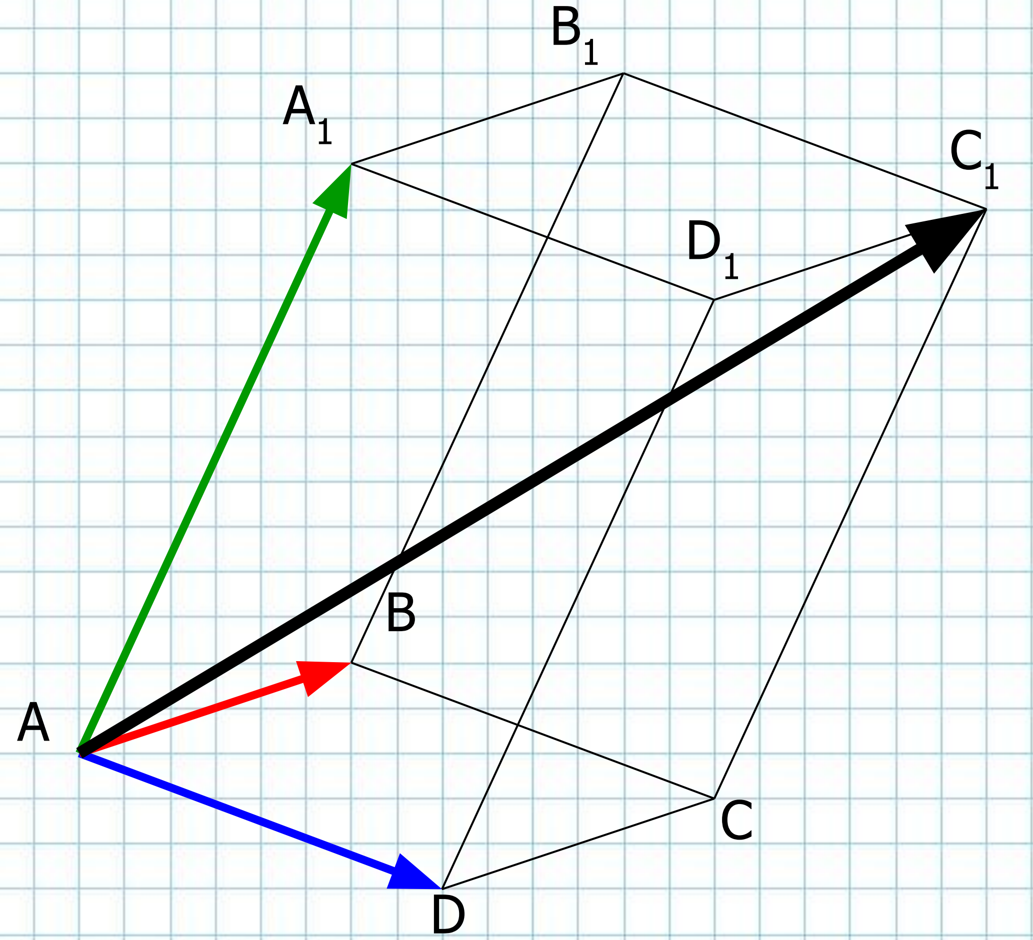
ТЕМА:

Векторы в пространстве.

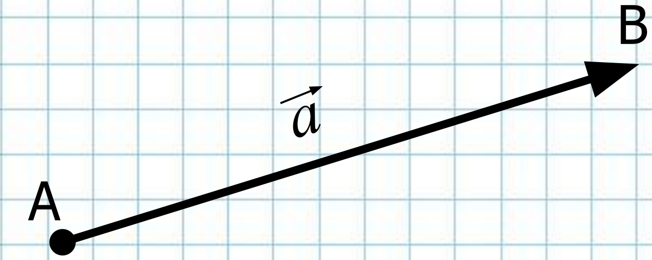
Записать конспект с презентации



$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$$

I. Определение вектора. Основные понятия, связанные с векторами.

Как и в плоскости, в пространстве вектор определяется как *направленный отрезок*:



Точка А – *начало вектора*, В – *конец вектора*. Записывают: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$.

