

## Тема 4.

---

### 4.3.2. Методы графического дифференцирования

При графическом дифференцировании используются *два метода*: *хорд* и *касательных*.

Метод *касательных* основан на *геометрическом смысле* производной, который представляет собой *тангенс угла* наклона касательной в данной точке кривой перемещений к оси абсцисс.

В методе *хорд* кривую перемещений заменяют *ломаной линией* и предполагают, что *угол наклона касательной* в точках, расположенных на середине каждого участка кривой, *равен углу наклона соответствующей хорды*. Это вносит некоторую погрешность, но она не суммируется, что обеспечивает приемлемую точность метода.

# Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

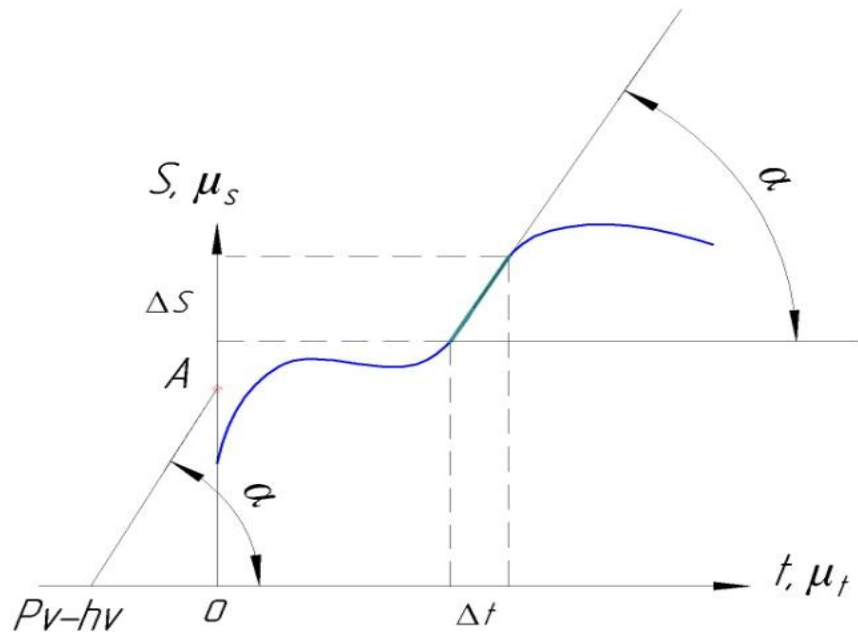
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * \operatorname{tg} \alpha ; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha ,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$

# Тема 4.

---

## 4.3.3. Определение скоростей и ускорений графическим методом.

Сначала строится несколько (12 и более) *совмещенных планов положений* механизма в произвольно выбранном масштабе, на основании которых вычерчивается *кинематическая диаграмма перемещений* исследуемой точки или звена. Затем методом *графического дифференцирования* этой диаграммы строится *график скоростей*, а далее путем графического дифференцирования графика скорости получается *график ускорения*.

## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

то  $V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha$ ; (4.2)

# Тема 4.

6. На графике аналогов скоростей, который необходимо расположить ниже кинематической диаграммы перемещений и ось абсцисс которой также разделить на 12 равных участков, выбрать полюс  $P_V$  на расстоянии  $h_V$  от начала координат и определить масштабный коэффициент оси ординат графика аналогов скорости

$$\mu_V = \frac{\mu_S}{\mu_t \cdot h_V}$$

где  $\mu_S$  – масштабный коэффициент оси ординат кинематической диаграммы перемещений;  $\mu_t$  – масштабный коэффициент оси абсцисс;  $h_V$  – полюсное расстояние, выбираемое в пределах 20–40 мм.

7. Хорды кривой перемещений перенести параллельно самим себе в полюс  $P_V$  и продолжить их до пересечения с осью ординат этого графика.

8. Точки пересечений снести на середины соответствующих участков оси абсцисс.

## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S$ ,  $\mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

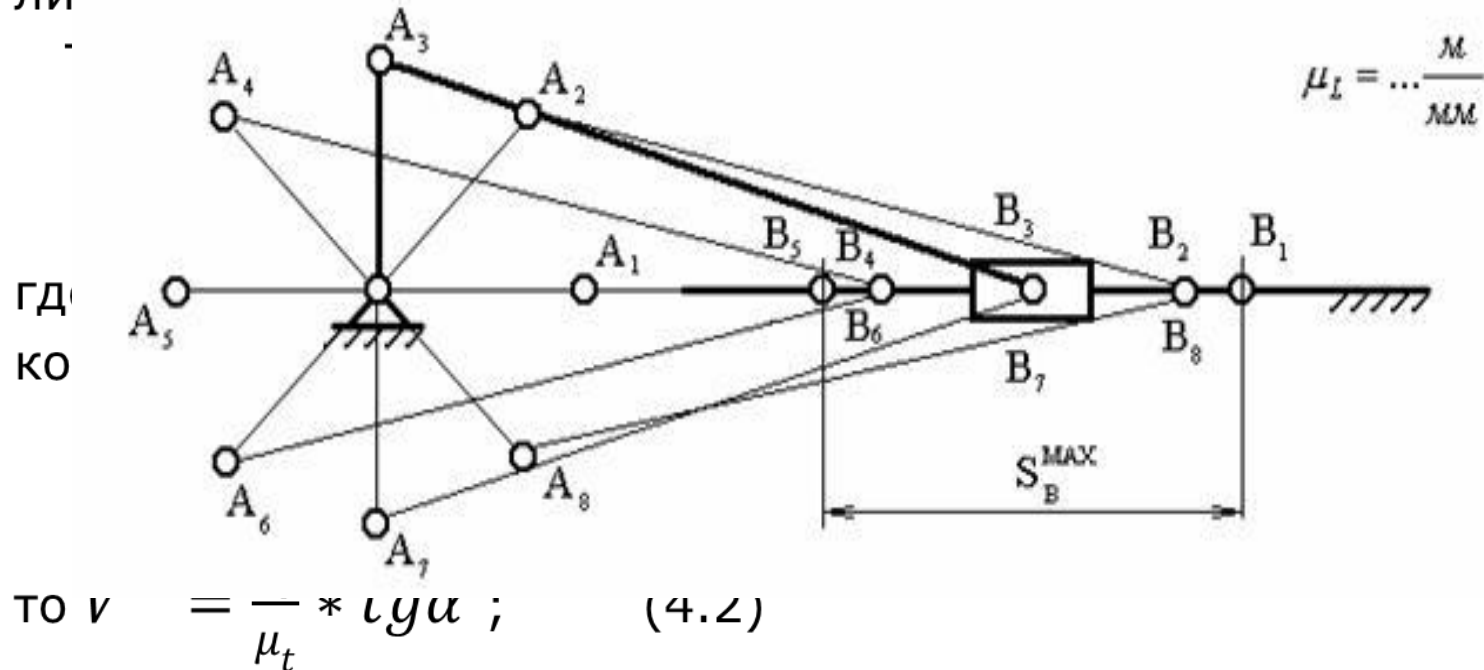
$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha ,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$

# Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$





## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$

# Тема 4.

*Кинематическая диаграмма* перемещений т. В показана на рис.



# Тема 4

График перемещений точки В

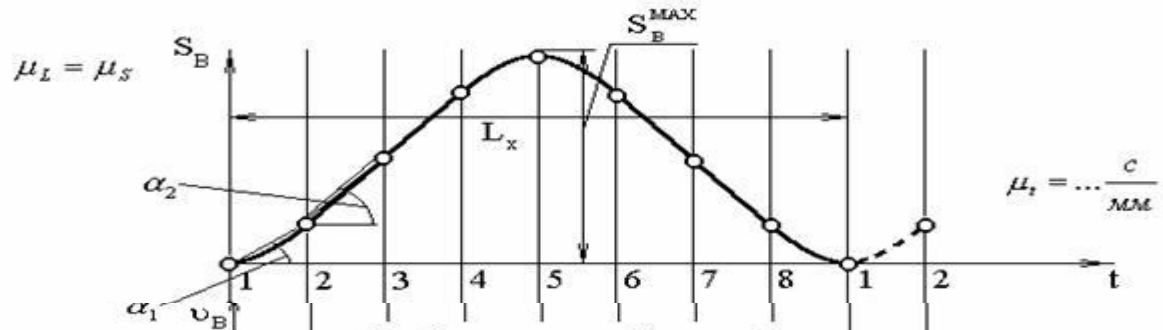


График скоростей точки В

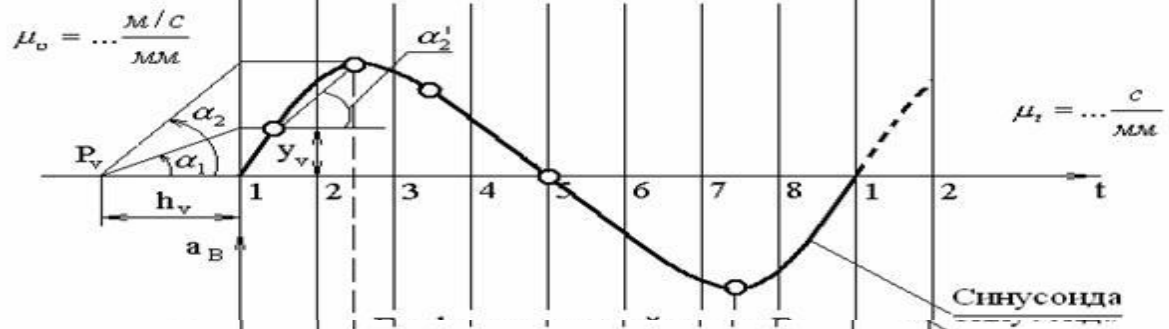


График ускорений точки В



## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$

# Тема 4.

## График скоростей



## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

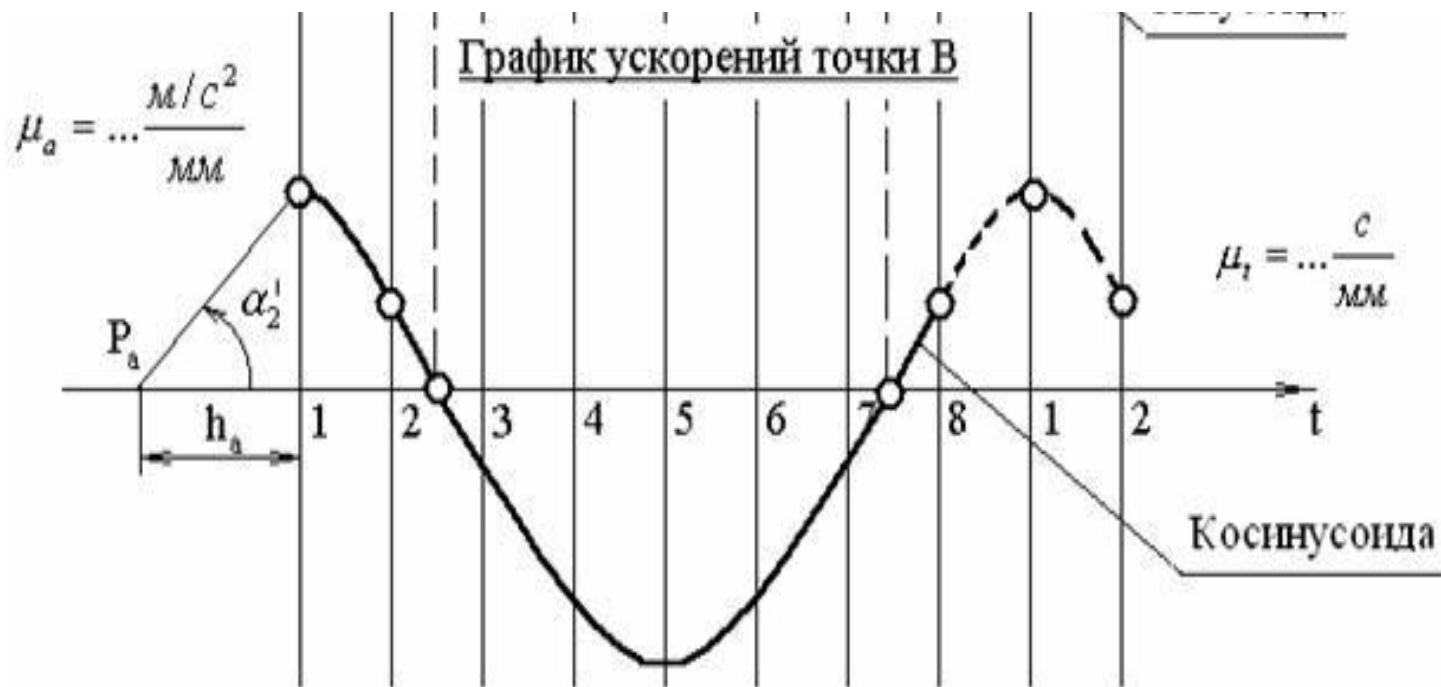
где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

