

логарифмическая функция

Урок 47

Леонард Эйлер

нем. **Leonhard Euler**



Дата рождения:

4 (15) апреля 1707

Место рождения:

Базель, Швейцария

Дата смерти:

7 (18) сентября 1783 (76 лет)

Место смерти:

Санкт-Петербург, Российская империя

Научная сфера:

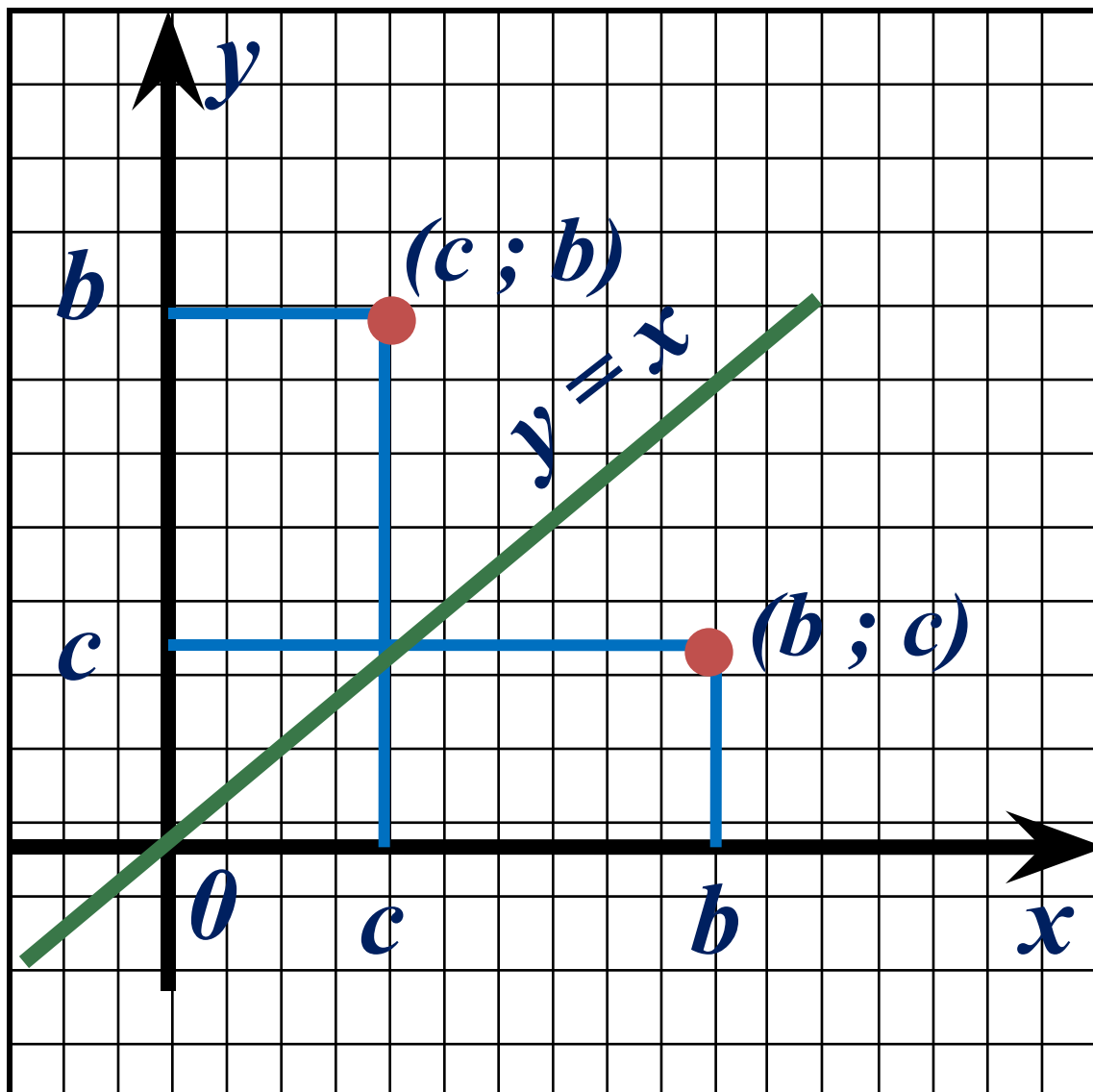
Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, *логарифмической* и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

Показательная функция
Логарифмическая функция

$$y = a^x$$

$$y = \log_a x$$



Если точка $(c; b)$ принадлежит показательной функции, то

$$b = a^c$$

Или, на «языке логарифмов»

$$c = \log_a b$$

Что можно сказать о точке $(b; c)$?

Вывод:

График функции $y = \log_a x$ симметричен графику функции $y = a^x$ относительно прямой $y = x$.