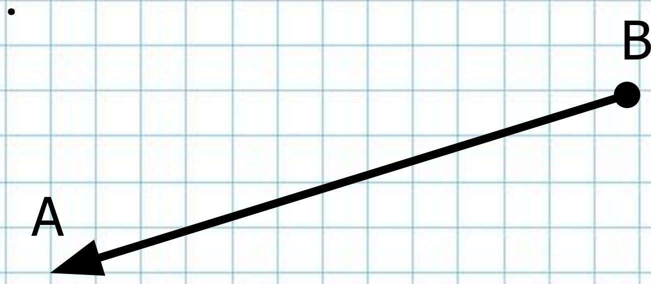
Обычную точку в пространстве мы также можем считать вектором, у которого начало совпадает с конечной точкой. Такой вектор называется *нулевым* и обозначается: $\vec{0}$ или $\overrightarrow{AA}$.

Длина отрезка, изображающего вектор, называется *модулем* (или абсолютной величиной) вектора, т.е.

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB \ (\text{åä.î ò ð.}).$$

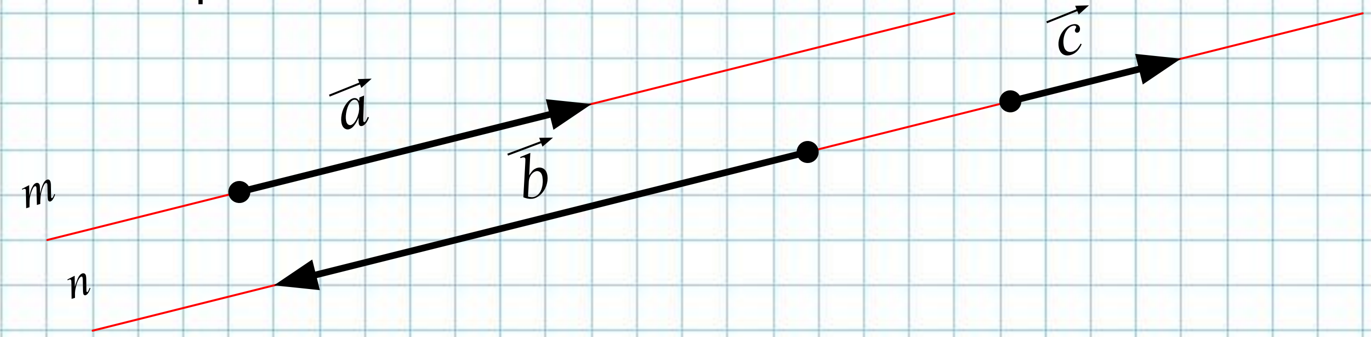
Естественно, что $\left|\overrightarrow{AA}\right| = 0.$

Векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$ являются *противоположными*. Очевидно, что:



$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BA}\right|.$$

Два вектора называются *коллинеарными*, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых:

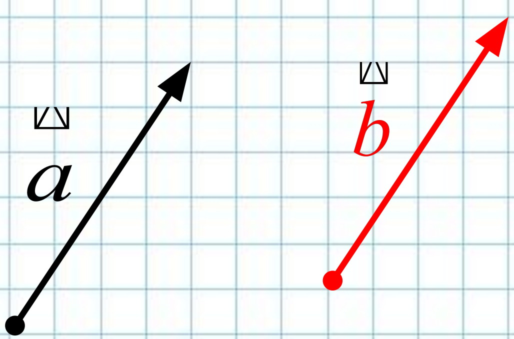


Коллинеарные векторы, в свою очередь, бывают одинаково направленными (или сонаправленными) и противоположно направленными. В нашем случае:

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$ – *сонаправленные* векторы, $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$, $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$ – *противоположно направленные* векторы.

Два вектора называются *равными*, если: 1) они сонаправлены; и 2) их модули равны, т.е.