то  $V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha$ ; (4.2)

# Тема 4.

## График ускорений



# Тема 4

График перемещений точки В

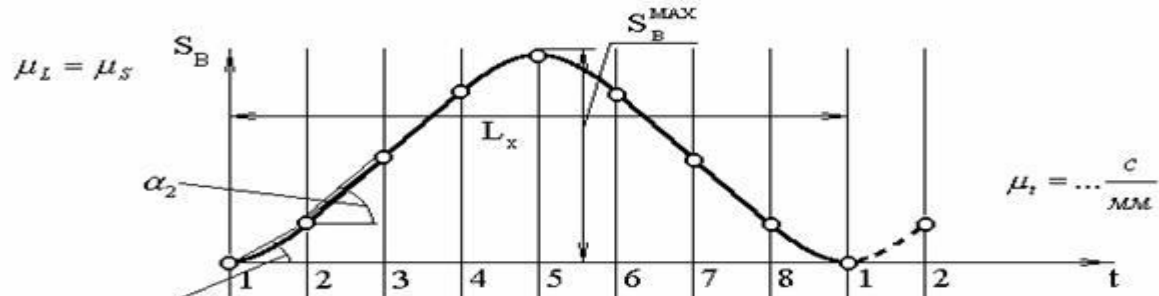


График скоростей точки В

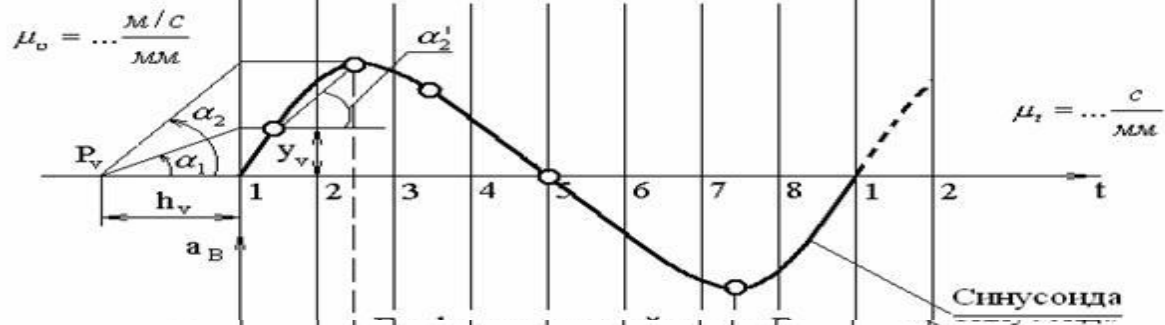


График ускорений точки В





# Тема 4.

---

## 4.4. Графоаналитический метод кинематического анализа механизмов (метод планов)

Графоаналитический метод кинематического исследования механизмов основан на построении *планов скоростей* и *ускорений* звеньев механизма. Задача о положениях при этом методе также решается *графически*, то есть построением нескольких совмещённых планов механизма в выбранном масштабе длин.

Построение планов скоростей и ускорений механизма в заданном положении ведущего звена производится с помощью *векторных уравнений*, связывающих скорости и ускорения отдельных точек звеньев механизма при различных движениях твёрдого тела, известных из курса теоретической механики.

## Тема 4.

---

### **4.4.1. Планы скоростей плоских механизмов.**

*Планом скоростей* называется чертеж, на котором изображены в определенном масштабе векторы, равные по модулю и направлению скоростям точек механизма в данном положении.

*Исходными данными* для построения планов скоростей являются *план механизма*, соответствующий заданному положению ведущего звена в выбранном масштабе длин, и его *угловая скорость*.

Приведем *формулы*, необходимые для вычисления скоростей при различных движениях звеньев.

## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток в либо точка механизма переместилась на вели

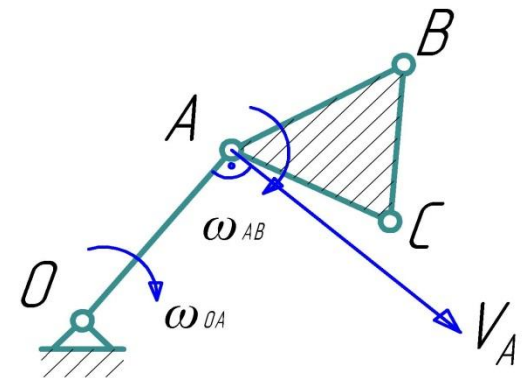
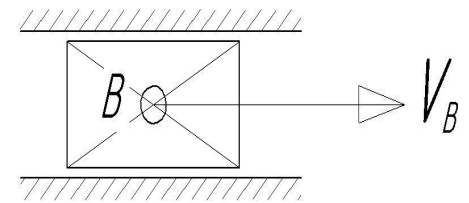
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha ,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на

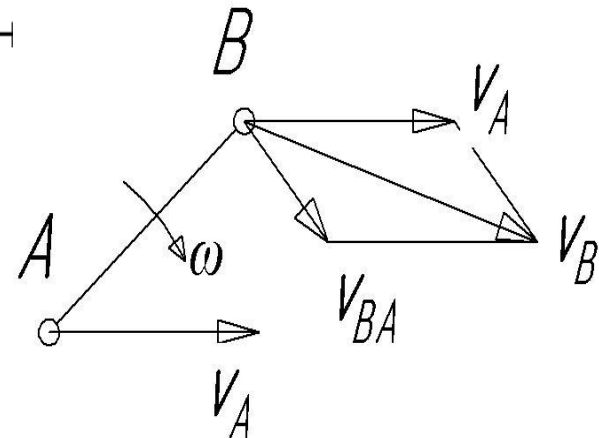
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась

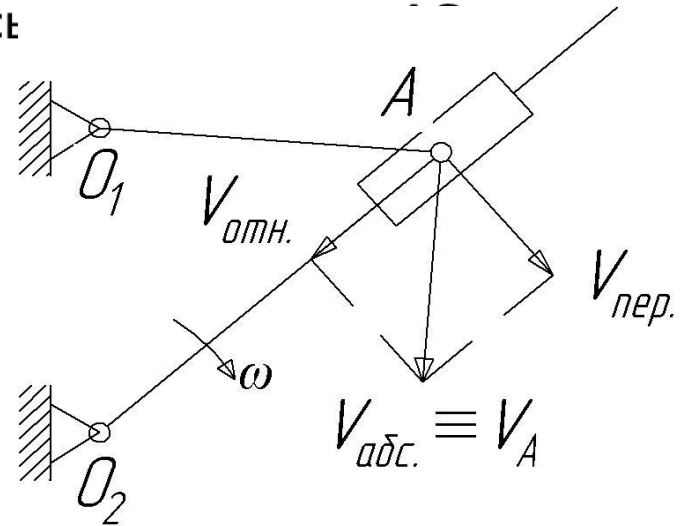
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$

## Тема 4.

---

5. На основе зависимостей между скоростями точек при различных движениях звеньев определить величины и направления *составляющих абсолютных скоростей* точек механизма.

6. С помощью масштабного коэффициента найти *длины отрезков*, изображающих *относительные скорости* точек механизма.

7. Показать *векторы относительных скоростей* точек.

8. По *длинам лучей*, выходящих из полюса плана скоростей, определить значения *абсолютных скоростей* точек механизма.

# Тема 4.

---

## *Свойства плана скоростей:*

1. Отрезки плана скоростей, проходящие через полюс, изображают *абсолютные* скорости. Направление абсолютных скоростей всегда получается от полюса. В конце векторов абсолютных скоростей принято ставить *малую букву той КП*, которой обозначается соответствующая точка на плане механизма;
2. Отрезки плана скоростей, не проходящие через полюс  $p_v$ , обозначают *относительные* скорости;
3. Векторы относительных скоростей точек жесткого звена образуют на плане скоростей фигуру, подобную этому звену и повернутую на угол  $90^\circ$  в сторону вращения (*принцип подобия в плане скоростей*);
4. *Неподвижные точки* механизма имеют соответствующие им точки на плане скоростей, расположенные в *полюсе*;
5. План скоростей позволяет определить величины и направления *угловых скоростей*.



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

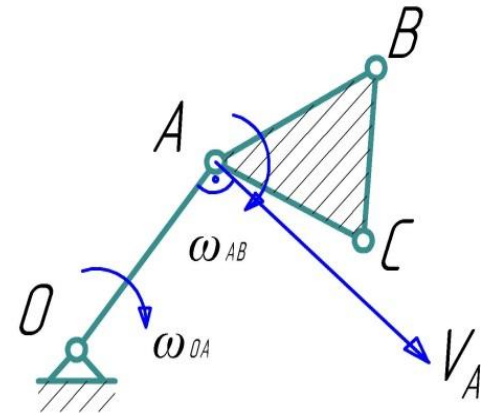
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha ,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

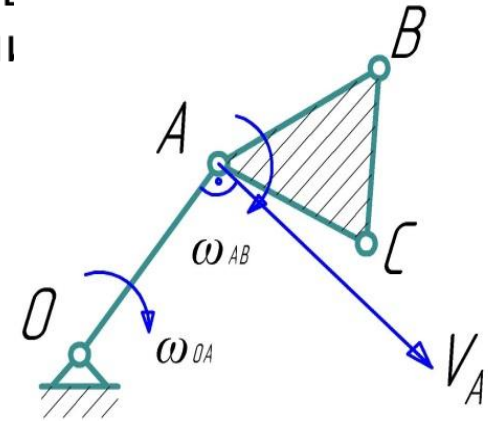
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_S}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_S, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_S}{\mu_t} * tg\alpha; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематика перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток либо точка механизма переместилась на  $\Delta S$

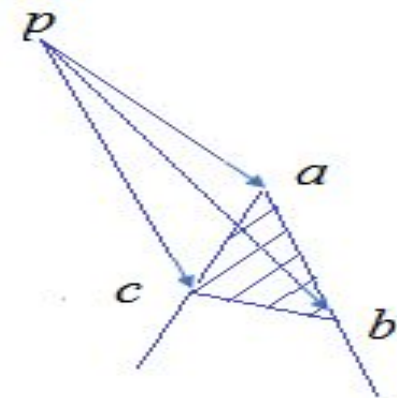
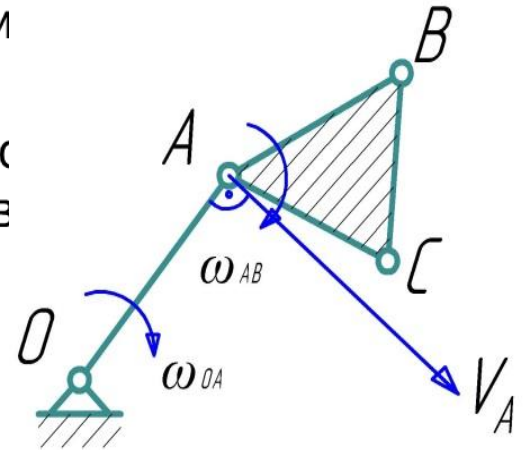
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha; \quad (4.2)$$



ла  
я-

# Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематика перемещений.