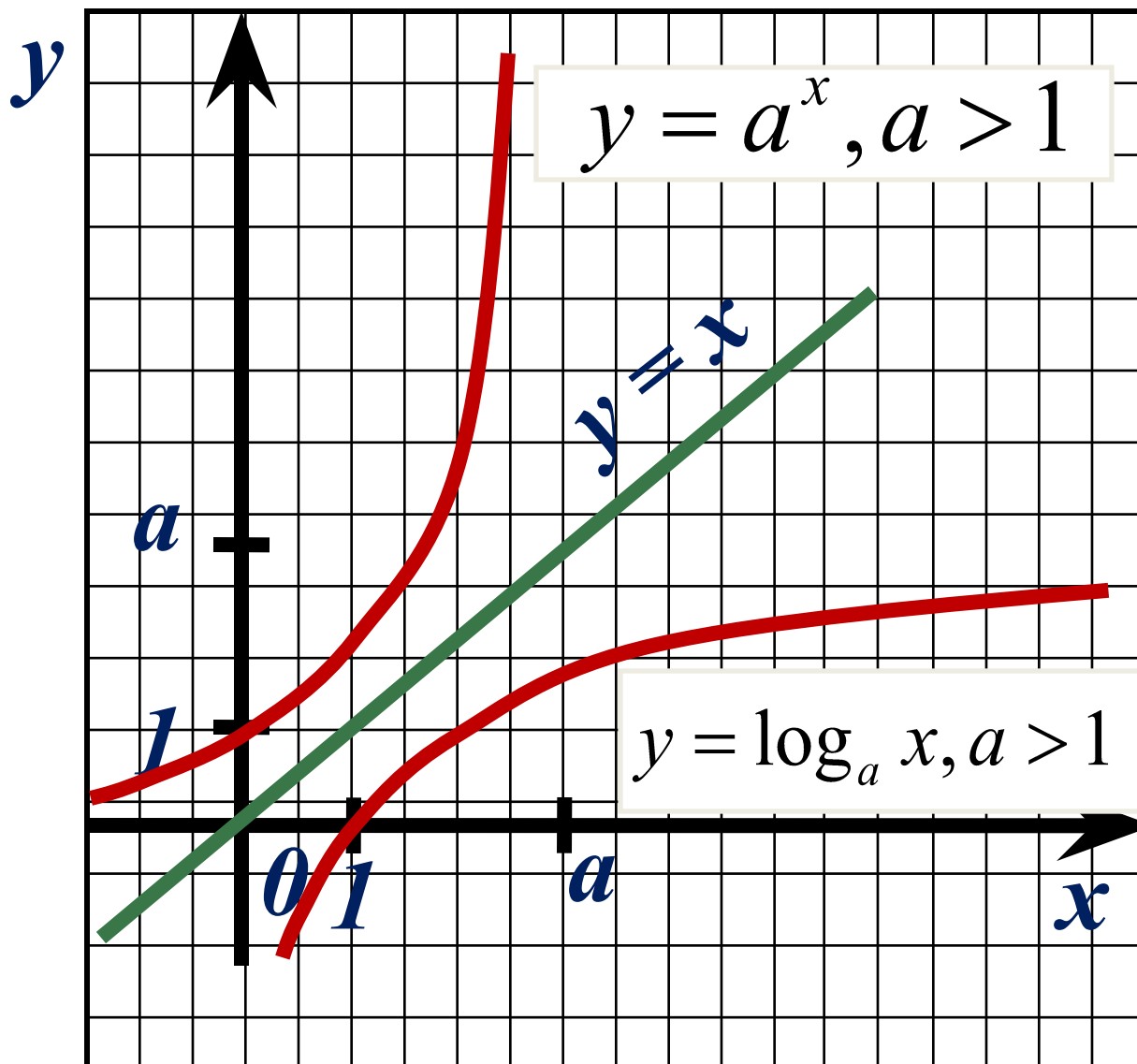
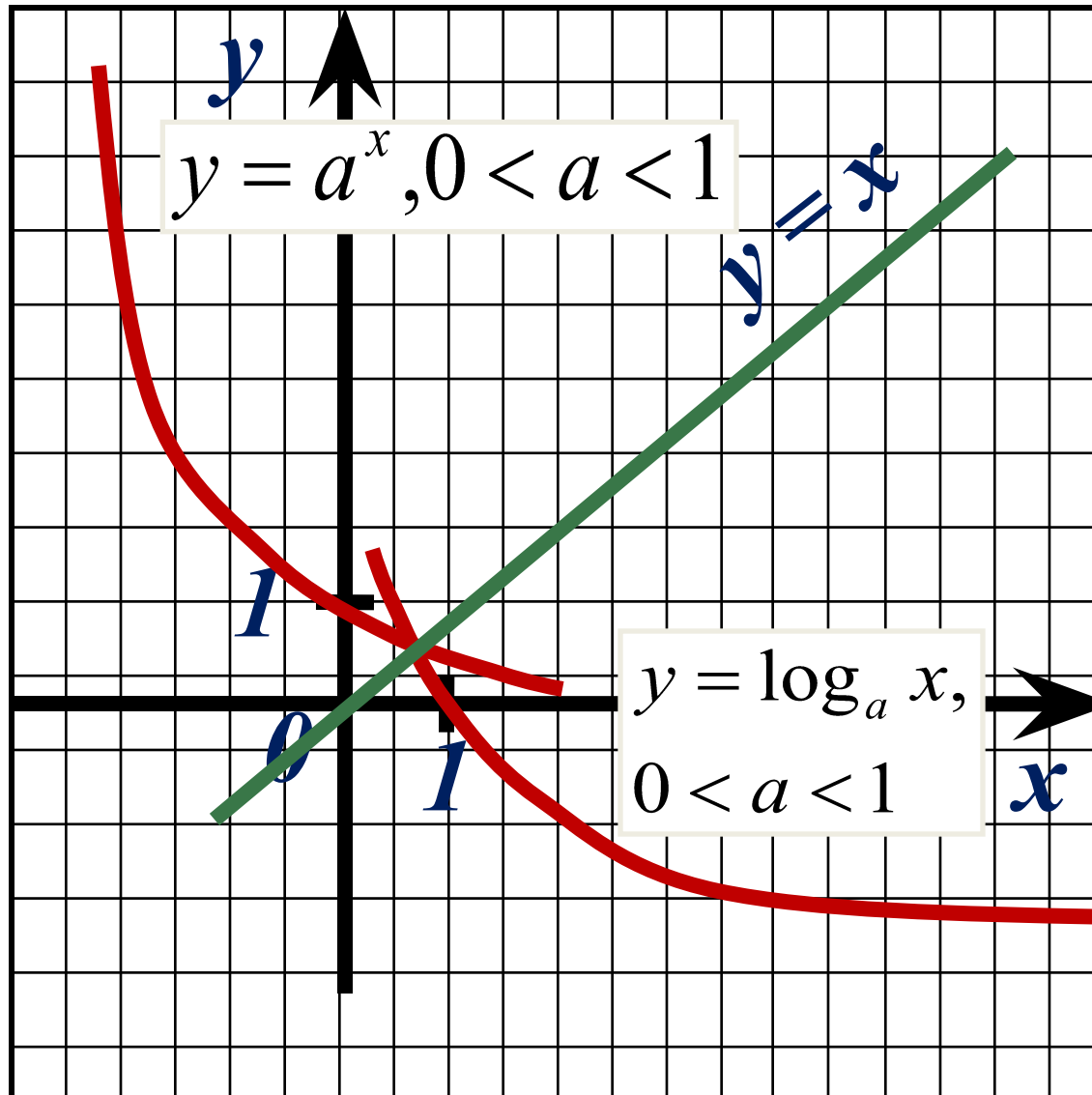


