# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

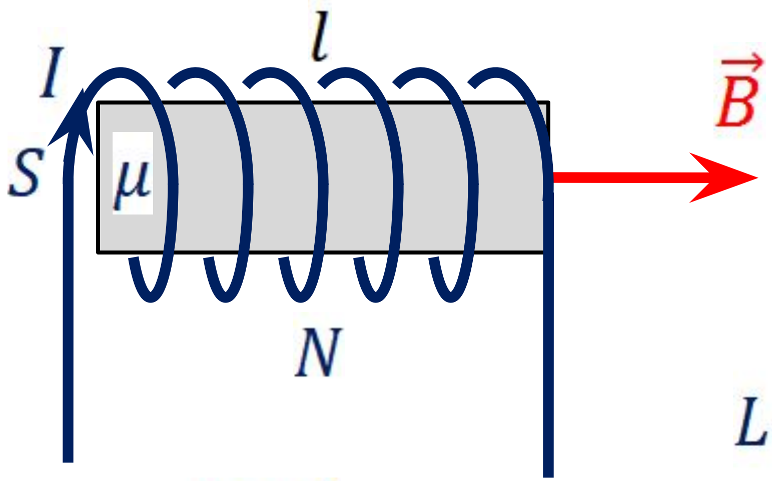
## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

# Содержание

- Индуктивность.
- Явление самоиндукции.
- Ток при замыкании и при размыкании цепи.
- Энергия магнитного поля.
- Генерирование вихревого магнитного поля переменным электрическим полем . Уравнение Максвелла. Ток смещения.
- Система уравнений Максвелла. Электромагнитное поле.
- Волновое уравнение. Электромагнитная волна.

# Индуктивность

$$B = \frac{\mu\mu_0 IN}{l}$$




$$\Phi_m \sim I$$

$$\Phi_m = LI$$

$$L = \frac{\Phi_m}{I}, \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Гн}$$

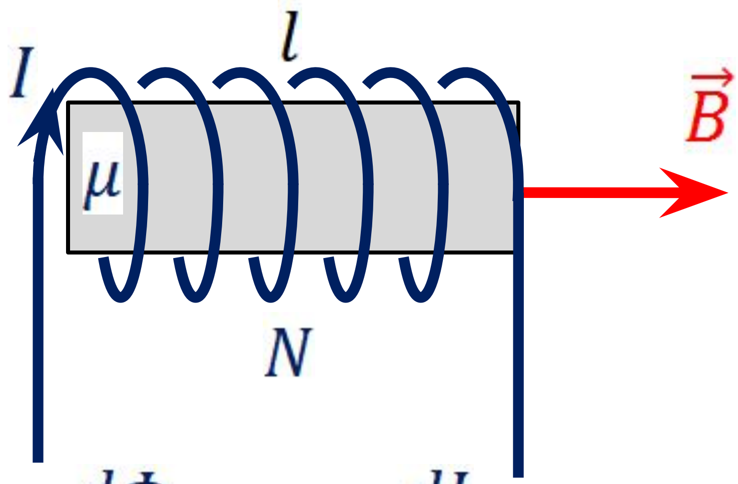
$$\Phi_m = NBS = \frac{\mu\mu_0 ISN^2}{l}$$

$$\mu = f(H)$$

$$\boxed{L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu\mu_0 SN^2}{l}}$$

# Явление самоиндукции

≠

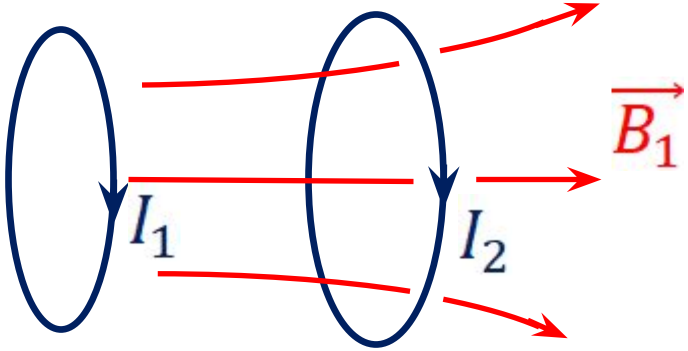



$$\Phi_m = LI$$

$$\mathcal{E}_S = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_S = -L\frac{dI}{dt}}$$

# Взаимная индукция



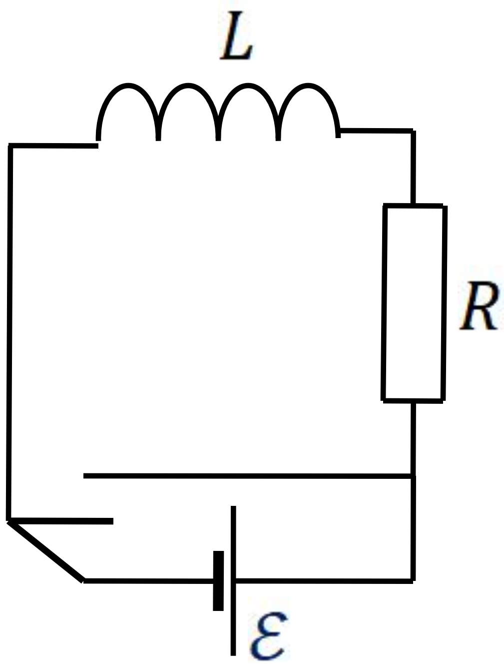

$$\Phi_{m2} = L_{21} I_1$$

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Phi_{m1} = L_{12} I_2 \qquad \mathcal{E}_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$L_{12} = L_{21} \text{ при } \mu = 1$$

