Урок №8

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПЕРЕСТАНОВОК ИЗ *N ЭЛЕМЕНТОВ, СОЧЕТАНИЙ И РАЗМЕЩЕНИЙ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ ПО K (K ≤ N)*

МБОУ СОШ № 167 г. Новосибирска
Учитель математики
Василева Марина Юрьевна

ЦЕЛЬ:

продолжить формирование умений находить число перестановок, сочетаний и размещений из *n элементов по k.*

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА.

Вариант 1.	Вариант 2.
Найдите значение выражения:	Найдите значение выражения:
а) $\frac{P_6 - P_4}{P_5}$; б) $\frac{A_8^4 - A_8^3}{A_7^3 - A_7^2}$;	а) $\frac{P_7 - P_5}{P_6}$; б) $\frac{A_7^3 - A_7^2}{A_8^4 - A_8^3}$;
в) $\frac{C_6^3 - C_6^2}{A_6^2}$.	в) $\frac{C_7^4 - C_7^3}{A_7^4}$.

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ.

Свойства сочетания из п элементов по k (п ≥ k)

$\boxed{C_n^k = C_n^{n-k}}$ – первое свойство;

П р и м е р: $C_6^2 = C_6^4$

$\boxed{C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k,\ k < n}$ – второе свойство;

П р и м е р: $C_{12}^{8} = C_{11}^{8} + {}_{11}^{7}$

Решаем задачи с применением формул нахождения числа перестановок, сочетаний и размещений.

№ 776

№ 777

№ 778 (а; в)

№ 779

№ 780

№ 782

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: 778(Б), № 781, № 844, № 855*(А, В)

№ 776

Р е ш е н и е

а) Фиксируем один элемент «*в*». *Количество перестановок из пяти оставшихся элементов:*

$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$

б) Фиксируем два элемента «*а*» *и* «*т*». *Количество перестановок из 4 оставшихся элементов:*

$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$

О т в е т: а) 120 анаграмм; б) 24 анаграммы.

№ 777

Решение

Мальчики и девочки должны чередоваться, то есть девочки могут сидеть только на четных местах, а мальчики только на нечетных. Поэтому девочки могут меняться местами только с девочками, а мальчики – только с мальчиками. Четырех девочек можно рассадить: $P_4 = 4! = 24$ *способами, а пятерых мальчиков* $P_5 = 5! = 120$ *способами.*

Каждый способ размещения девочек может сочетаться с каждым способом размещения мальчиков, поэтому по правилу произведения общее число способов равно: $P_4 \cdot P_5 = 24 \cdot 120 = 2880$.

О т в е т: 2880 способов.

№ 778 (а; в)

Р е ш е н и е

Выбираем три элемента из 12, порядок выбора не имеет значения (все трое идут в наряд).

а) Иванов и Петров идут в наряд, еще одного нужно выбрать из других 10 солдат; количество способов выбора: = 10. C_{10}^{1}

в) Иванов идет в наряд, а Петров остается. Еще двоих, идущих в наряд с Ивановым, нужно выбрать из других 10 солдат (Иванова и Петрова не считаем); количество способов: $C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 45$

.

О т в е т: а) 10 способов; в) 45 способов.

№ 779

Решение

а) Выбираем 4 шахматистов из 16 без указания порядка; количество способов:

$$C_{16}^4=\frac{16!}{4!12!}=\frac{13\cdot 14\cdot 15\cdot 16}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=1820$$

б) Выбираем 4 шахматистов из 16 с указанием порядка их расположения в команде; количество способов:

$$A_{16}^4=\frac{16!}{12!}=13\cdot 14\cdot 15\cdot 16=43680.$$

О т в е т: а) 1820 способов;
б) 43680 способов.

№ 780

Р е ш е н и е

Выбираем (без повторений) 2 буквы из 5 и 3 цифры из 10; порядок выбора учитывается (например: 213 кт и 321 тк – разные).

Количество способов выбора $A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20$ (для букв);

(для цифр).

$$A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20$$

Каждый вариант выбора букв может сочетаться с каждым вариантом выбора цифр, поэтому, по комбинаторному правилу умножения, общее число способов равно:

$$A_5^2 \cdot A_{10}^3 = 20 \cdot 720 = 14400$$

О т в е т: 14400 способов.

№ 782

Решение

Выбираем из группы туристов в *n* человек четырех дежурных (порядок выбора значения не имеет); число способов C_n^4.

Затем выбираем из группы туристов в *n* человек двух дежурных – число способов C_n^2. Так как число способов выбора четырех дежурных в 13 раз больше, чем двух, получаем уравнение:

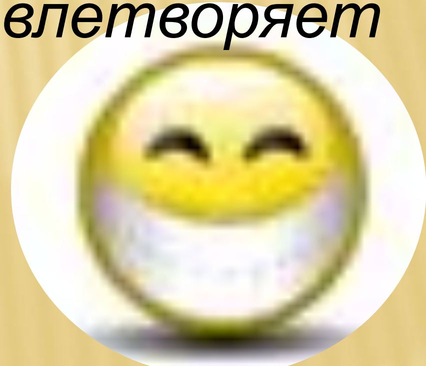
$C_n^4 = 13 \cdot C_n^2$; $\quad \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{13 \cdot n!}{2!(n-2)!}$;

$\frac{n!}{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot (n-4)!} = \frac{13 \cdot n!}{2!(n-4)!(n-3)(n-2)}$; $\quad \frac{1}{12} = \frac{13}{(n-3)(n-2)}$;

$n^2 - 5n - 150 = 0$;

$n_1 = 15$, $n_2 = -10$. Так как $n \in N$, то $n_2 = -10$ – не удовлетворяет условию, значит, $n = 15$.

Ответ: 15 туристов.



ПРИ ПОДГОТОВКЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ ИСПОЛЬЗОВАНЫ МАТЕРИАЛЫ :

- Алгебра. 9 класс: поурочные планы по учебнику Ю. Н. Макарычева (компакт-диск) – издательство «Учитель», 2010
- Алгебра: для 9 класса общеобразовательных учереждений/ Ю. Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С. Б. Суворова; под редакцией С.А. Телековского.-М.: Просвещение, 2009.
- http://ux1.eiu.edu/~jbarford/WiseOwl.jp
- http://www.prazdnik.by/upload/iblock/1ba/1bada0379d7ea1bb7c894d4297ec6f76.jpg