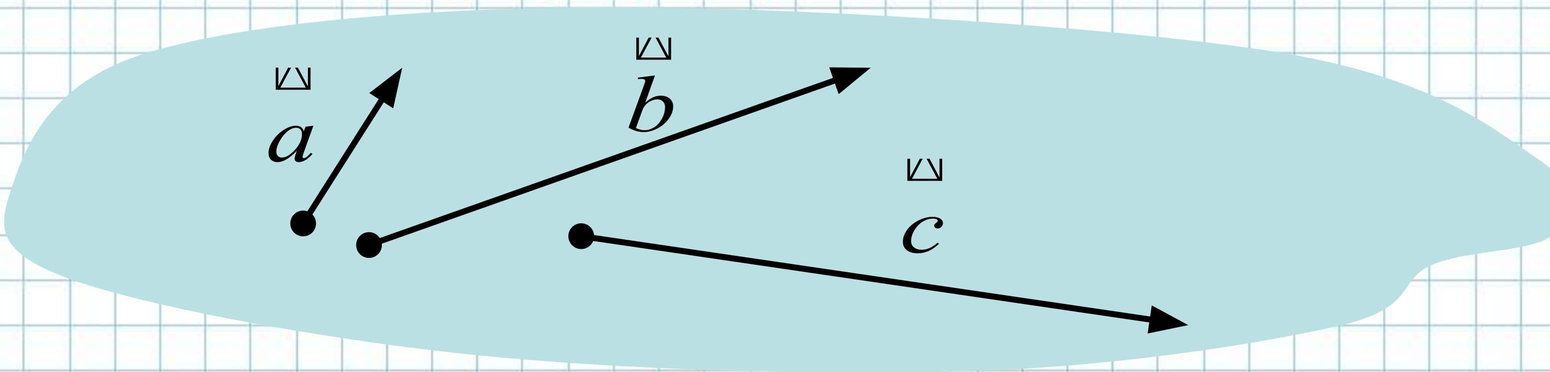
$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \text{ è } |\vec{a}| = |\vec{b}|$$



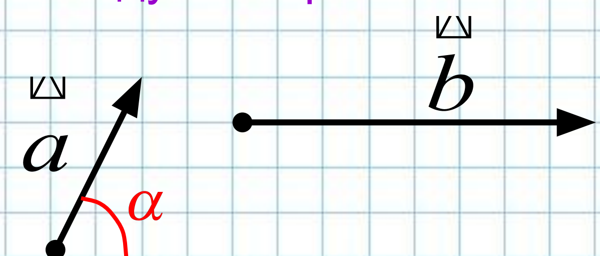
От произвольной точки пространства можно отложить <u>единственный</u> вектор, равный данному:

$$\vec{a} = \overrightarrow{MN}$$

Три вектора называются *компланарными*, если они лежат в одной плоскости:



Углом между векторами называется угол между их направлениями:



$$\widehat{\vec{a},\vec{b}} = \alpha$$

Величина угла между векторами может изменятся от 0^0 до 180^0. Подумайте, когда:

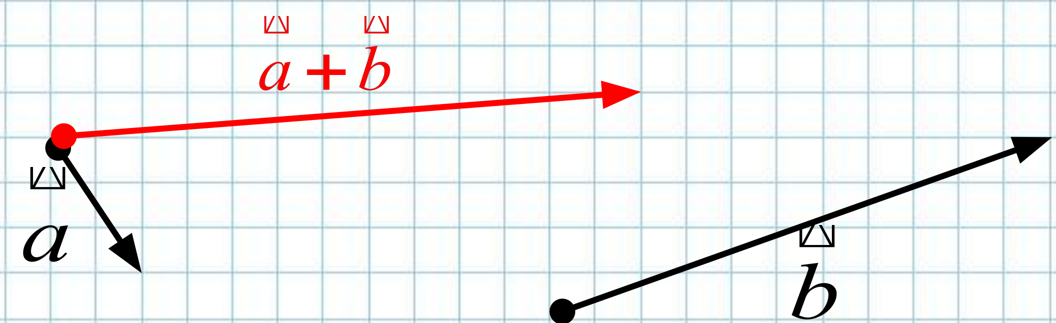
а) $\widehat{\vec{a},\vec{b}} = 0^0$ и б) $\widehat{\vec{a},\vec{b}} = 180^0$?

Ответ: а) $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$; б) $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$.

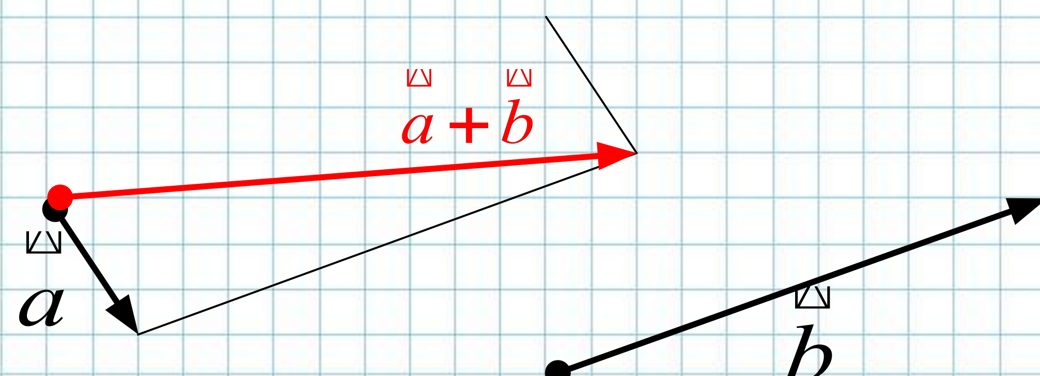
II. Действия с векторами.