# Ток при замыкании цепи




$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_S \qquad IR = \mathcal{E} - L\frac{dI}{dt}$$

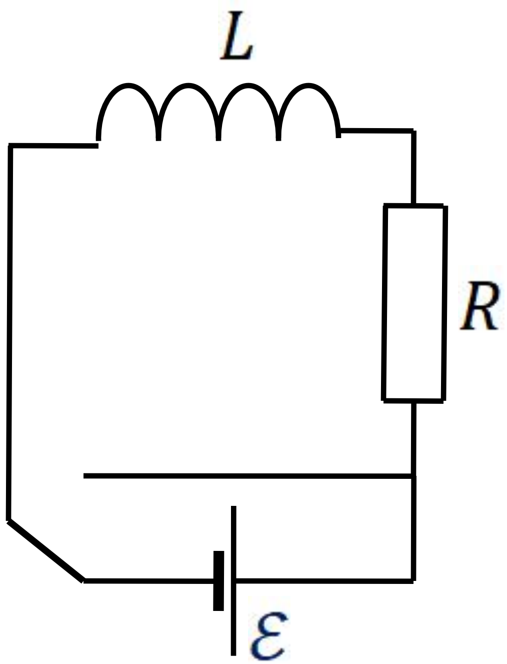
$$L\frac{dI}{dt} = \mathcal{E} - IR \qquad \frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \frac{dt}{L}$$

$$\int_0^I \frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R} ln(\mathcal{E} - IR)|_0^I = \frac{t}{L}$$

$$ln\frac{\mathcal{E} - IR}{\mathcal{E}} = -\frac{Rt}{L}$$

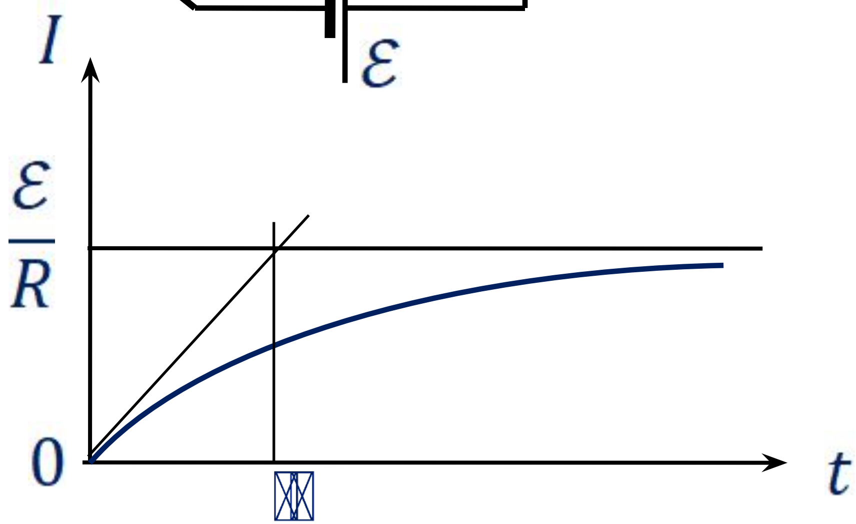
# Ток при замыкании цепи




$$\ln\frac{\mathcal{E}-IR}{\mathcal{E}} = -\frac{Rt}{L}$$

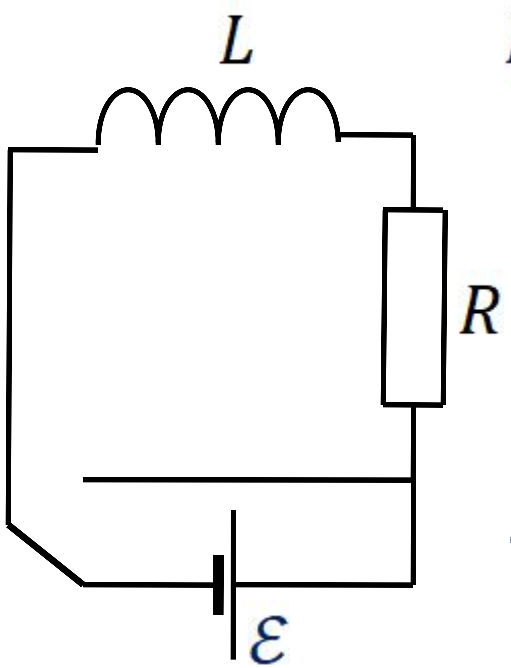
$$\mathcal{E}-IR = \mathcal{E}e^{-Rt/L}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)$$




[illegible] = [illegible]/[illegible] , (В [illegible]с [illegible]А)/(А [illegible]В) = с.

# Ток при замыкании цепи




$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

$R = 1$ Ом, $L = 10^{-3}$ Гн.

