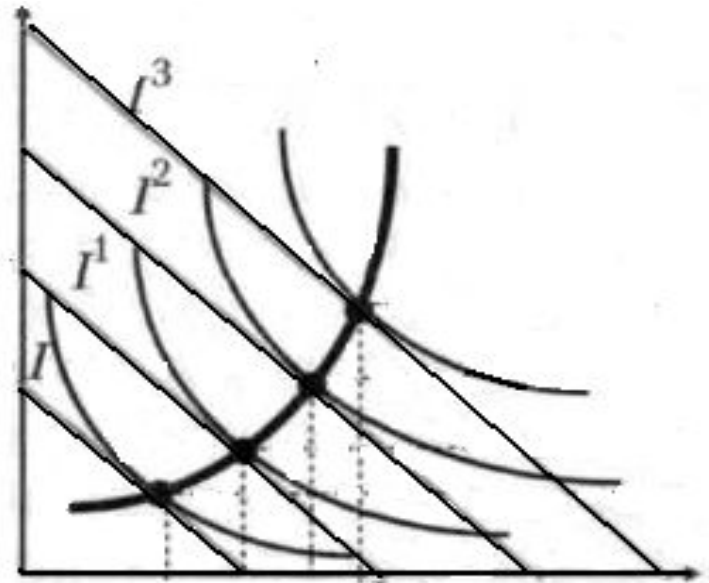
кривая, соединяющая
равновесные точки
при различных
уровнях дохода
потребителя

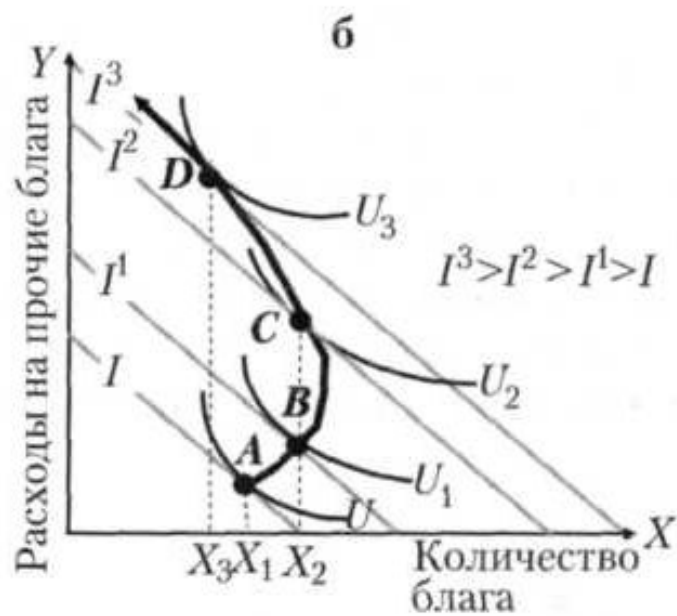
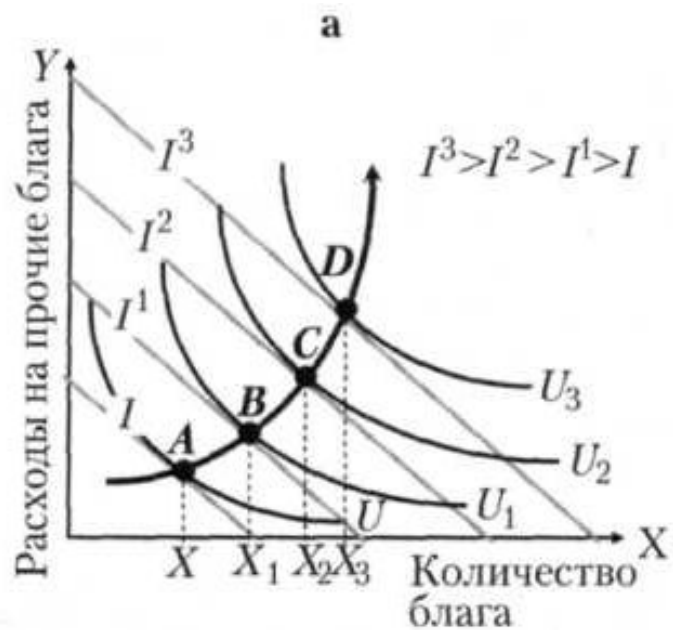
Каждый новый
равновесный набор
включает большее
количество этого
блага ($X_1 < X_2 < X_3 < X_4$).



Зависимость между спросом на благо и уровнем дохода потребителя может быть выражена и в более явной форме.

Кривая Энгеля — это линия, выражающая в графической форме зависимость между изменениями в доходе потребителя и величиной потребления блага, а также отражающая характер этих изменений.





Кривая «доход—потребление»:
 а) для нормального блага; б) для неполноценного блага; в) для предметов первой необходимости