График функции $y = \log_a x$ симметричен графику функции $y = a^x$ относительно прямой $y = x$.



Постройте графики функций:

1 вариант

$$y = \log_2 x$$

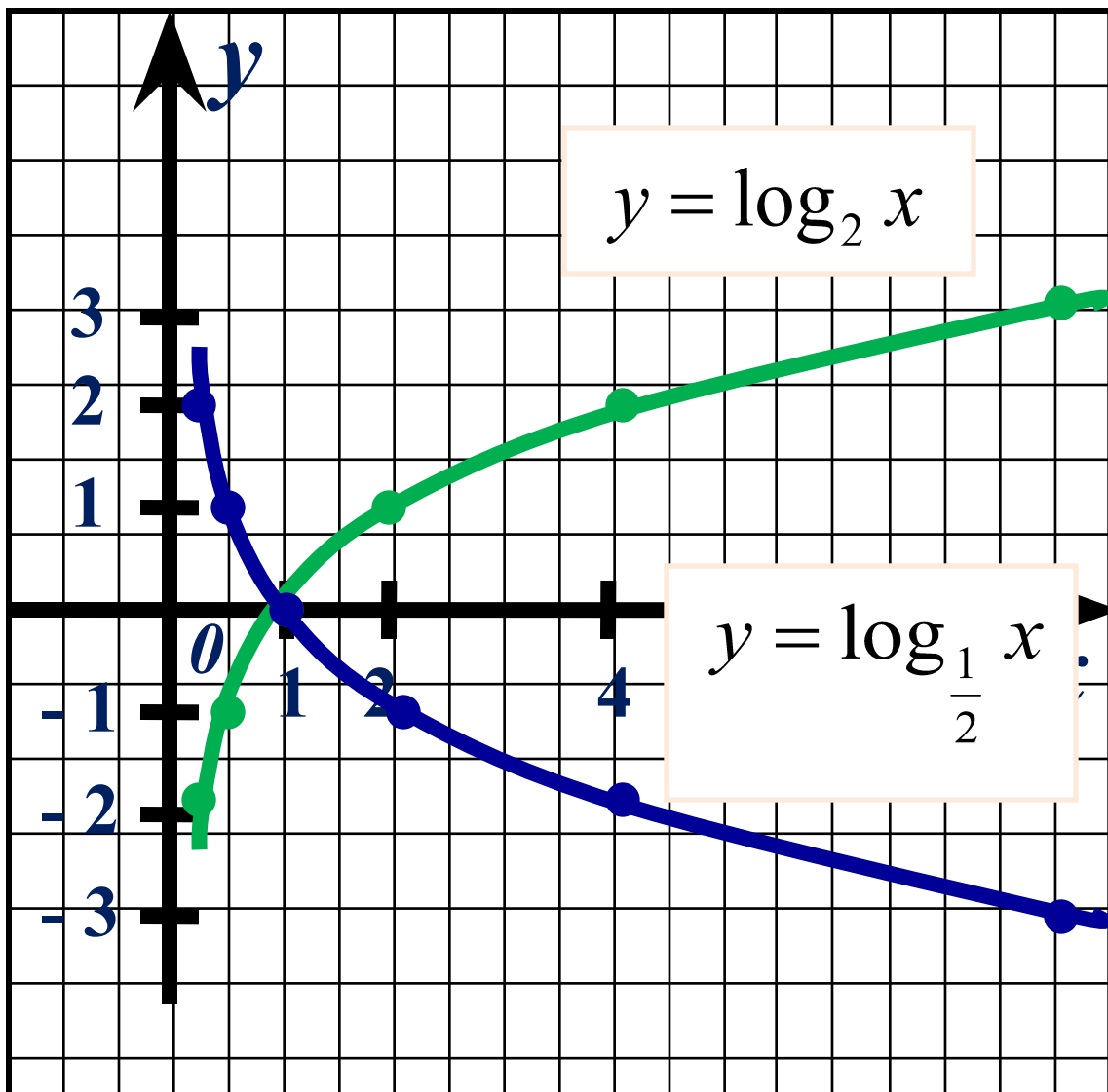
2 вариант

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

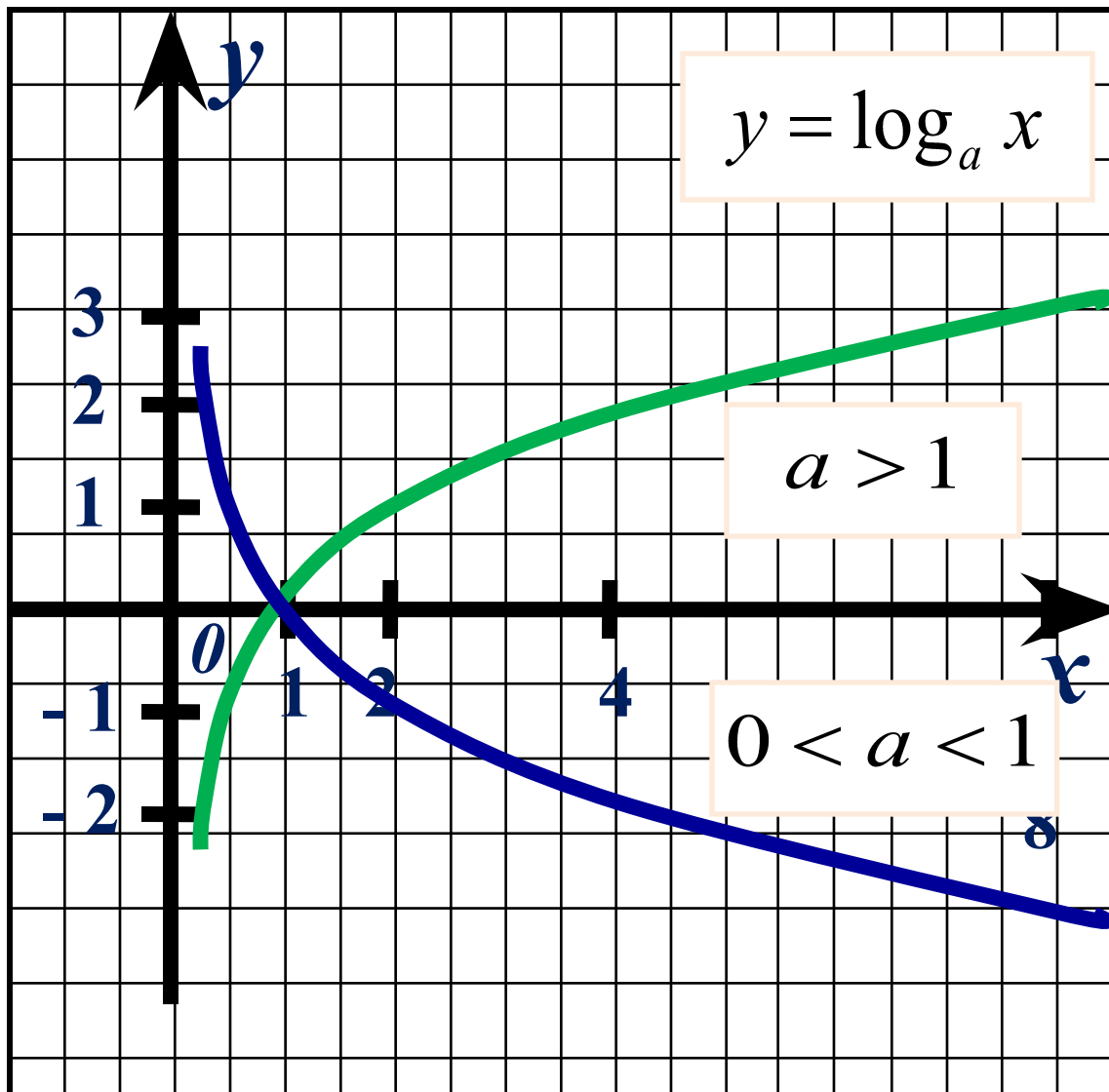
x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2	-3

Проверка:



*График
логарифмической
функции
называют
логарифмической
кривой.*