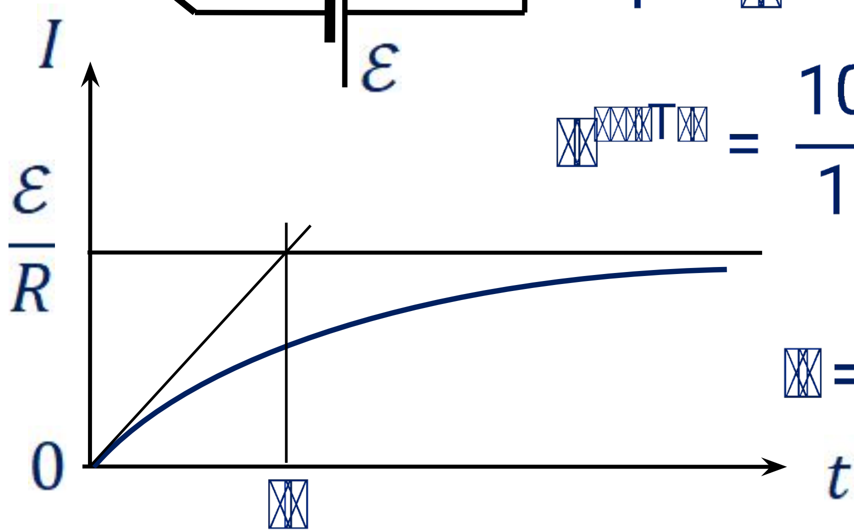
$\tau = L/R = 10^{-3}$ с.

$I = 0,99 I_{max} = 0,99 \frac{\mathcal{E}}{R}$

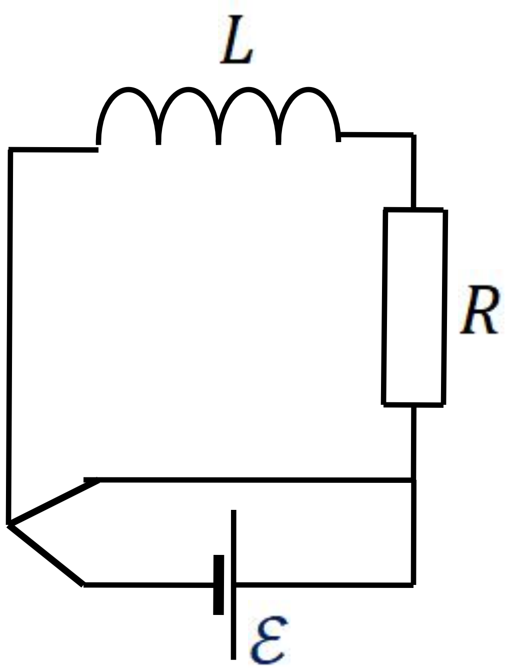
$1 - e^{-Rt/L} = 0,99$ $\quad e^{-Rt/L} = 0,11$

$e^{Rt/L} = \frac{100}{11} = 9,1$ $\quad \frac{Rt}{L} = \ln 9,1 = 2,21$

$t = \frac{2,21 L}{R} = \frac{2,21 \cdot 10^{-3}}{1} = 2,2$мс.



# Ток при размыкании цепи



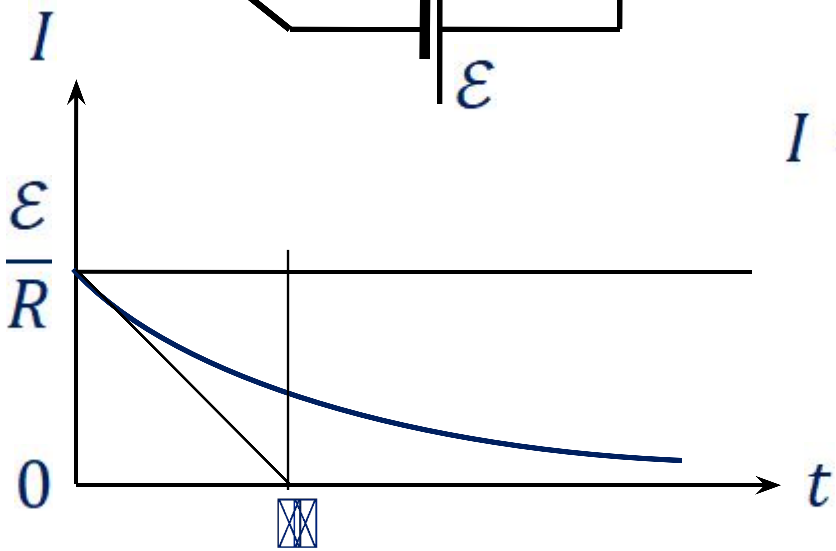

$$IR = -L\frac{dI}{dt} \qquad \frac{dI}{I} = -\frac{Rdt}{L}$$

$$\int \frac{dI}{I} = -\int \frac{Rdt}{L}$$

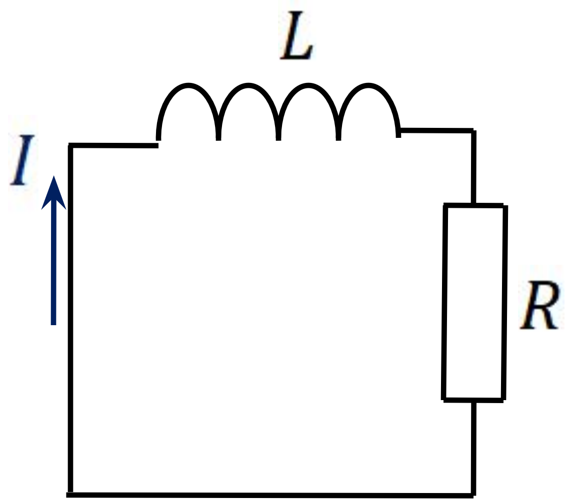
$$lnI = -\frac{Rt}{L} + const$$

$$lnI = -\frac{Rt}{L} + ln\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-Rt/L}$$



