

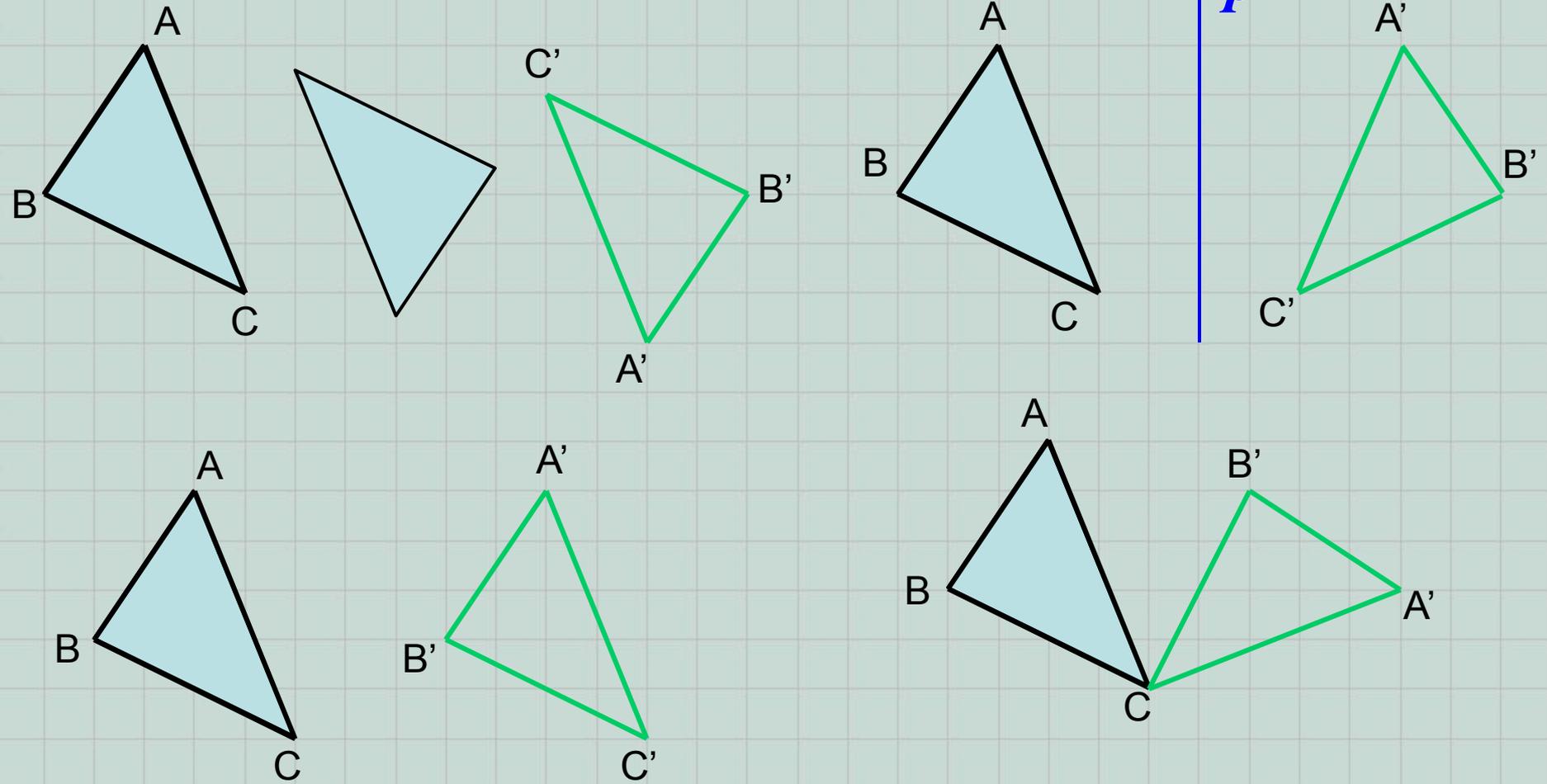
Геометрия, 9 класс

Преобразование фигур на плоскости

Виды движения

Преобразование плоскости, при котором расстояние между двумя любыми точками **сохраняется**, называется **движением**.

Из определения следует, что при движении любой фигуры на плоскости, в результате получается, равная данной, фигура.