График функции $y = \log_a x$.



Опишите свойства
логарифмической
функции.

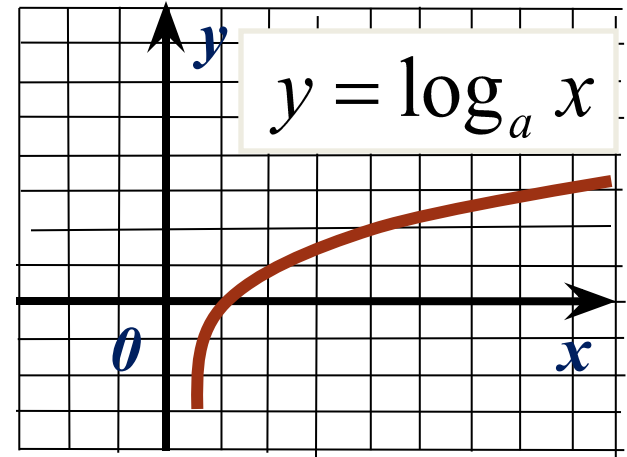
1 вариант:
при $a > 1$

2 вариант:
при $0 < a < 1$



Свойства функции $y = \log_a x, a > 1$.

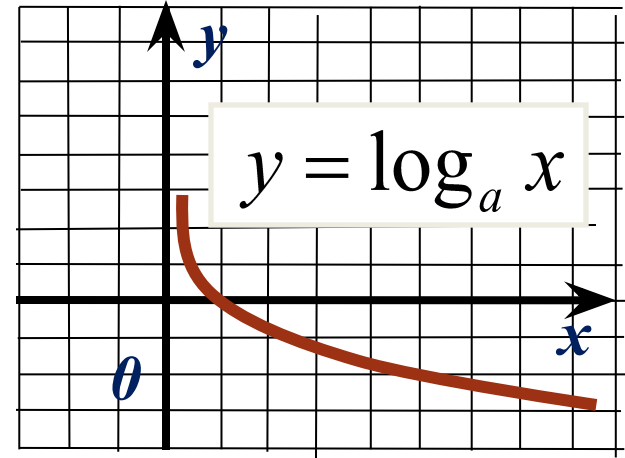
- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) возрастает на $(0, +\infty)$;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;*
- 8) выпукла вверх.*





Свойства функции $y = \log_a x$, $0 < a < 1$.

- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) убывает на $(0, +\infty)$;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;*
- 8) выпукла вниз.*





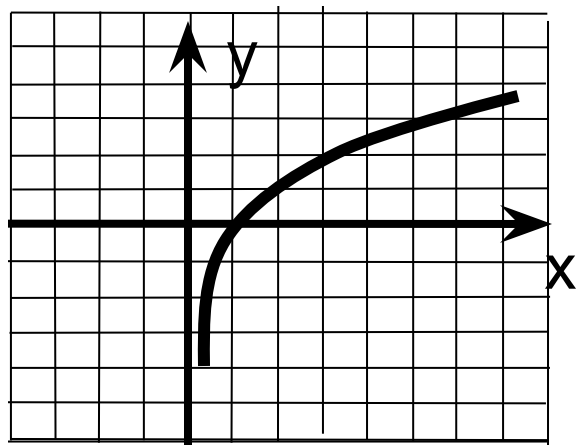
Основные свойства логарифмической функции

<i>№</i>	<i>$a > 1$</i>	<i>$0 < a < 1$</i>
<i>1</i>	<i>$D(f) = (0, +\infty)$</i>	
<i>2</i>	<i>не является ни чётной, ни нечётной;</i>	
<i>3</i>	<i>возрастает на $(0, +\infty)$</i>	<i>убывает на $(0, +\infty)$</i>
<i>4</i>	<i>не ограничена сверху, не ограничена снизу</i>	
<i>5</i>	<i>не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений</i>	
<i>6</i>	<i>непрерывна</i>	
<i>7</i>	<i>$E(f) = (-\infty, +\infty)$</i>	
<i>8</i>	<i>выпукла вверх</i>	<i>выпукла вниз</i>

Задание №1

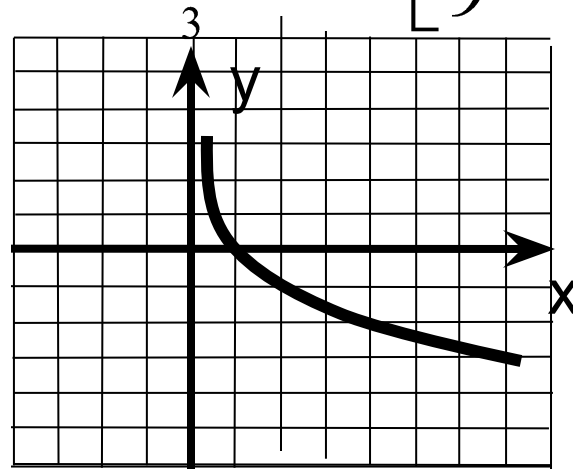
Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

$$y = \lg x, x \in [1, 1000]$$



Функция возрастает,
значит: $y_{\text{наим.}} = \lg 1 = 0$
 $y_{\text{наиб.}} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$

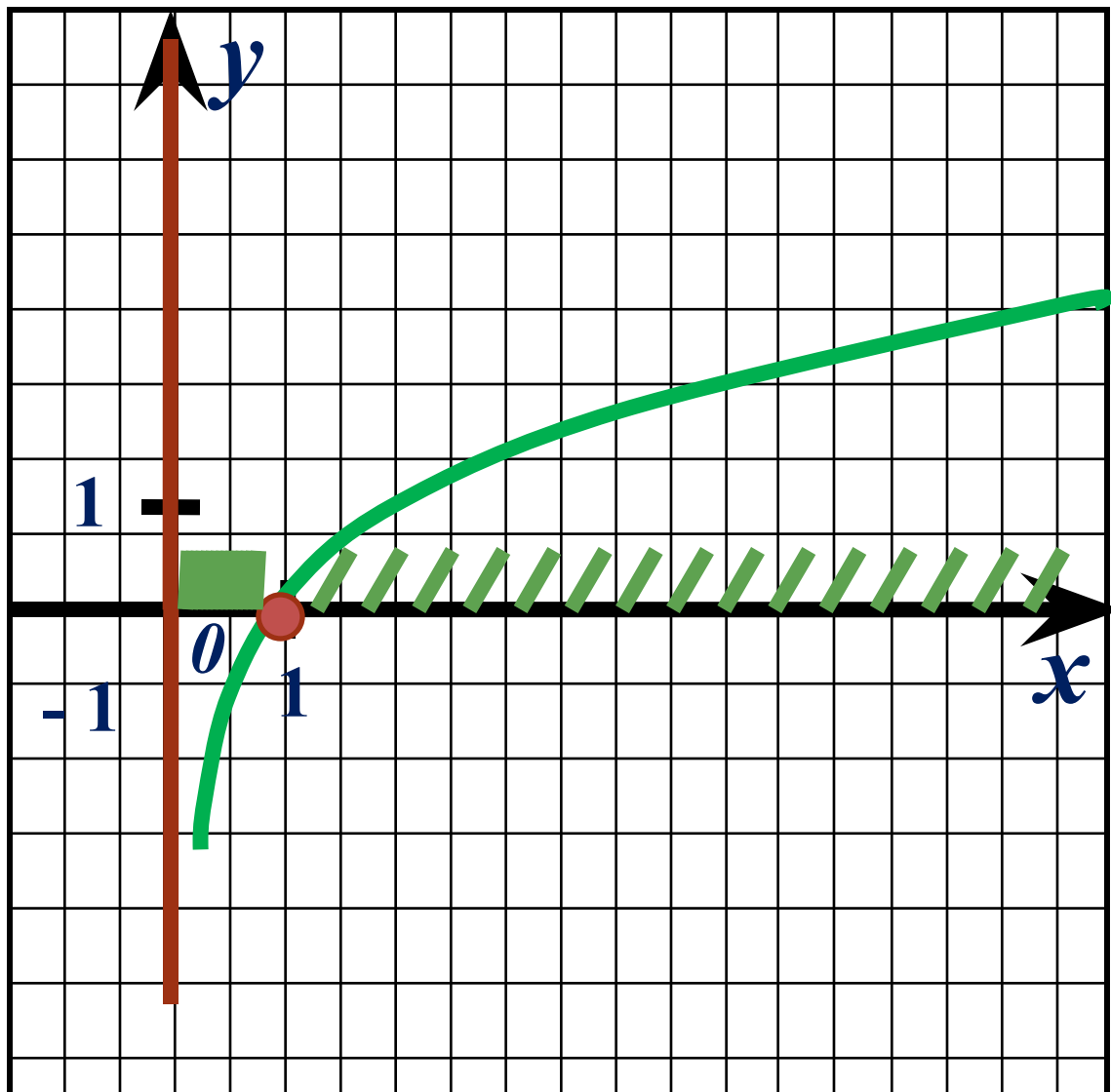
$$y = \log_{\frac{1}{3}} x, x \in \left[\frac{1}{9}, 27 \right]$$