# Ток при размыкании цепи




$$\delta A = \mathcal{E}_S I dt = -L\frac{dI}{dt} I dt = -LIdI$$

$$A = Q = W$$

$$W = -\int_I^0 LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

$$\boxed{W = \frac{LI^2}{2}}$$

# Энергия проводников с током

$$\boxed{W = \frac{LI^2}{2}}$$

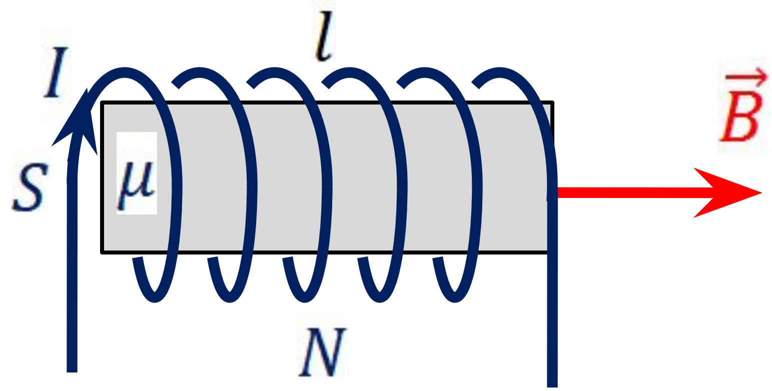
$$\boxed{W_{12} = L_{12} I_1 I_2}$$

# Энергия магнитного поля

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I N}{l}$$

$$I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N}$$




$$W = W_m$$

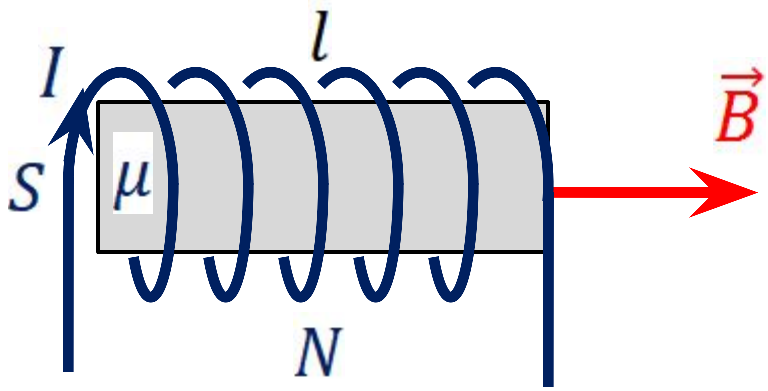
$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

$$W_m = \frac{\mu\mu_0 N^2 S B^2 l^2}{2l(\mu\mu_0)^2 N^2} = \frac{B^2 S l}{2\mu\mu_0} = \frac{B^2 V}{2\mu\mu_0}$$