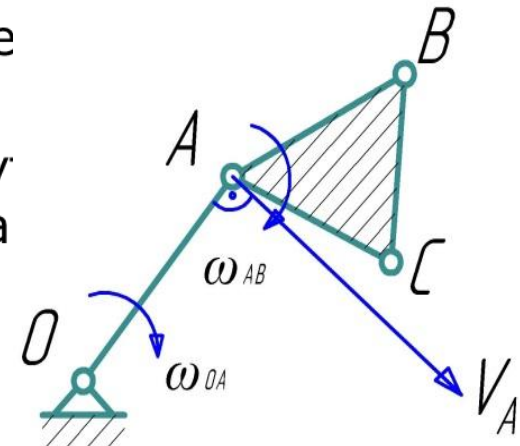
Пусть за бесконечно малый промежуток времени точка механизма переместилась на расстояние  $\Delta S$ . Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

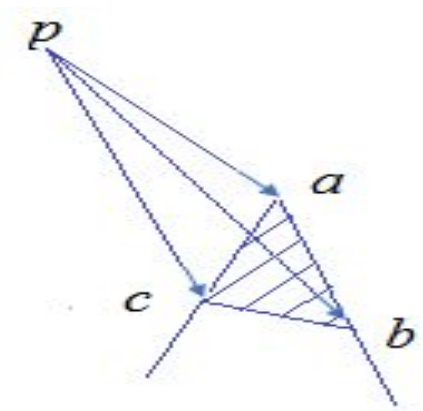
где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha ; \quad (4.2)$$



има  
эя-



## Тема 4.

---

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = tg \alpha ,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg \alpha ; \quad (4.2)$$

## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток времени  $\Delta t$  какая-либо точка механизма переместилась на величину  $\Delta S$ .

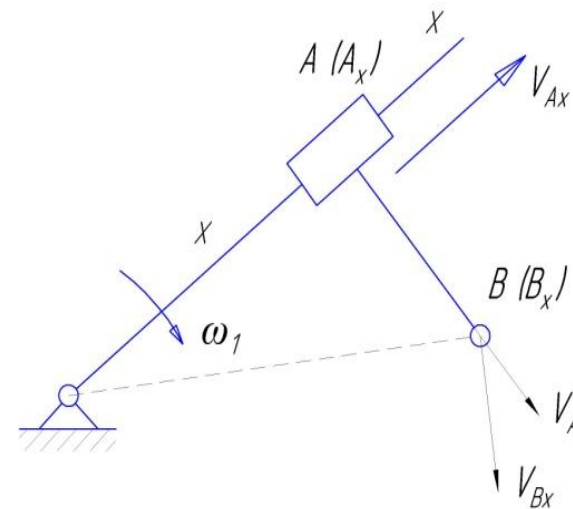
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s$ ,  $\mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * \operatorname{tg} \alpha; \quad (4.2)$$



## Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематическая диаграмма перемещений.

Пусть за бесконечно малый промежуток либо точка механизма переместилась на

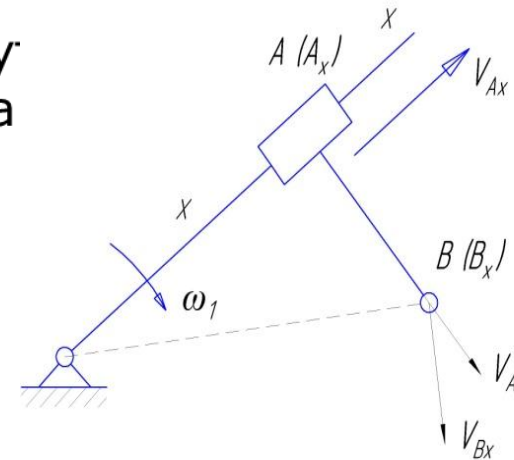
Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s$ ,  $\mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

Так как  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = tg\alpha$ ,

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * tg\alpha; \quad (4.2)$$



# Тема 4.

□ Допустим, что нам известна кинематика перемещений.

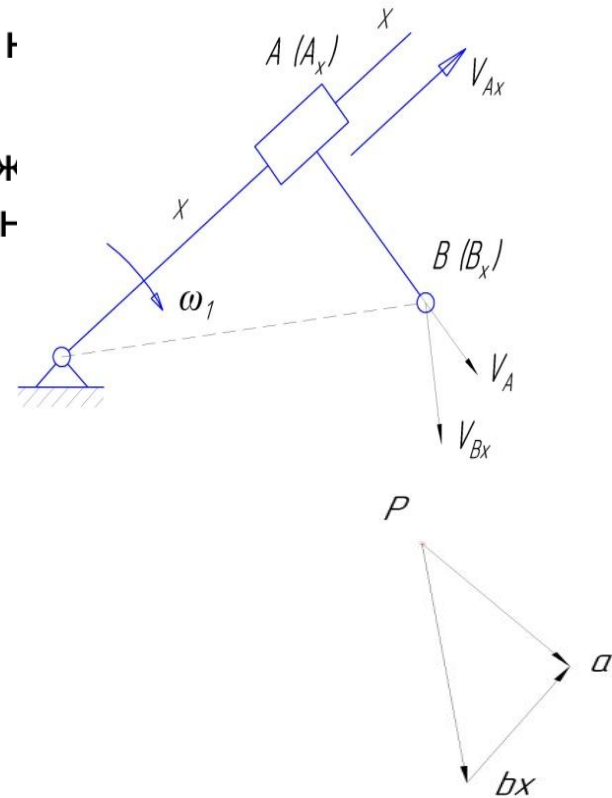
Пусть за бесконечно малый промежуток времени точка механизма переместилась на расстояние  $\Delta S$ . Тогда скорость точки

$$V = \frac{\Delta S * \mu_s}{\Delta t * \mu_t}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_s, \mu_t$  – масштабные коэффициенты осей.

$$\text{Так как } \frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{tg} \alpha,$$

$$\text{то } V = \frac{\mu_s}{\mu_t} * \text{tg} \alpha; \quad (4.2)$$





## Тема 4.

---

После построения плана скоростей и определения значений скоростей всех характерных точек механизма переходят к определению значений и направлений действия **угловых скоростей** звеньев механизма, если они **не были известны** заранее.

**Угловая скорость** – это отношение скорости относительного движения соответствующего звена механизма к действительной длине этого звена.

**Величины** угловых скоростей определяются путем деления соответствующих значений относительных скоростей звеньев на их длины.

**Направление** угловой скорости указывает **вектор относительной скорости**, перенесенный с плана скоростей в точку звена, совершающую вращательное движение.