Функция убывает,
значит: $y_{\text{наим.}} = -3$
 $y_{\text{наиб.}} = 2$

Задание №2

Решите уравнение и неравенства:



$$\log_5 x = 0$$

Ответ: $x = 1$

$$\log_5 x > 0$$

Ответ: $x > 1$

$$\log_5 x < 0$$

Ответ: $0 < x < 1$

Самостоятельно:

Решите уравнение и неравенства:

$$\log_{\frac{2}{5}} x = 0$$

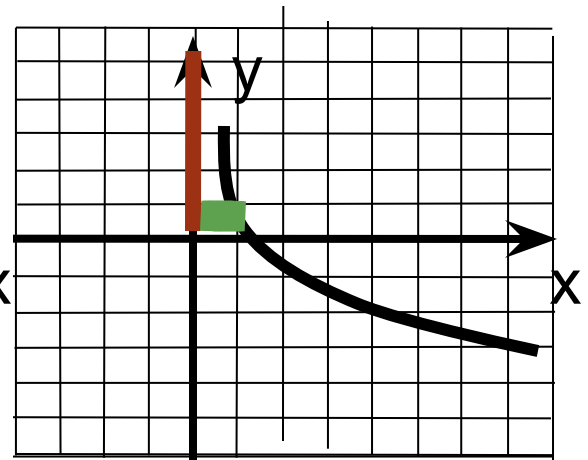
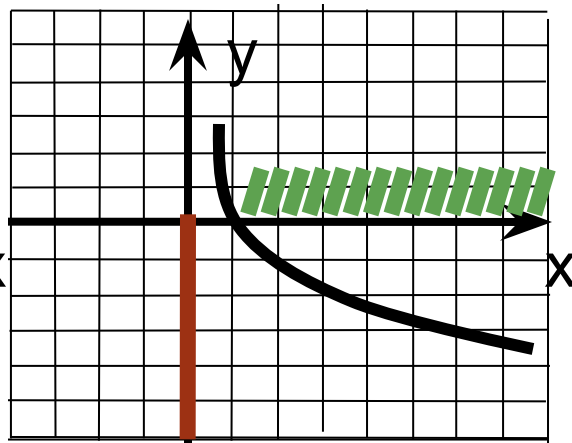
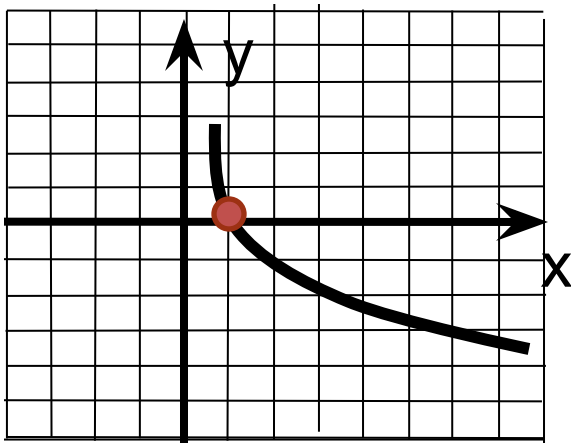
$$\log_{\frac{2}{5}} x < 0$$