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

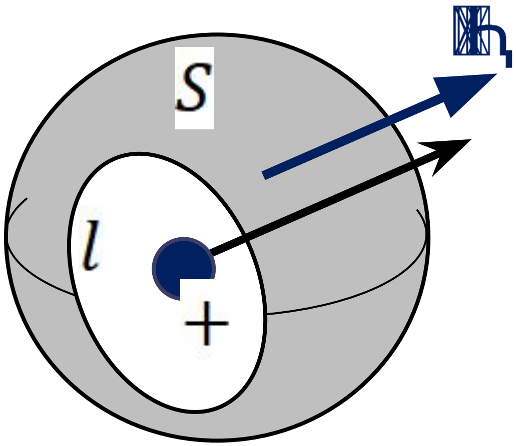
$$B = \mu\mu_0 H$$

# Энергия магнитного поля




$$\boxed{w_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}}$$

# Уравнение Максвелла




$$\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot\vec{dS}$$

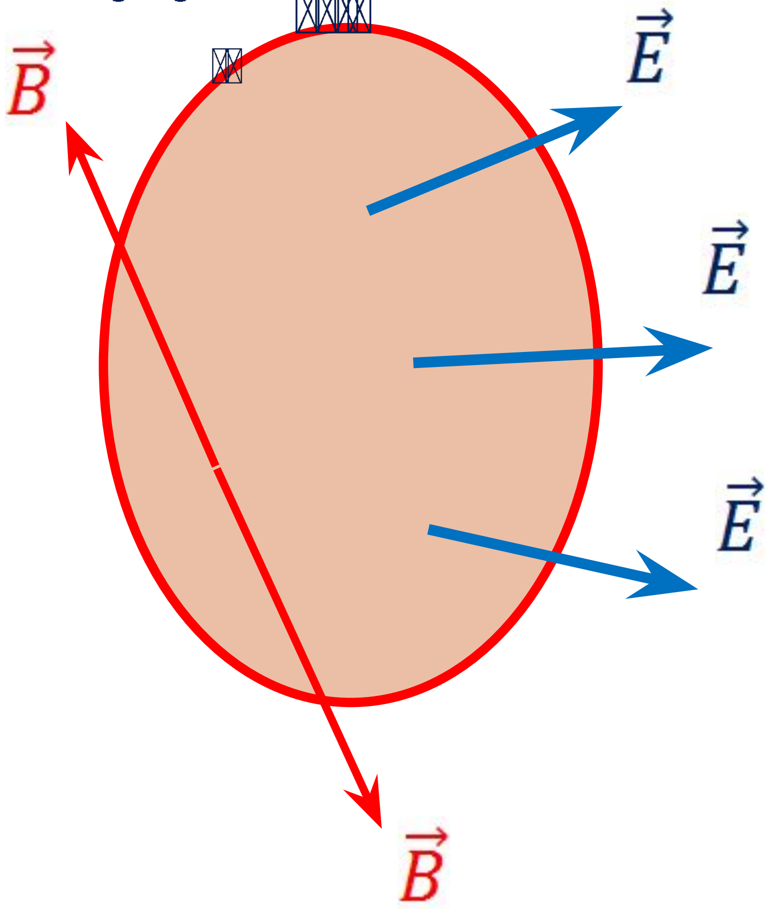
$$0 = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot\vec{dS} \Rightarrow \vec{j} = \vec{0}$$

*Не может быть!*

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot\vec{dS} + \mu_0\varepsilon_0 \int_S \frac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}\cdot\vec{dS}}$$

[illegible] > 0 [illegible] [illegible]/[illegible] < 0

# Электромагнитное поле

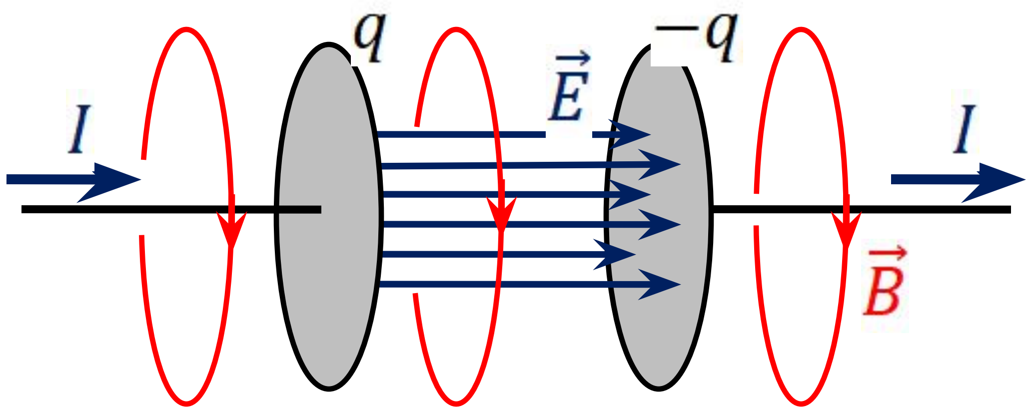



$$\vec{B} \perp \vec{E}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} > 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} < 0$$

# Ток смещения




[illegible]

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

$$dq = I dt$$

$$dE = \frac{dq}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{I dt}{\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad \frac{dE}{dt} = \frac{I}{\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = j_{см}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E = D$$

$$\frac{1}{[illegible]_0}\frac{[illegible]}{[illegible]} = \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

$$\boxed{\vec{j}_{см} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

$$[illegible]_{см} = [illegible]_0 \frac{[illegible]}{[illegible]} = \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

# Система уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \oint\limits_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \int\limits_V \rho dV \\ \oint\limits_l \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\int\limits_S \dfrac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{dS} \\ \oint\limits_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0 \\ \oint\limits_l \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \int\limits_S \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS} + \mu_0 \varepsilon_0 \int\limits_S \dfrac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{dS} \end{cases}$$

# Система уравнений Максвелла

$$
\begin{cases}
\oint\limits_S \vec{D}\cdot\overrightarrow{dS} = \int\limits_V \rho_{\text{стор}}\,dV \\
\oint\limits_l \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl} = -\int\limits_S \overrightarrow{\frac{\partial B}{\partial t}}\cdot\overrightarrow{dS} \\
\oint\limits_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = 0 \\
\oint\limits_l \vec{H}\cdot\overrightarrow{dl} = \int\limits_S \vec{j}_{\text{стор}}\cdot\overrightarrow{dS} + \int\limits_S \overrightarrow{\frac{\partial D}{\partial t}}\cdot\overrightarrow{dS}
\end{cases}
$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

# Система уравнений Максвелла

$$\begin{cases}
\oint\limits_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho\, dV \\
\oint\limits_l \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl} = -\int\limits_S \dfrac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t}\cdot\overrightarrow{dS} \\
\oint\limits_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = 0 \\
\oint\limits_l \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \mu_0\int\limits_S \vec{j}\cdot\overrightarrow{dS} + \mu_0\varepsilon_0\int\limits_S \dfrac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}\cdot\overrightarrow{dS}
\end{cases}$$

# Система уравнений Максвелла

# Система уравнений Максвелла

$$\begin{cases} div\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \\ rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} div\vec{D} = \rho_{\text{стор}} \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \\ rot\vec{H} = \vec{j}_{\text{стор}} + \dfrac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

# Электромагнитное поле

Источником электрического поля является не только электрический заряд, но и переменное магнитное поле.