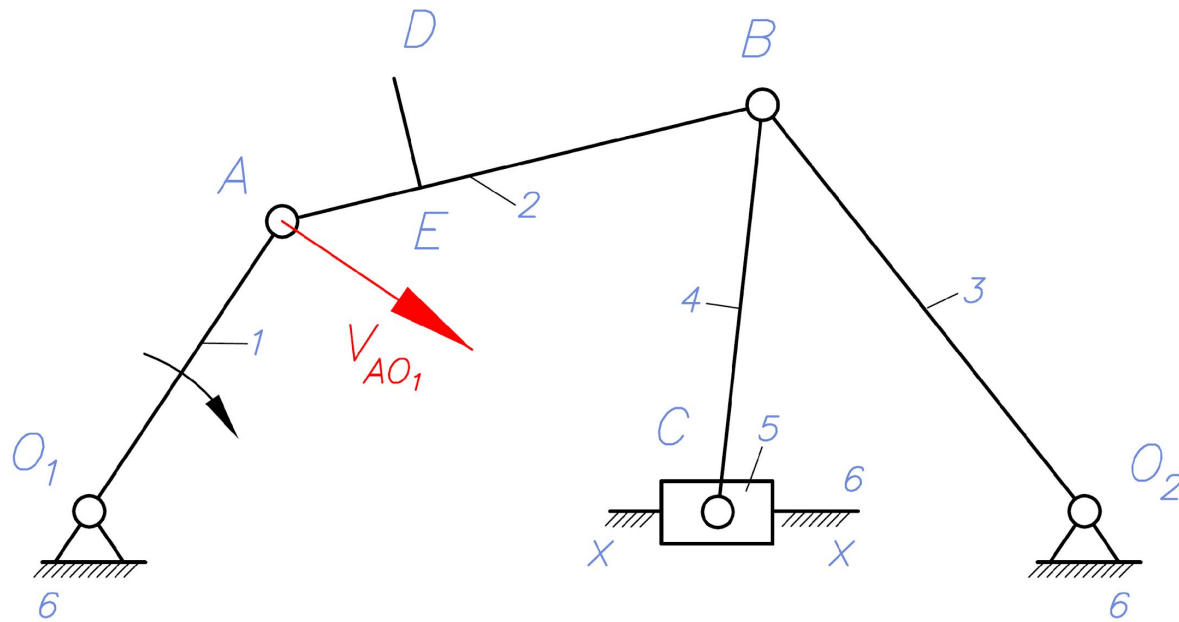
Рассмотрим **пример** построения плана скоростей механизма.

---

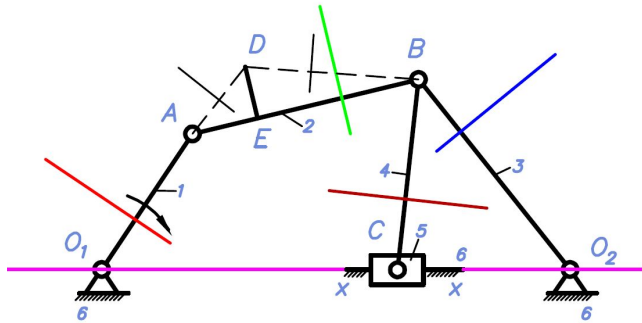
## Тема 4.

---

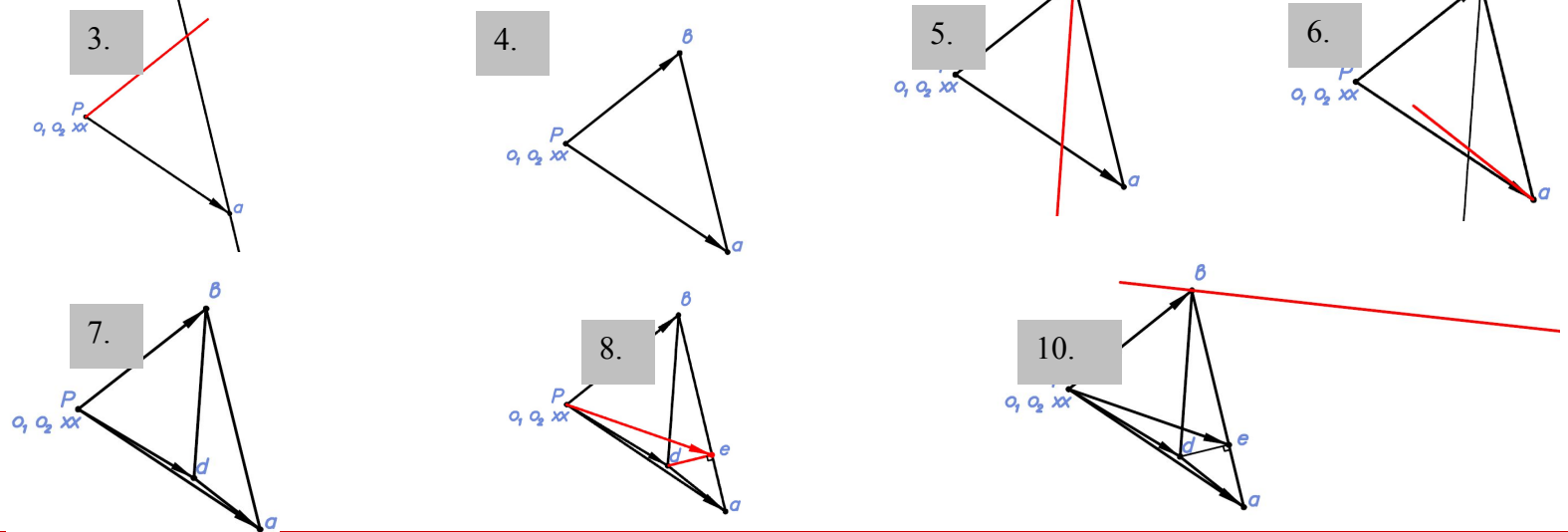
### Пример 3. Построение плана скоростей рычажного механизма