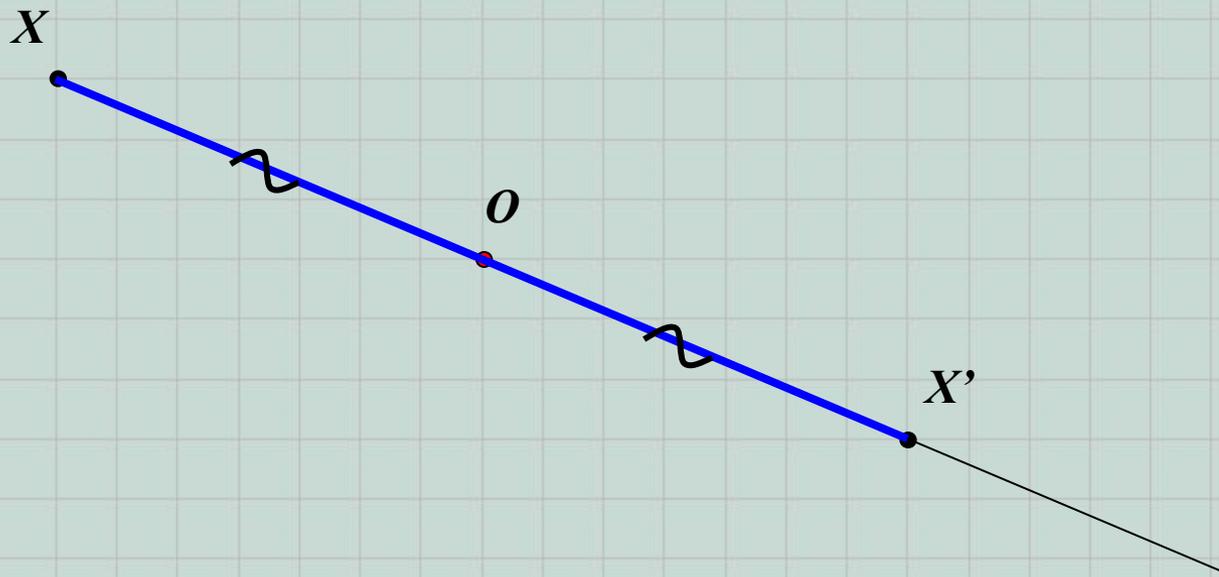


Рассмотрим виды движения подробнее.

Центральная симметрия (симметрия относительно точки).