Источником магнитного поля является не только движущийся электрический заряд, но и переменное электрическое поле .

# Электромагнитное поле

Переменное магнитное поле создает в пространстве вихревое электрическое поле.

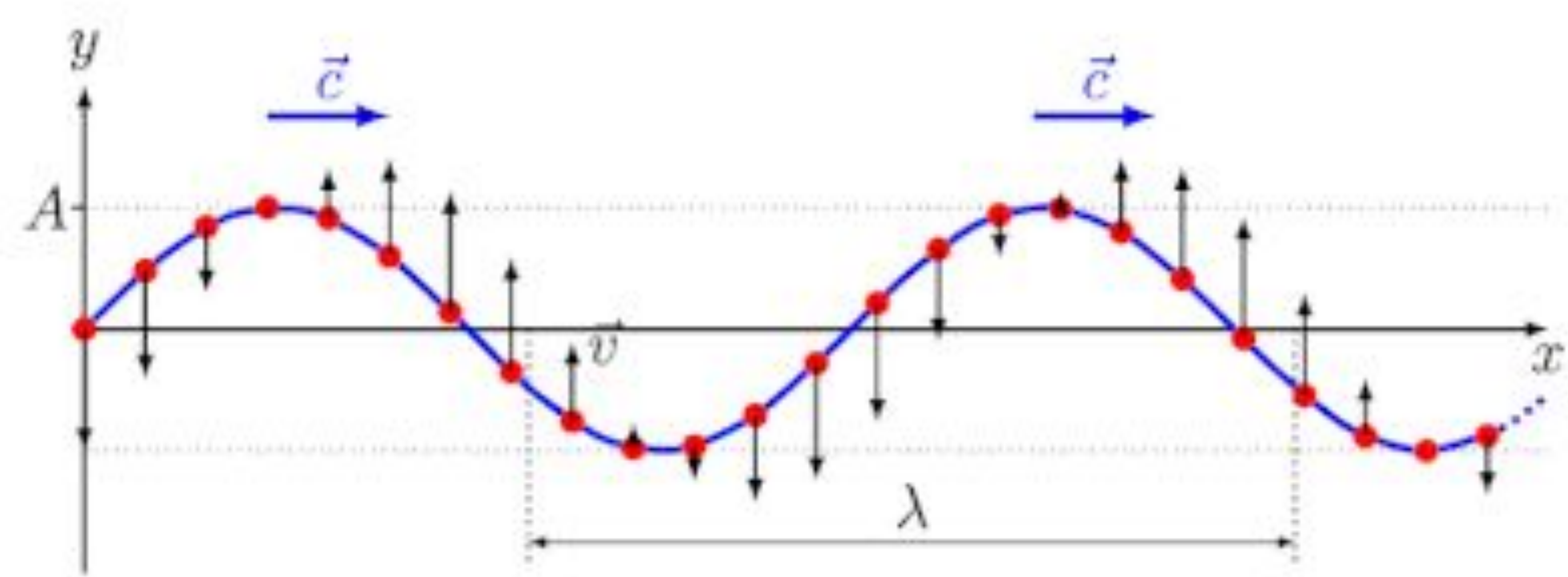
Переменное электрическое поле создает в пространстве вихревое магнитное поле .