# Тема 4.

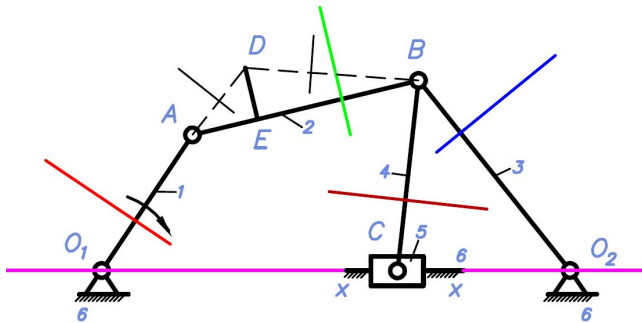


$$\mu_V = \frac{V_A}{[pa]} \left( \frac{m/c}{mm} \right)$$

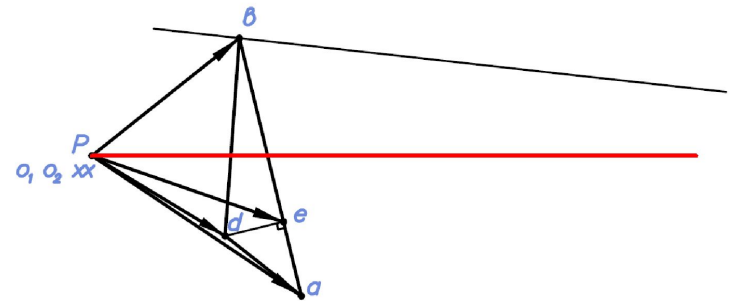


# Тема 4.

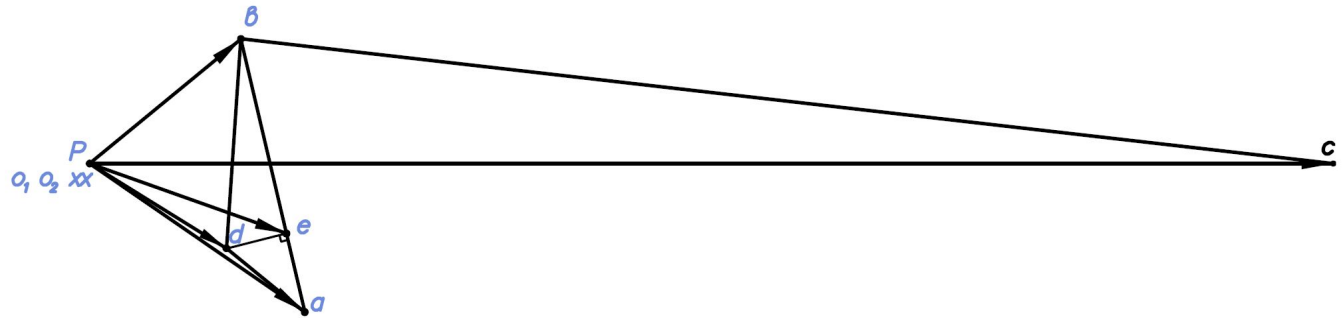
$$\mu_V = \frac{V_A}{[pa]} \left( \frac{m/c}{mm} \right)$$



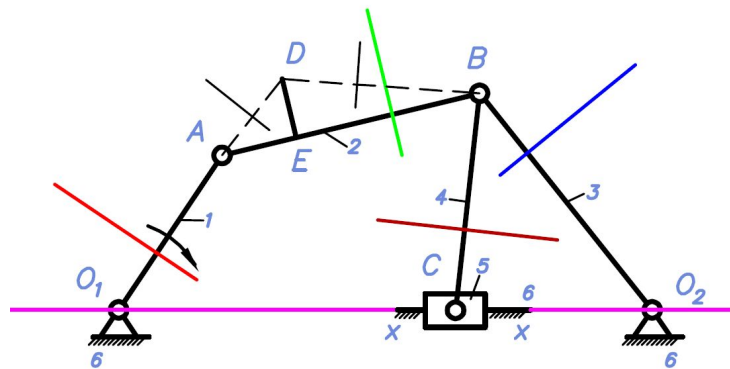
11.



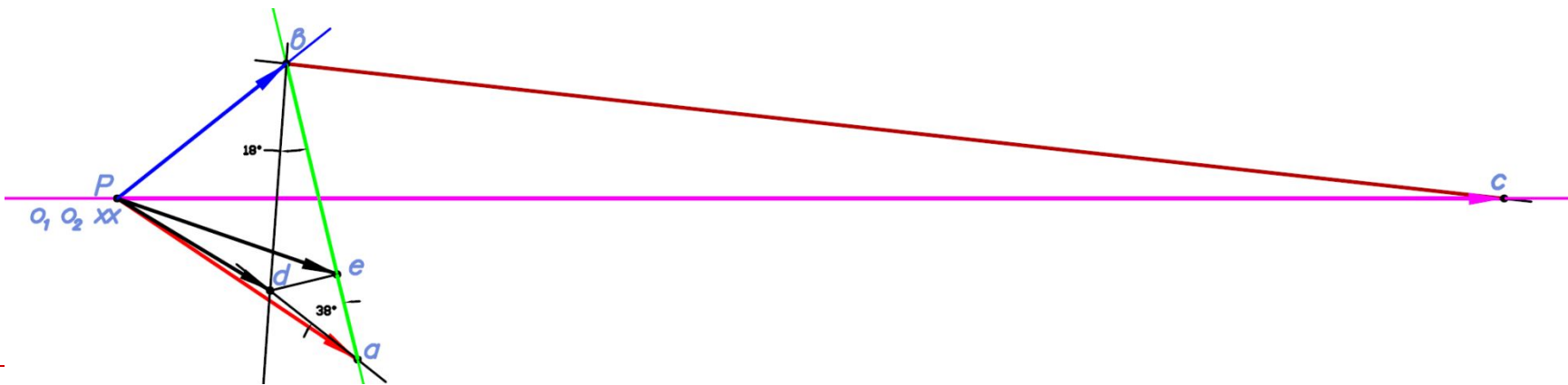
12.