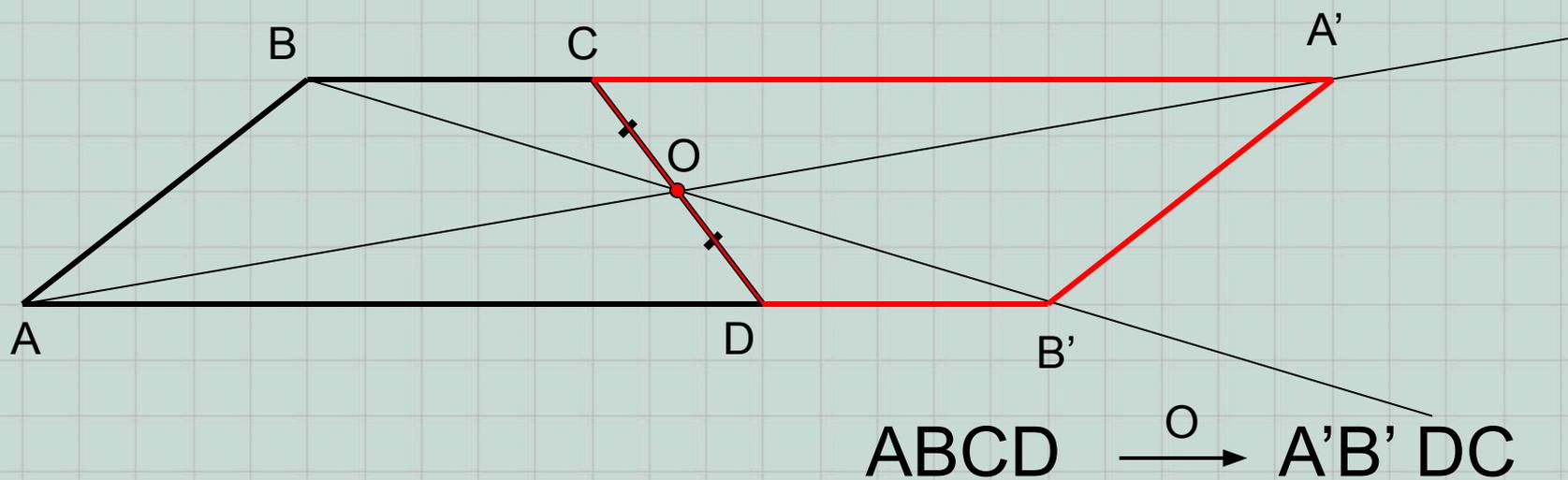
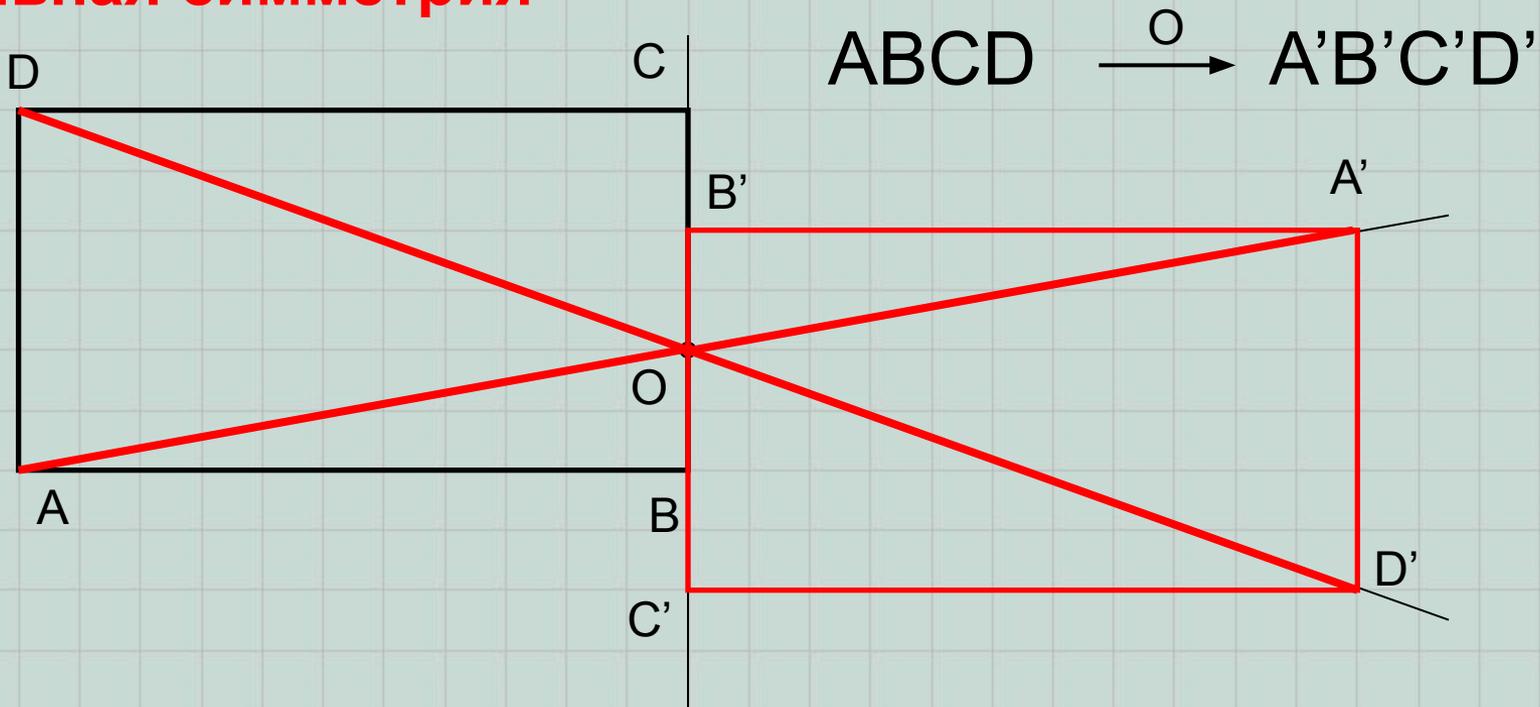
Две точки X и X' являются симметричными относительно точки O , если:

- 1) $O \in XX'$ (т.е. все три точки принадлежат одной прямой);
- 2) $OX = OX'$.

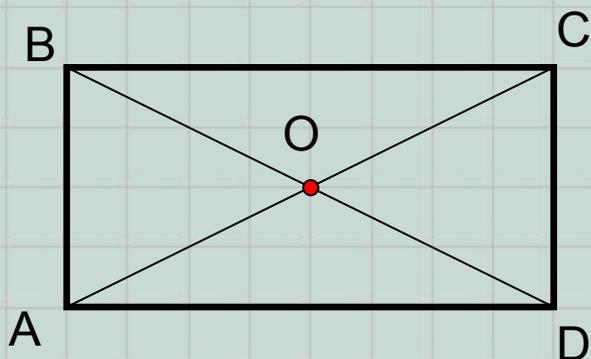


Точка O является **центром симметрии**.

Центральная симметрия



Если при центральной симметрии фигура отображается сама в себя, то она является **центрально-симметричной** фигурой.



$$ABCD \xrightarrow{O} CDAB$$

Задание. Приведите еще примеры центрально-симметричных фигур. Назовите их центр симметрии. Существует ли геометрическая фигура, имеющая не один центр симметрии?