# Электромагнитная волна

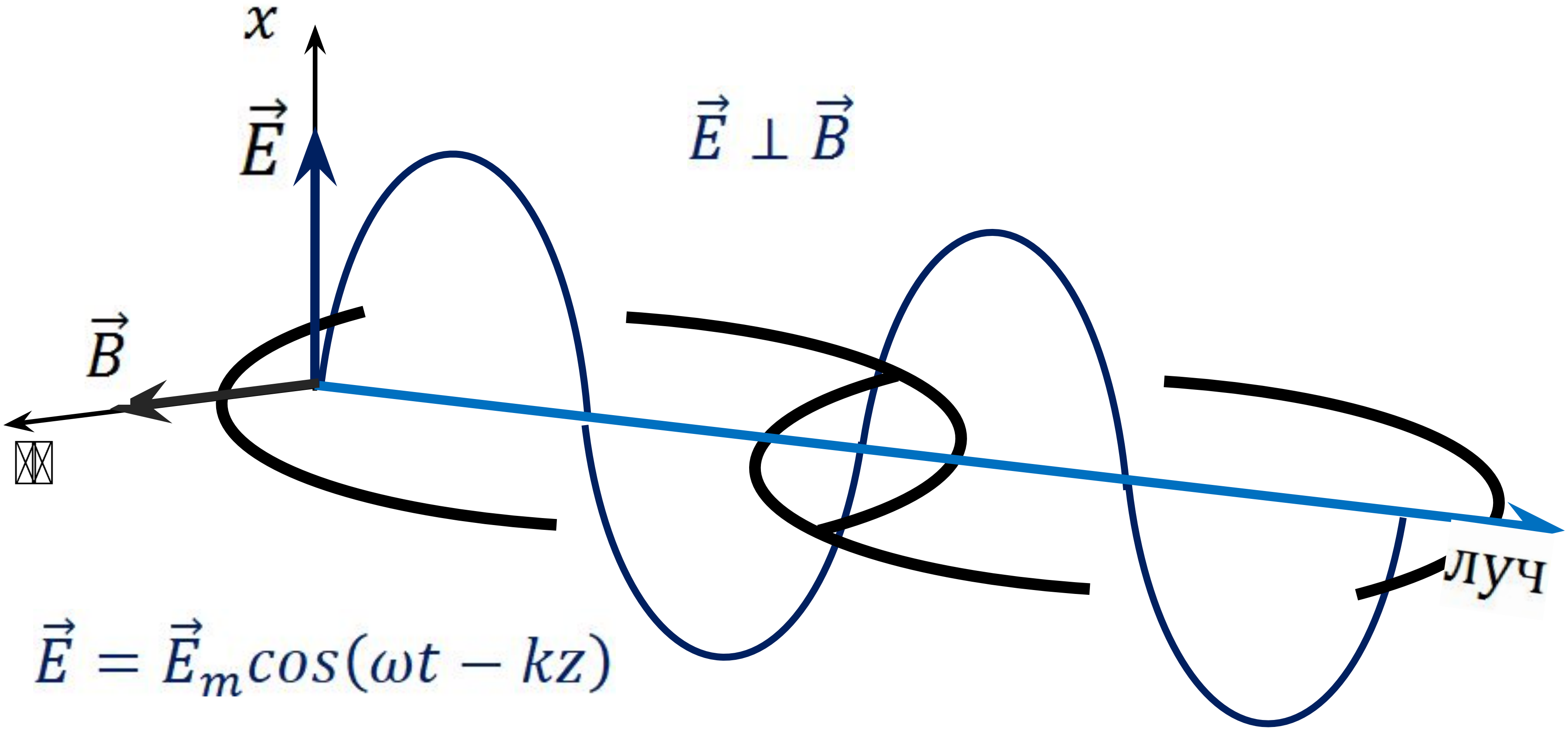
**Если электрическое и магнитное поля периодически изменяются, то они, порождая друг друга, распространяются в пространстве в виде электромагнитной волны.**

