Свойства корня *n* - ой степени

Теорема 1. Корень *n*-ой степени (*n* = 2, 3, 4) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней *n*-ой степени из этих чисел: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Пример: вычислите $\sqrt[3]{125 \cdot 27}$

Решение:

$$\sqrt[3]{125 \cdot 27} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{27} =$$

$$= 5 \cdot 3 = 15$$

Теорема 2. Если $a \geq 0$, $b > 0$ и n – натуральное число, большее 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример: вычислите $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$

Решение:

$$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$$

Теорема 3. Если $a \geq 0$, k – натуральное число и n – натуральное число, большее 1, то справедливо равенство: $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$

Пример: вычислите $(\sqrt{4^5})$

Решение: $(\sqrt{4^5}) = (\sqrt{4})^5 = 2^5 = 32$

Теорема 4. Если $a \geq 0$ и n, k – натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство: $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n \cdot k]{a}$

Пример: вычислите $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

Решение: $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$

Теорема 5. Если $a \geq 0$ и если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение корня не изменится, т.е. $\sqrt[n\cdot p]{a^{k\cdot p}} = \sqrt[n]{a^k}$

Пример: вычислите $\sqrt[6]{64^3}$

Решение: $\sqrt[6]{64^3} = \sqrt{64} = 8$

Примеры

Найдите значение выражения:

1) $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$

2) $\sqrt[3]{\dfrac{64}{125}} = \dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$