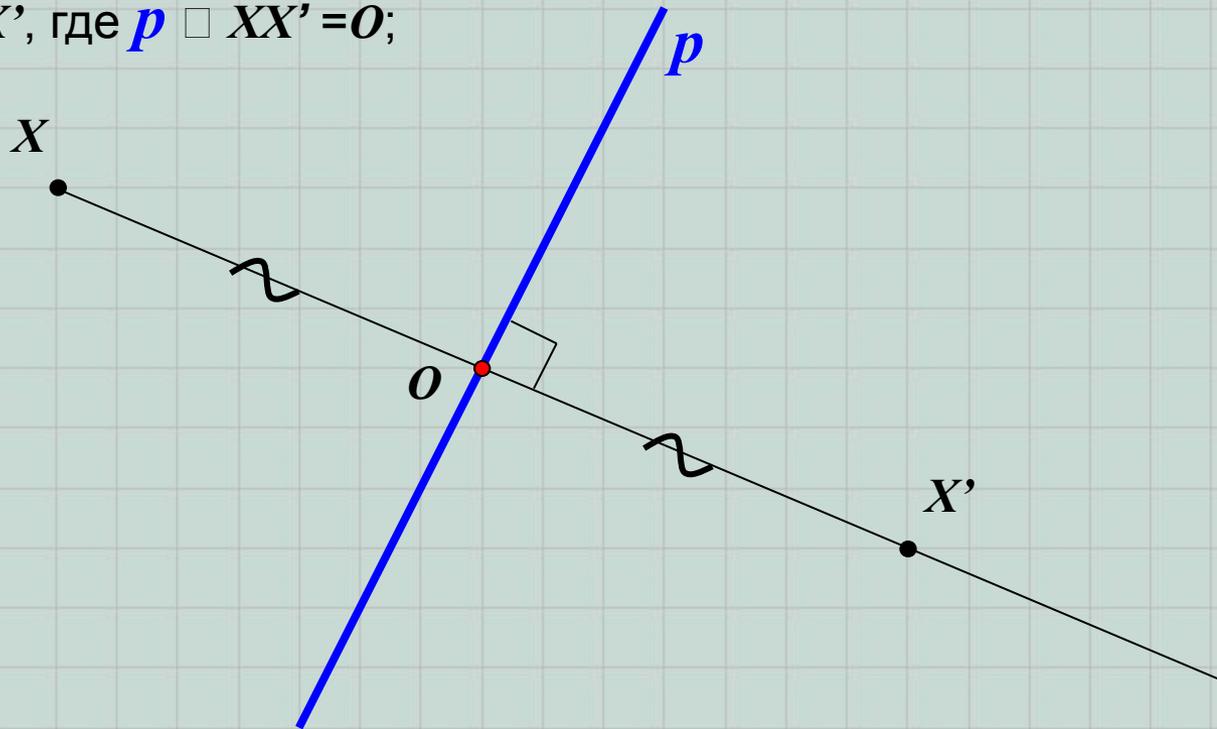
Ответ(примерный): точка(сама точка), отрезок(середина отрезка), любой правильный многоугольник с четным числом сторон(середина бóльшей диагонали), ромб(пересечение диагоналей), окружность(её центр), круг... Да, прямая.

Осевая симметрия(симметрия относительно прямой).

Две точки X и X' являются симметричными относительно прямой p , если:

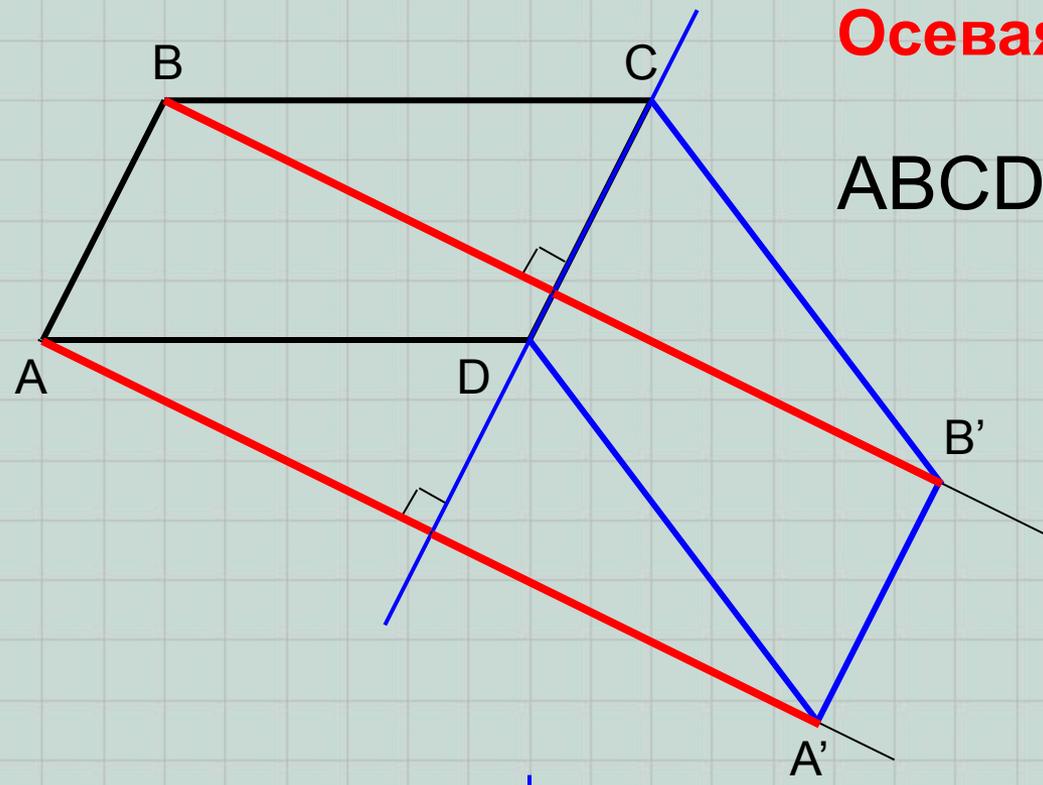
1) $p \perp XX'$;