Векторы можно складывать – в результате получается ***вектор***. При сложении двух векторов применяются правила *треугольника* или *параллелограмма*:

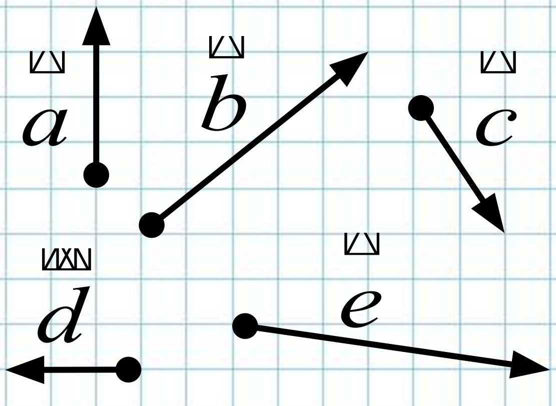
1) При применении правила треугольника один из векторов откладывают от конца другого, т.е. $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KF} = \overrightarrow{MF}$:

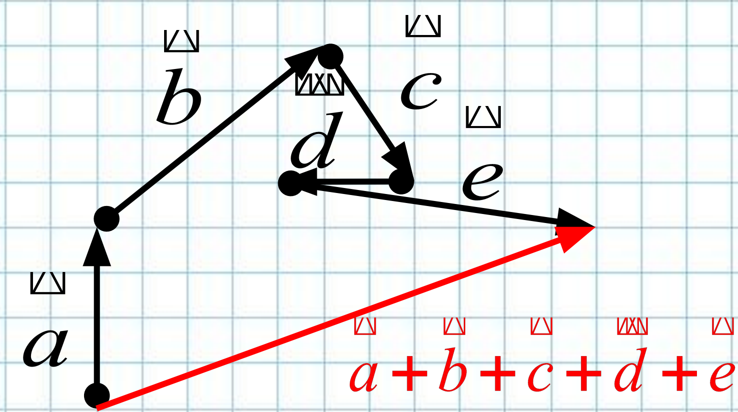


2) При применении правила параллелограмма оба вектора откладывают из общей начальной точки, т.е. $\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MF}$, где F – вершина параллелограмма, противоположная общей начальной точке векторов.

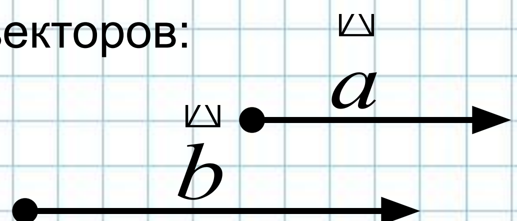


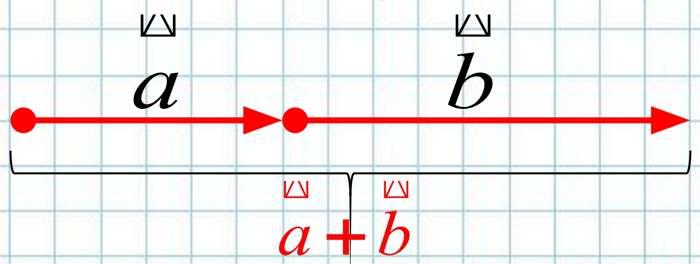
При сложении трех и более векторов применяют *правило многоугольника*:





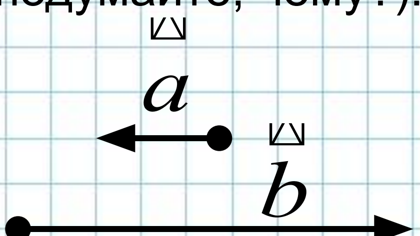
Обратим внимание, что при сложении сонаправленных векторов получается вектор, сонаправленный с данными и его модуль равен сумме модулей слагаемых векторов:

