

Производная и её применение в ЭКОНОМИКЕ

Подготовили: Варегина Яна,
Кесова Юлия, 106



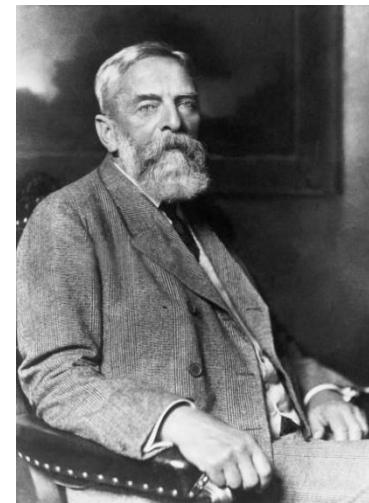
Современный экономист должен хорошо владеть количественными методами анализа. К такому выводу нетрудно прийти практически с самого начала изучения экономической теории.

Математика является не только орудием количественного расчета, но также методом точного исследования.

Ф.Энгельс в своё время заметил, что "лишь дифференциальное исчисление даёт естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение".

Маржинализм

В XIX в. в области экономической теории произошло событие, которое впоследствии привело к подлинному перевороту в методах экономического поведения людей или фирм, изменило характер научно-экономического мышления. Во второй половине века была сформулирована теория маржинализма. Классиками этой теории стали экономисты австрийской школы **К. Менгер** (1840-1921), **Ф. фон Визер** (1851-1926), **Е. фон Бём-Баверк** (1851-1914), а также английский экономист **У.С. Джевонс** (1835-1882). "Marginal" в переводе с английского языка означает "находящийся на самом краю", "предельный", "граничный". К предельным величинам в экономике относятся: предельные издержки, предельный доход, предельная полезность, предельная производительность, предельная склонность к потреблению и т.д.



Применение понятия производной

Пример 1.

Пусть производительность труда y есть функция от времени $x = f(t)$. Если переменная t получит приращение Δt , то изменение производительности труда за данный промежуток времени составит

$$\Delta y = f(t + \Delta t) - f(t)$$

Среднее изменение производительности труда за единицу времени определим отношением

$$\Delta y / \Delta t = f(t + \Delta t) - f(t) / \Delta t.$$

Предел этого отношения, если он существует, характеризует **рост производительности труда**

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = f'(t)$$

Пример 2.

Рост численности населения N в течение определенного времени t есть функция $N = f(t)$. Предел, если он существует, определяет **скорость роста населения.**

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = N'(t)$$

Пример 3.

Расход природных ресурсов Q в течение времени t есть функция $Q = f(t)$. Предел, если он существует определяет **скорость расхода ресурсов**.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q'(t)$$

Пример 4.

Выручка u от продаж товара зависит от его количества x : $u = u(x)$. Предел, если он существует, называется **предельной выручкой**.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = u'(x)$$

Пример 5.

Издержки производства K зависят от количества выпускаемой продукции x : $K = K(x)$. Предел, если он существует, называется **предельными издержками**.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta x} = K'(x)$$

Пример 6.

Процесс износа оборудования T в течение определенного времени t есть функция $T = T(t)$. Предел, если он существует, определяет **скорость износа оборудования**.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta t} = T'(t)$$

Использование производной для решения задач по экономической теории

Задача 1

Цементный завод производит X т. цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т. цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск цемента не может превышать 90 т. в день.

Определить, при каком объеме производства удельные затраты будут наибольшими (наименьшими), если функция затрат имеет вид:

$$K = -x^3 + 98x^2 + 200x.$$

Удельные затраты составят

$$K/x = -x^2 + 98x + 200$$

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции

$$Y = -x^2 + 98x + 200 \text{ на промежутке } [20; 90].$$

$$y' = -2x + 98$$

$$y' = 0, \quad -2x + 98 = 0, \quad x = 49$$

Вывод: $x = 49$, критическая точка функции. Вычисляем значение функции на концах промежутков и в критической точке.

$$f(20) = 1760, \quad f(49) = 260, \quad f(90) = 320.$$

Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимально, следовательно, можно посоветовать работать заводу на предельной мощности и находить возможности усовершенствовать технологию, так как дальше будет действовать закон убывающей доходности. И без реконструкции нельзя будет увеличить выпуск продукции.

Задача 2

Предприятие производит X единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$.

Исследовать потенциал предприятия.

Функция исследуется с помощью производной.

$$f'(x) = -0,06x^2 + 600$$

$$f'(x) = 0, -0,06x^2 + 600 = 0, x = 100$$

Получаем, что при $x = 100$ функция достигает максимума.

Вывод: финансовые накопления предприятия растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при $x = 100$ они достигают максимума и объем накопления равен 39000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

Математика успешно проникает в другие науки, во многом это происходит благодаря дифференциации. Язык математики универсален, что является эффективным отражением универсальности законов окружающего нас многообразия мира. Понятие производной в экономике отвечает на многие важные вопросы:

- предельные показатели в микроэкономике помогают определить меру реакции величины спроса на данный товар или услугу
- оптимальный уровень налогообложения
- максимизация производства, где необходимо выполнение условия: предельные издержки должны равняться предельному доходу