2) $OX=OX'$, где $p \cap XX' = O$;

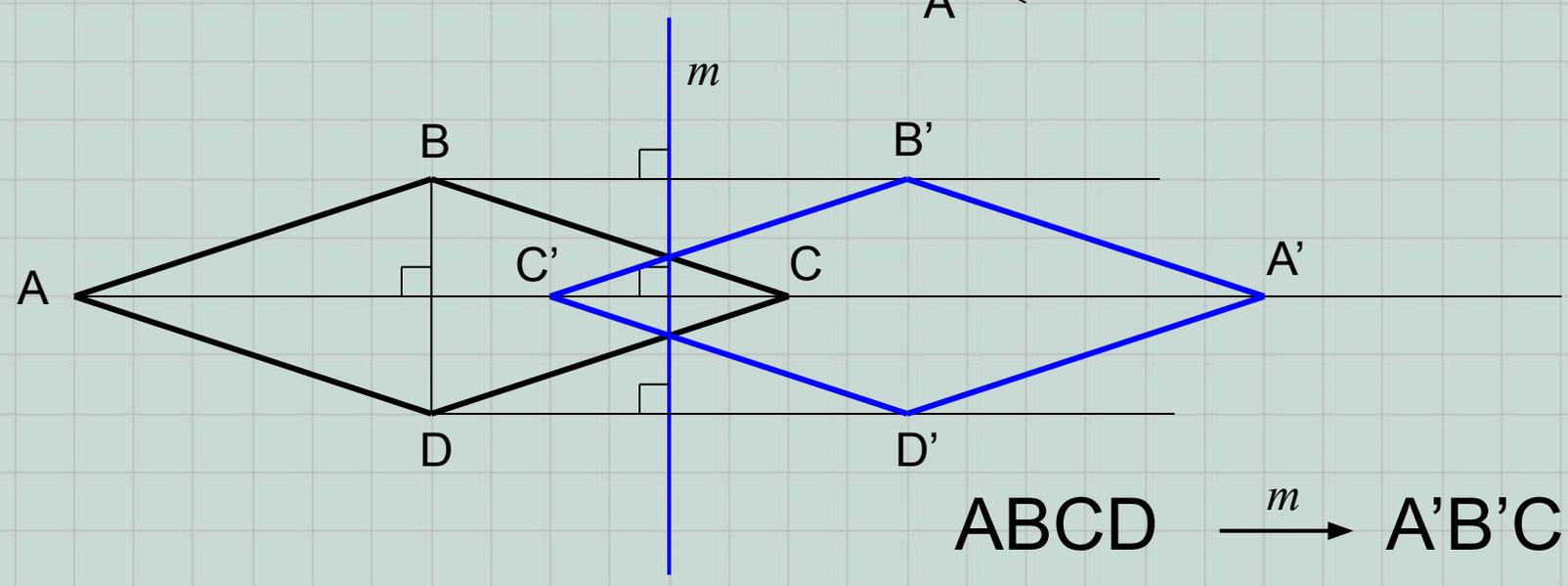


Прямая p является **осью симметрии**.

Осевая симметрия

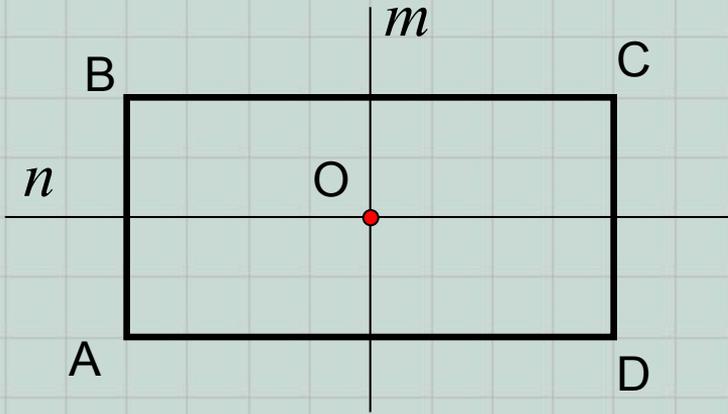


$$ABCD \xrightarrow{CD} A'B'CD$$



$$ABCD \xrightarrow{m} A'B'C'D'$$

Если при симметрии относительно прямой фигура отображается сама в себя, то она имеет ось симметрии.