# Тема 4.

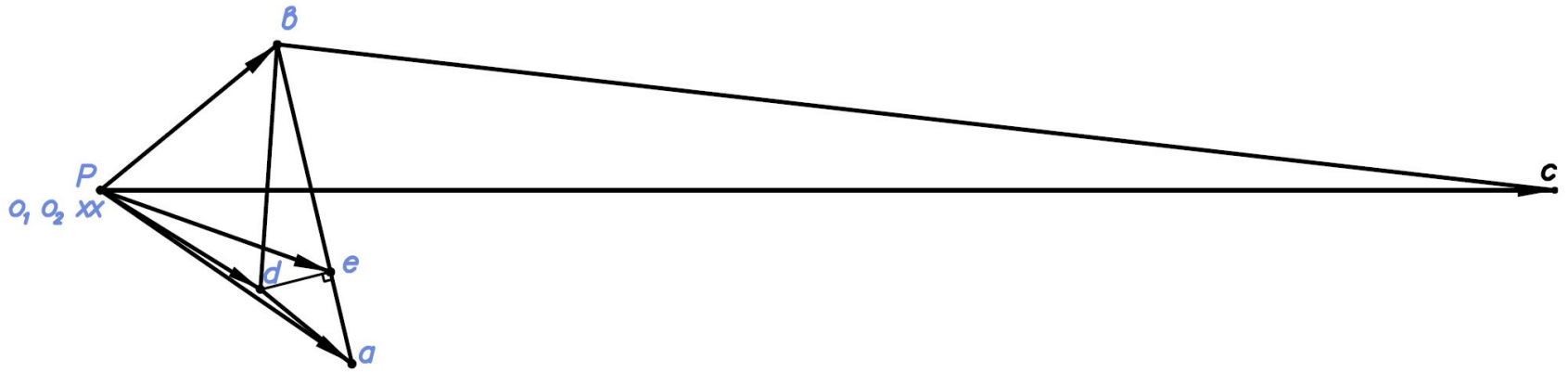


$$\mu_V = \frac{V_A}{[pa]} \left( \frac{m/c}{mm} \right)$$



# Тема 4.

$$\mu_V = \frac{V_A}{[pa]} \left( \frac{m/c}{mm} \right)$$



$$V_{O_1} = V_{O_2} = V_{xx} = 0$$

$$V_B = [pb] \cdot \mu_V =$$

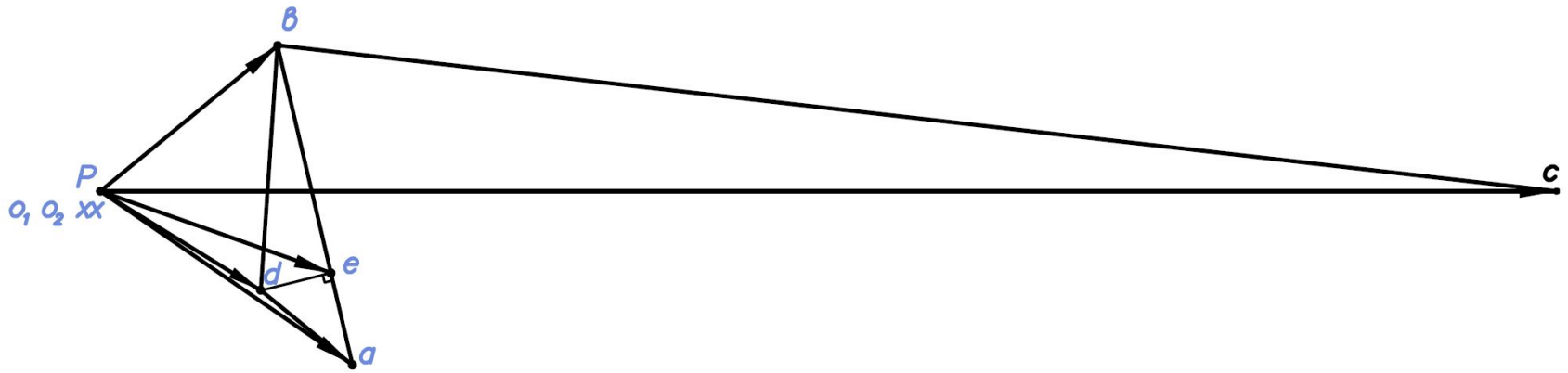
$$V_E = [pe] \cdot \mu_V =$$

$$V_C = [pc] \cdot \mu_V =$$

$$V_D = [pd] \cdot \mu_V =$$

# Тема 4.

$$\mu_V = \frac{V_A}{[pa]} \left( \frac{m/c}{mm} \right)$$



$$V_{BA} = [ab] \cdot \mu_V =$$

$$V_{DA} = [da] \cdot \mu_V =$$

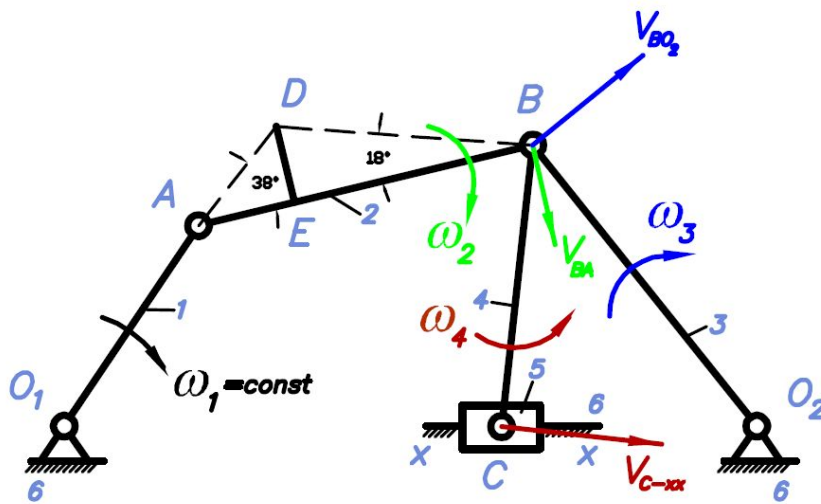
$$V_{CB} = [cb] \cdot \mu_V =$$

$$V_{DB} = [db] \cdot \mu_V =$$

$$V_{BO_2} = [p\theta] \cdot \mu_V =$$

$$V_{EA} = [ea] \cdot \mu_V =$$

# Тема 4.



$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{L_{BA}} = \quad (c^{-1})$$

$$\omega_3 = \frac{V_{BO_2}}{L_{BO_2}} = \quad (c^{-1})$$

$$\omega_4 = \frac{V_{CB}}{L_{CB}} = \quad (c^{-1})$$