$$\log_{\frac{2}{5}} x > 0$$

Ответ: $x = 1$

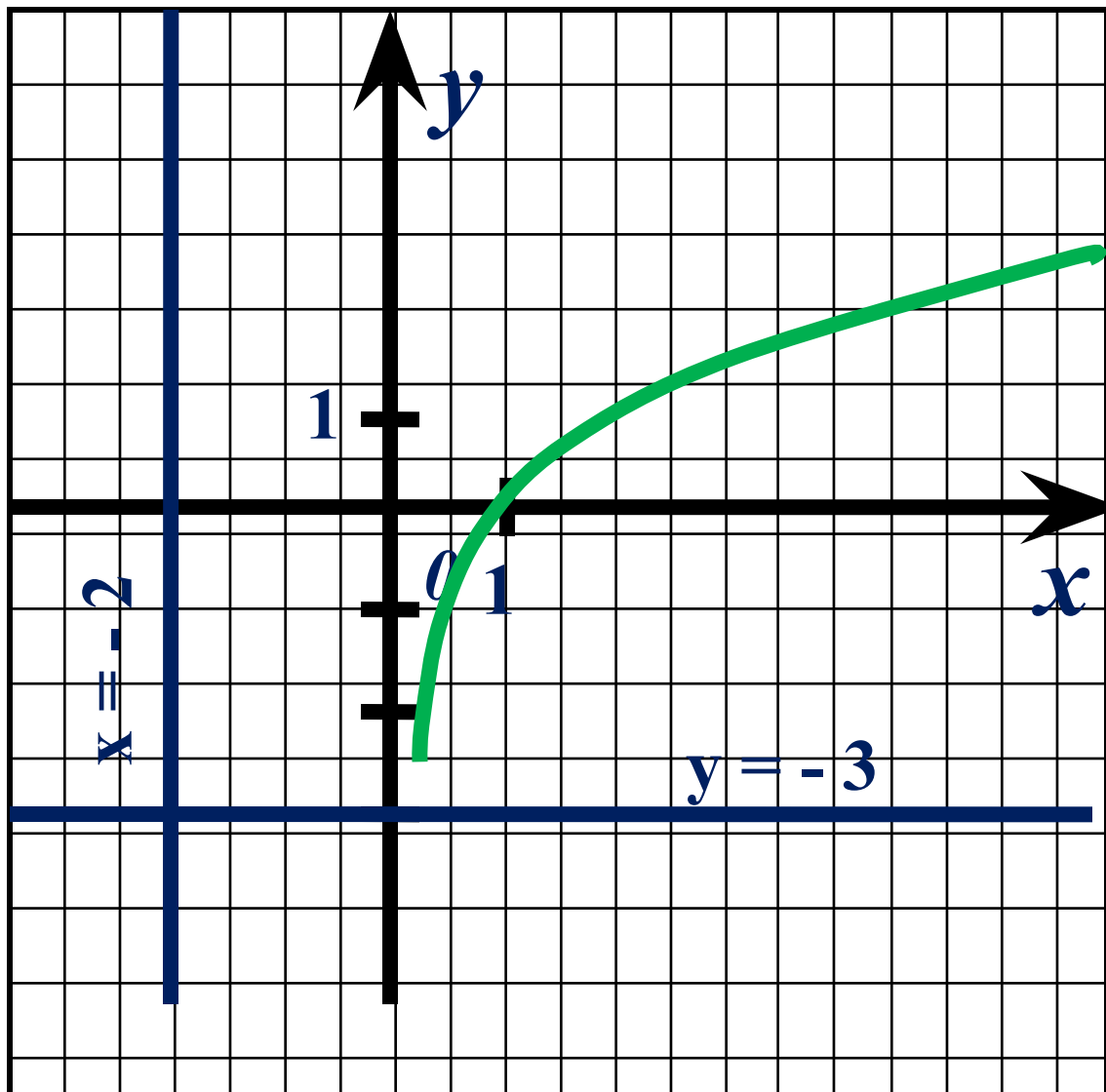
Ответ: $x > 1$

Ответ: $0 < x < 1$



Задание №3

Постройте графики функций: $y = \log_2(x + 2) - 3$



Самостоятельно.

$$y = \log_2(-x)$$

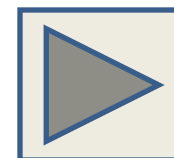
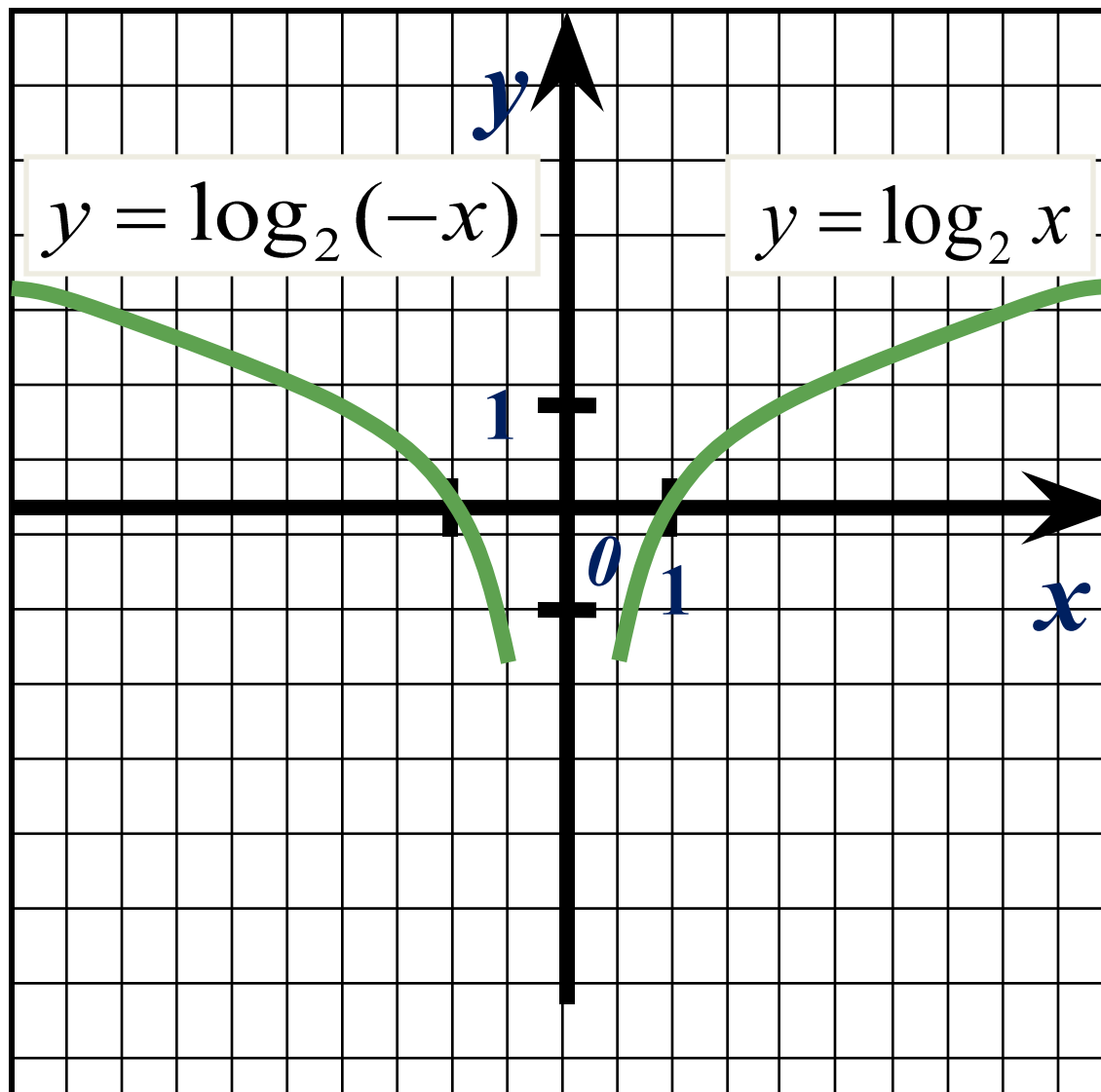
Проверить!