$$ABCD \xrightarrow{m} DCBA$$

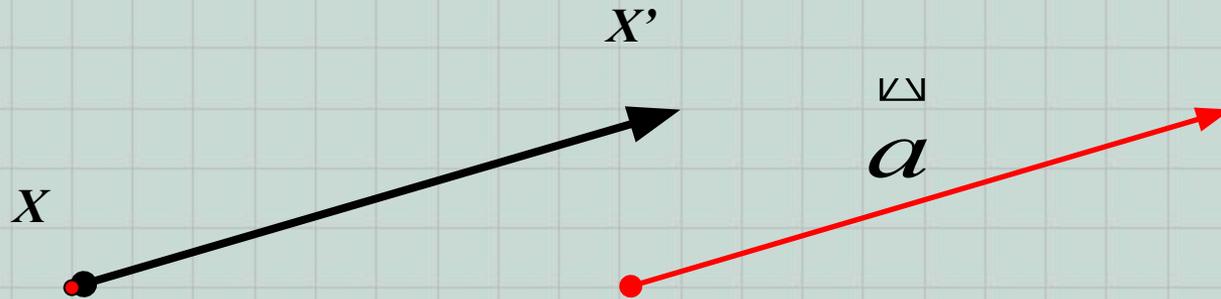
$$ABCD \xrightarrow{n} BADC$$

Задание. Приведите еще примеры фигур, имеющих ось симметрии. Назовите их ось симметрии. Существует ли геометрическая фигура, имеющая не одну ось симметрии?

Ответ(примерный): точка(любая прямая, проходящая через эту точку), отрезок (две оси), любой правильный многоугольник с нечетным числом сторон(сколько сторон – столько осей), ромб(две прямые, содержащие диагонали), окружность (любая прямая, проходящая через ее центр), круг...

Параллельный перенос

При этом преобразовании плоскости все точки фигуры перемещаются в одном направлении на одно и то же расстояние. Естественно задавать его с помощью *вектора*.

