

Теория автоматического управления

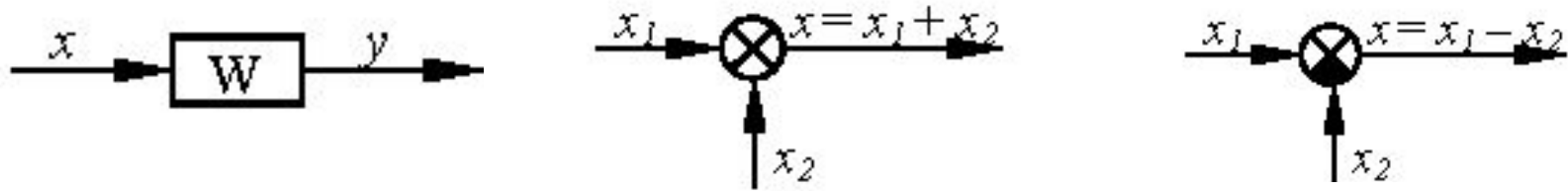
**СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ, ТИПОВЫЕ
СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ**

«Линейные системы»

лекция 6,7

Структурные схемы

Структурной схемой в ТАУ называют графическое изображение математической модели автоматической системы управления в виде совокупности динамических звеньев с указанием связей между ними



Типовые соединения звеньев 1. Последовательное соединение



$$W(p) = \frac{y_n(p)}{u(p)},$$

$$y_n(p) = W_n(p)y_{n-1}(p) = W_n(p)W_{n-1}(p)y_{n-2}(p) = \dots = \prod_{i=1}^n W_i(p)u(p) \quad \Rightarrow$$

передаточная функция соединения

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

Комплексный коэффициент усиления соединения $W(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega)$

$$A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)} \Rightarrow$$

АЧХ $A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$

ФЧХ $\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$

ЛАЧХ $20\lg A(\omega) = 20\lg \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \Rightarrow L(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega)$