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

Проверить!

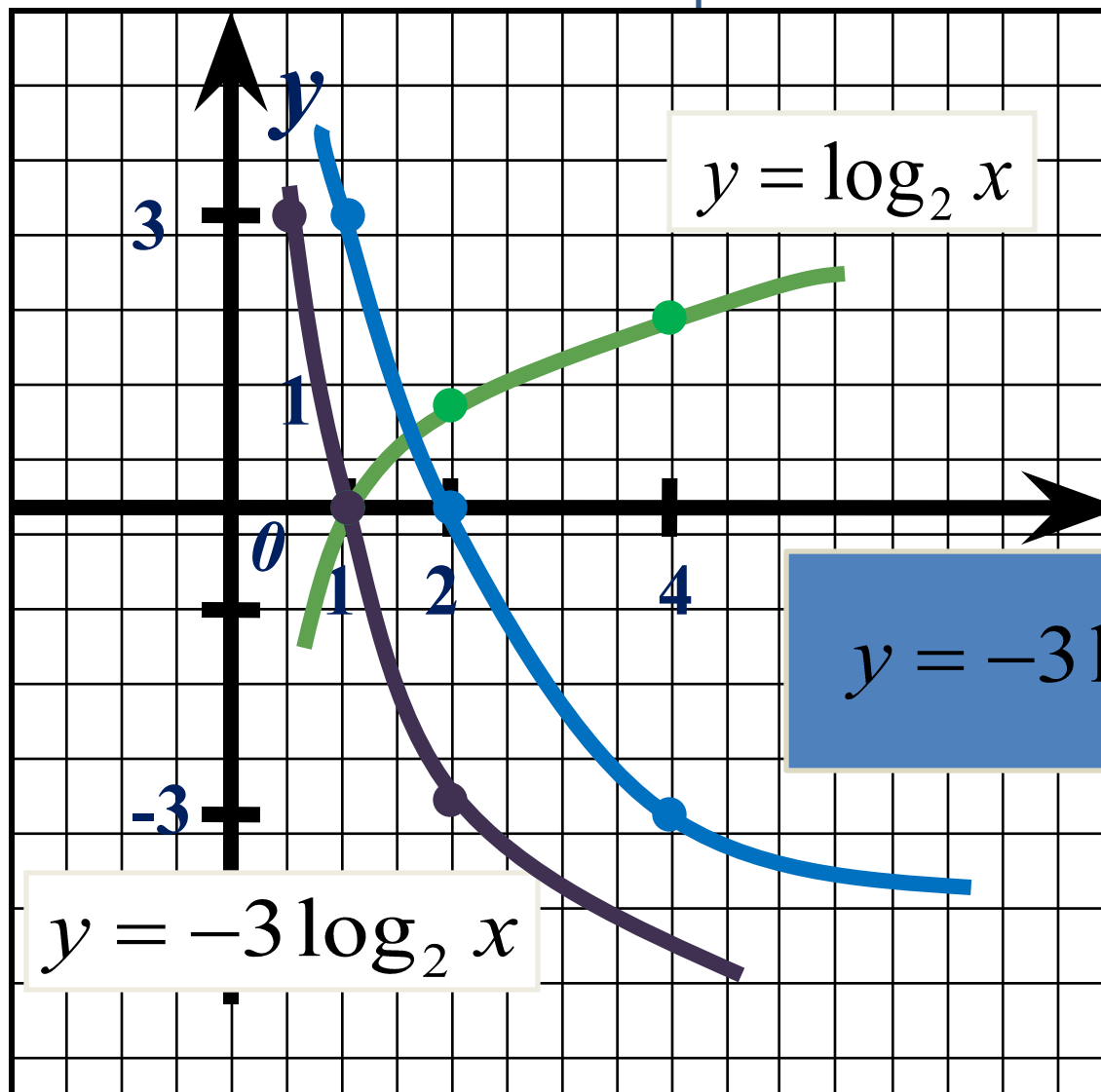
Проверка:

$$y = \log_2(-x)$$



Проверка:

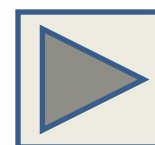
$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$



$$y = \log_2 x$$

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

$$y = -3 \log_2 x$$





Блиц - опрос.

Отвечать только «да» или «нет»

- ✓ Ось y является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции.*
- ✓ Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.*
- ✓ Область определения логарифмической функции – вся числовая прямая, а область значений этой функции – промежуток $(0, +\infty)$.*
- ✓ Монотонность логарифмической функции зависит от основания логарифма.*
- ✓ Не каждый график логарифмической функции проходит через точку с координатами $(1; 0)$.*



Блиц - опрос.

Отвечать только «да» или «нет»

- ✓ **Логарифмическая кривая это та же экспонента, только по - другому расположенная в координатной плоскости.**
- ✓ **Выпуклость логарифмической функции не зависит от основания логарифма.**
- ✓ **Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной.**
- ✓ **Логарифмическая функция имеет наибольшее значение и не имеет наименьшего значения при $a > 1$ и наоборот при $0 < a < 1$.**

Проверка: Да, да, нет, да, нет, да, нет, да, нет

Домашнее задание

- П.15
- № 18 (аб)
- № 19 (аб)
- № 38 (а)