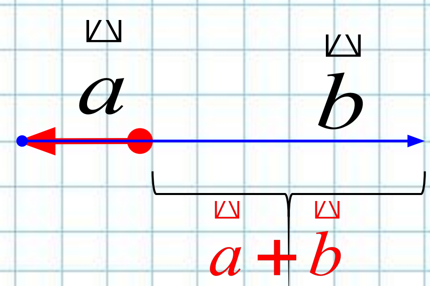




$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$$

При сложении противоположно направленных векторов получается вектор, сонаправленный с вектором, имеющим бóльшую длину и его модуль равен … (подумайте, чему?):

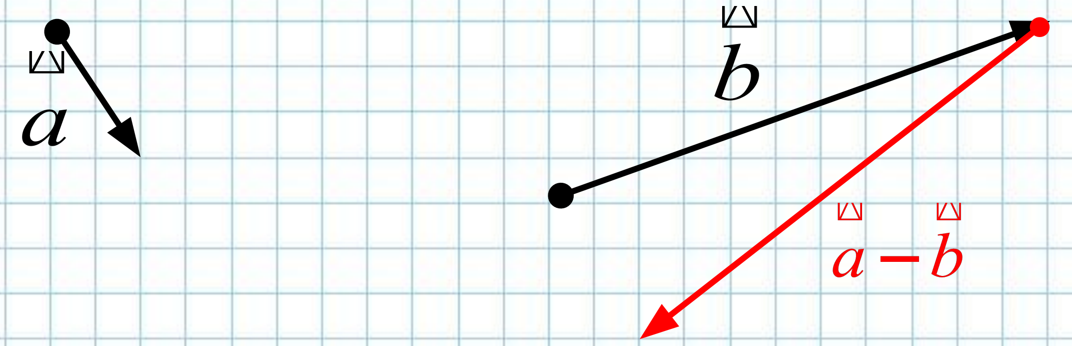




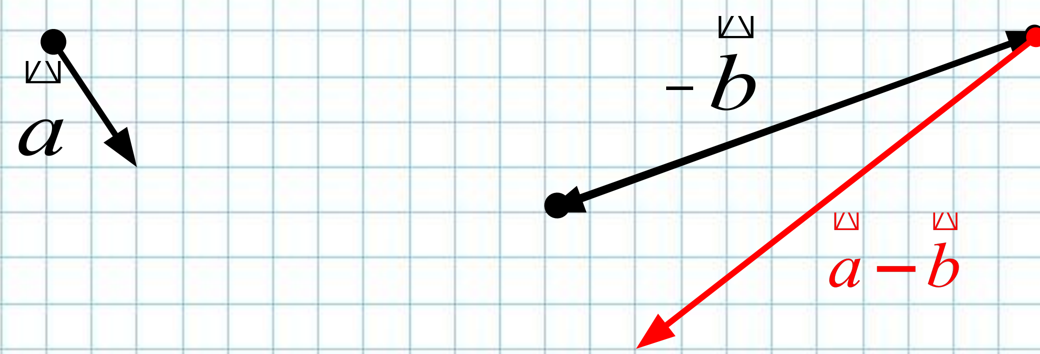
$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{b}\right| - \left|\vec{a}\right|$$

$$\left|\vec{b}\right| > \left|\vec{a}\right|$$

Также можно найти разность двух векторов – в результате получается ***вектор***. При вычитании двух векторов применяется видоизмененное *правило треугольника* – вначале оба вектора строятся с общей начальной точкой, затем соединяются концы этих векторов с выбором направления к «уменьшаемому» вектору:



Или: т.к. $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$, то можно вначале построить вектор, противоположный вектору $\vec{b}$, а затем оба вектора сложить по правилу треугольника.



Сложение векторов, как и сложение чисел подчиняется законам:

1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ – переместительный закон сложения;

2) $\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}$ – сочетательный закон сложения;

3) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$;

4) $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$.

Следующее действие с векторами – умножение вектора на число $\boldsymbol{k}$. В результате этого действия получается **вектор**, причем:

1) если $\boldsymbol{k}>0$, то $k\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$ и $\left|k\vec{a}\right|=\left|k\right|\cdot\left|\vec{a}\right|$;

2) если $\boldsymbol{k}<0$, то $k\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$ и $\left|k\vec{a}\right|=\left|k\right|\cdot\left|\vec{a}\right|$;

3) если $\boldsymbol{k}=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$.