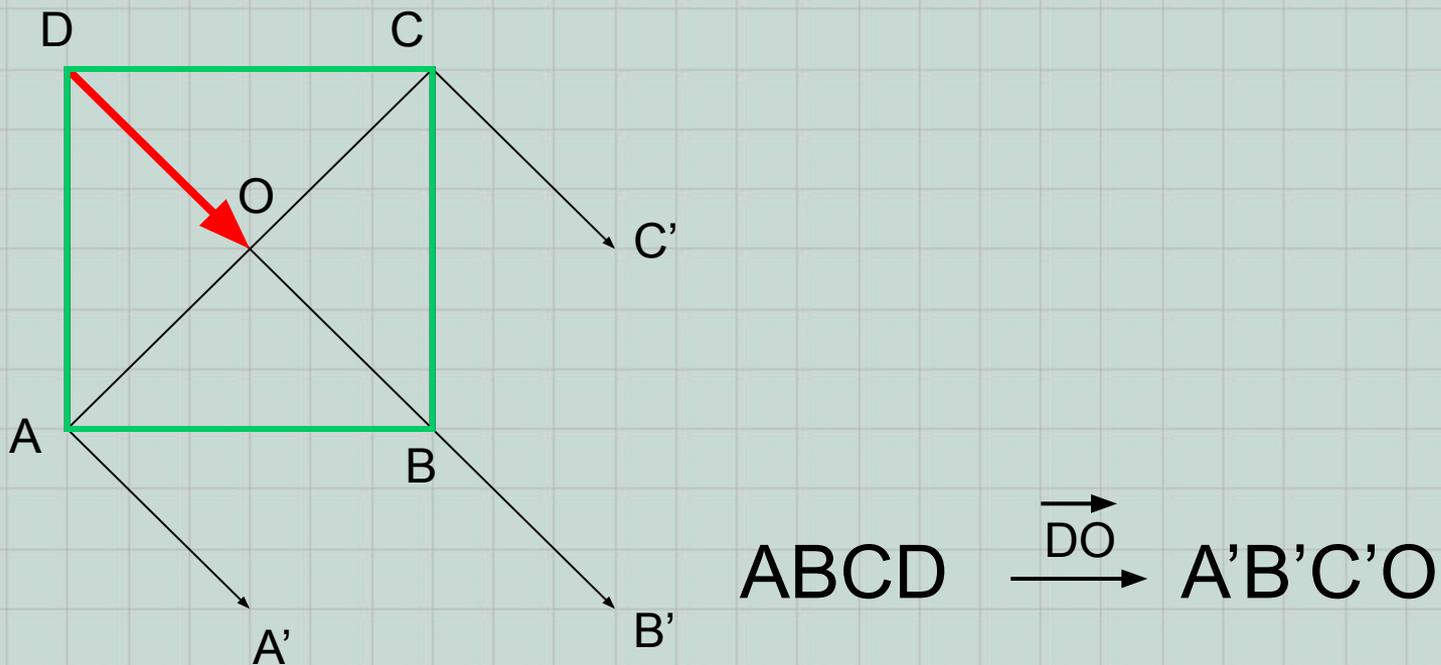
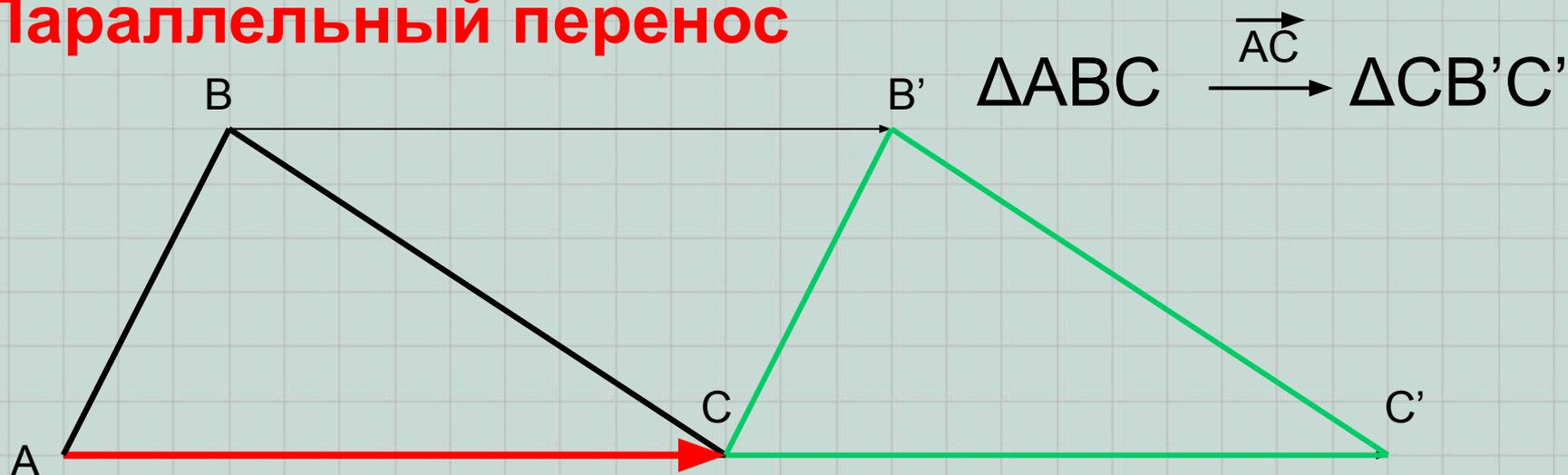


Точка X' является образом точки X при параллельном переносе на \vec{a} , если:

$$\vec{XX'} = \vec{a}$$

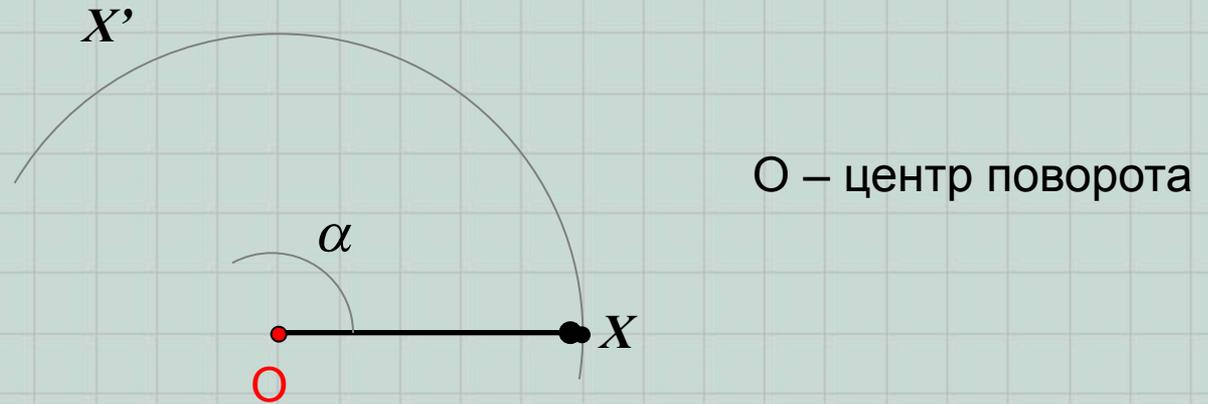
Очевидно, что фигура отобразится сама в себя при параллельном переносе на $\vec{0}$ (нулевой вектор).