$$c = 3{,}0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

# Волна



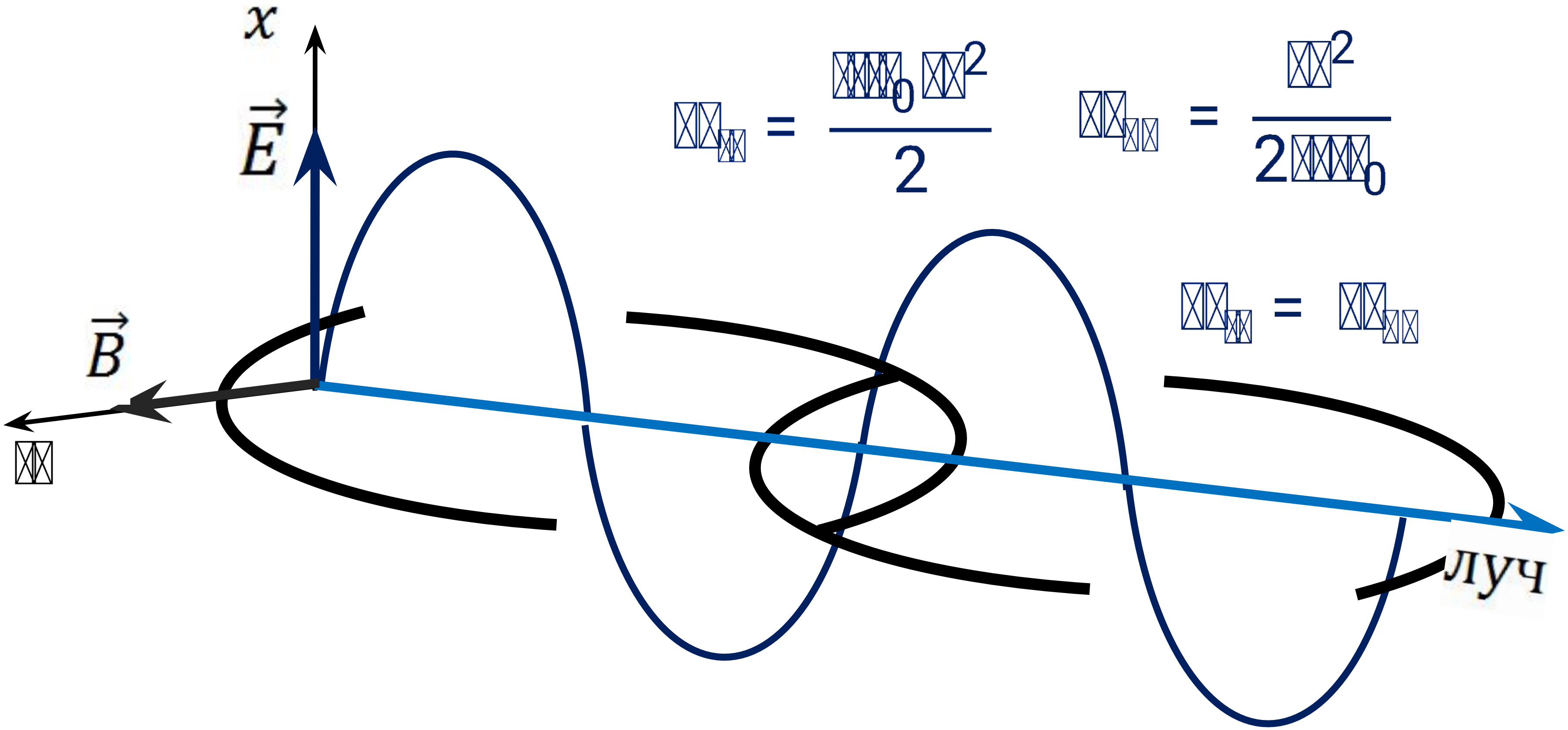
# Электромагнитная волна




$$\vec{E} = \vec{E}_m cos(\omega t - kz)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m cos(\omega t - kz)$$

# Электромагнитная волна




*Плотность потока энергии в вакууме*

$$\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

# Дивергенция вектора

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} \quad \frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$div\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

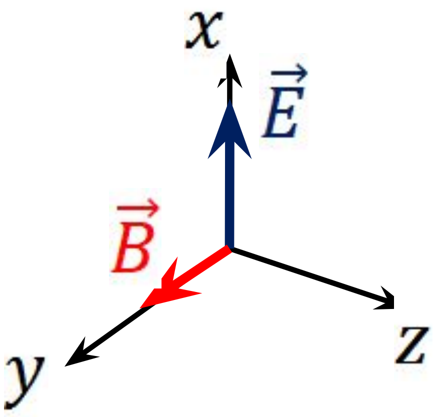
$$div\vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

# Ротор вектора

$$rot\vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

$$rot\vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

# Плоская волна в вакууме




[illegible] $= 0$

[illegible] $= 0$

$$\vec{E} \parallel \overrightarrow{0x}, E_x = f_1(z)$$

$$\vec{B} \parallel \overrightarrow{0y}, B_y = f_2(z)$$

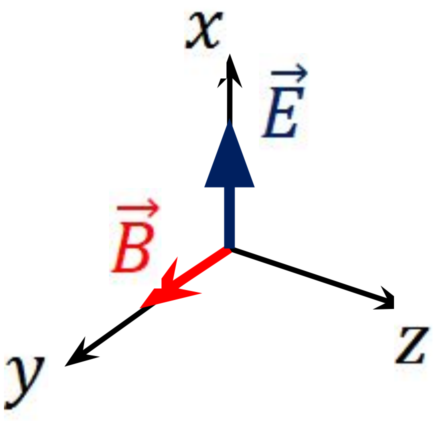
[illegible] $= 0$

[illegible] $= -\dfrac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$

[illegible] $= 0$

[illegible] $=$ [illegible]$_0$ [illegible]$_0$ $\dfrac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$

# Плоская волна в вакууме




[illegible] $= 0$

[illegible] $= 0$

$$\vec{E} \parallel \overrightarrow{0x}, E_x = f_1(z)$$

$$\vec{B} \parallel \overrightarrow{0y}, B_y = f_2(z)$$

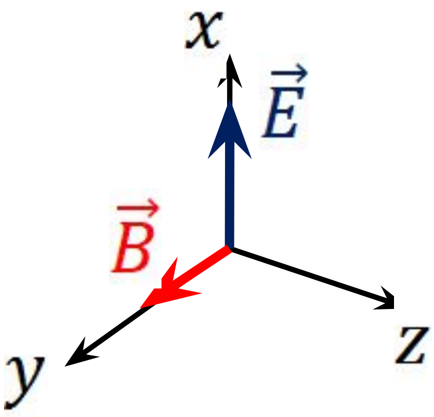
[illegible] = [illegible] 0 − 0 [illegible] + [illegible] $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ − 0 [illegible] + [illegible] 0 − 0 [illegible] = $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ [illegible]

$$rot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial z}\vec{j}$$

$$rot\vec{E} = -\overrightarrow{\frac{\partial B}{\partial t}}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

# Плоская волна в вакууме




[illegible] $= 0$

[illegible] $= 0$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{0x}, E_x = f_1(z)$

$\vec{B} \parallel \overrightarrow{0y}, B_y = f_2(z)$

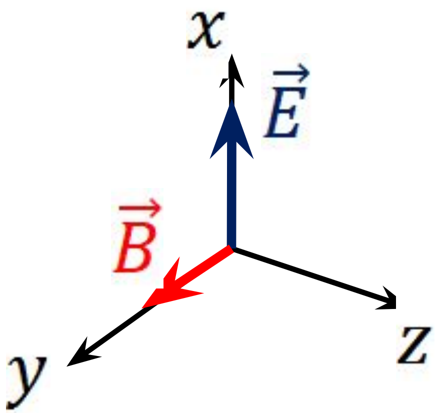
[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

# Волновое уравнение




$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 B_y}{\partial t dz}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial t dz} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}}$$

# Волновое уравнение

*Вдоль оси $x$*

# Волновое уравнение

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

$$\xi = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) \qquad \varphi = \omega t - kx + \varphi_0$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

# Волновое уравнение

# Волновое уравнение