Параллельный перенос



Поворот

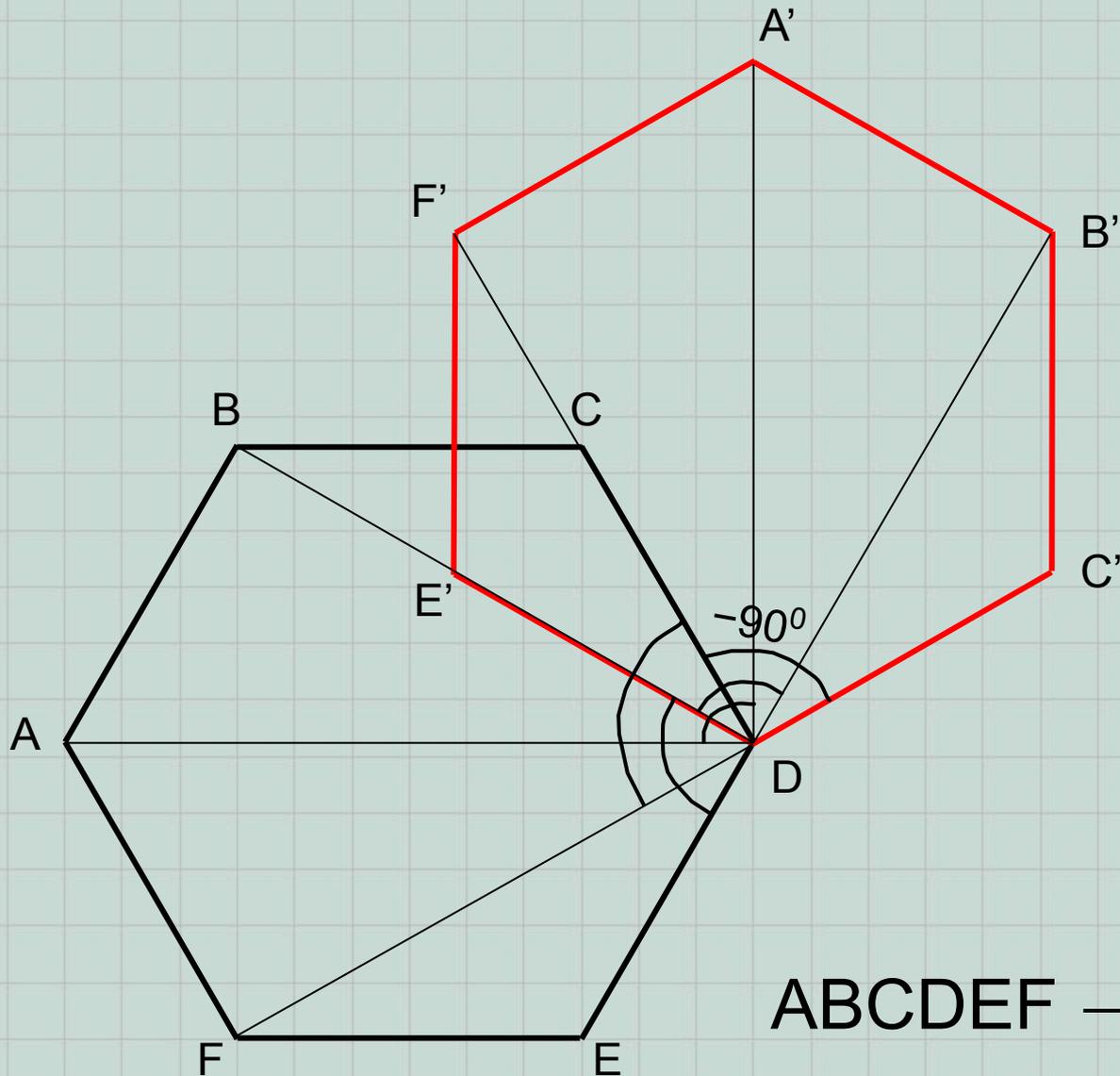
Чтобы выполнить поворот фигуры необходимо задать: 1) **центр поворота**, 2) **направление поворота** и 3) **величину угла поворота**. Второе и третье условия можно объединить, оговорив, что отрицательные углы откладываются в направлении «по часовой стрелке», а положительные – против.



Точка X' является образом точки X при повороте около точки O на угол α , если:

- 1) $XO = X'O$;
- 2) $\angle XOX' = \alpha$.

Пример поворота правильного шестиугольника $ABCDEF$ вокруг точки D на прямой угол по часовой стрелке.



$$ABCDEF \xrightarrow[D]{-90^\circ} A'B'C'DE'F'$$