Правило. построения асимптотическую ЛАЧХ по передаточной функции

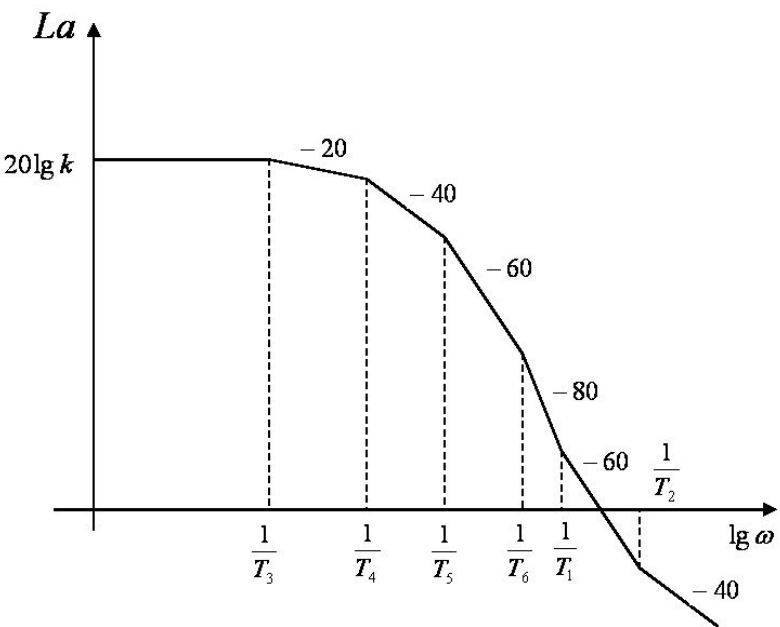
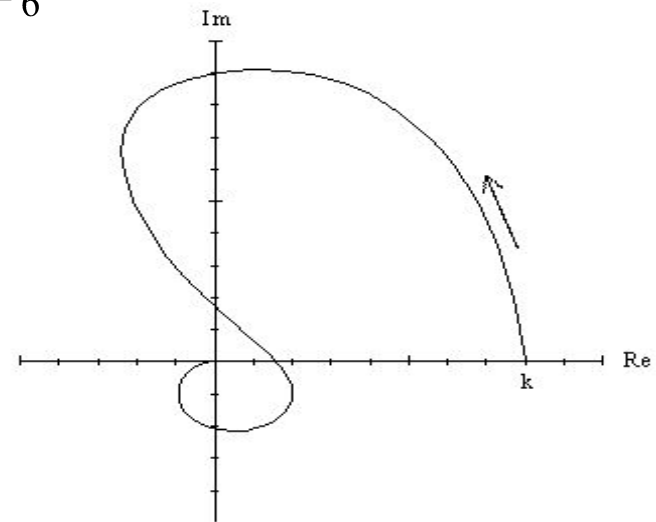
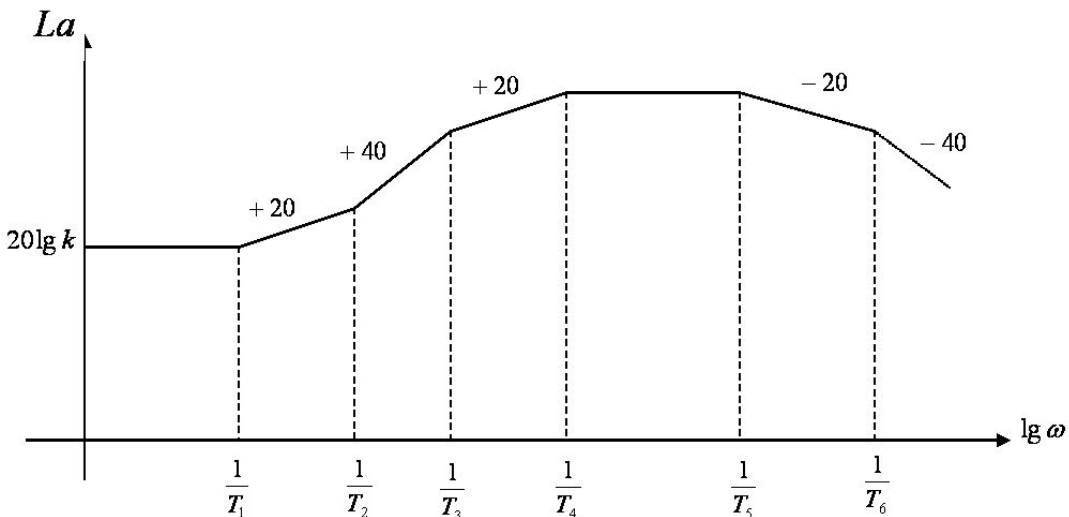
$$W(p) = \frac{k \prod_i (T_i p + 1)}{\prod_j (T_j p + 1)},$$

где T_i, T_j - положительные постоянные времени

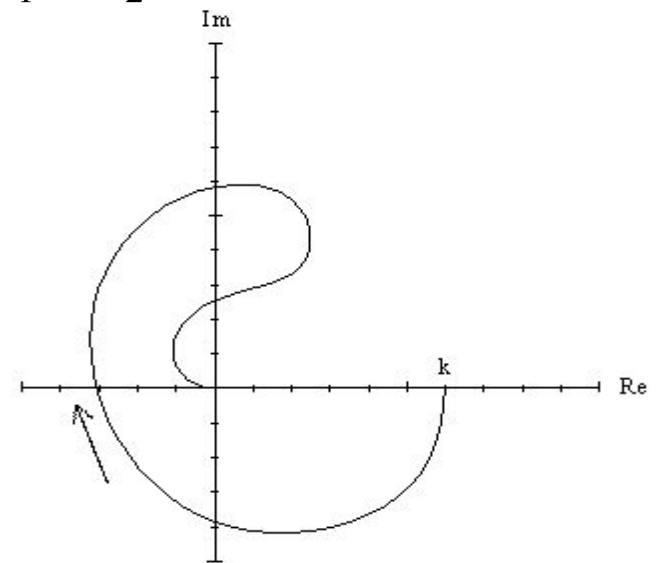
Пример

$$W(p) = \frac{k(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)(T_5 p + 1)(T_6 p + 1)}$$

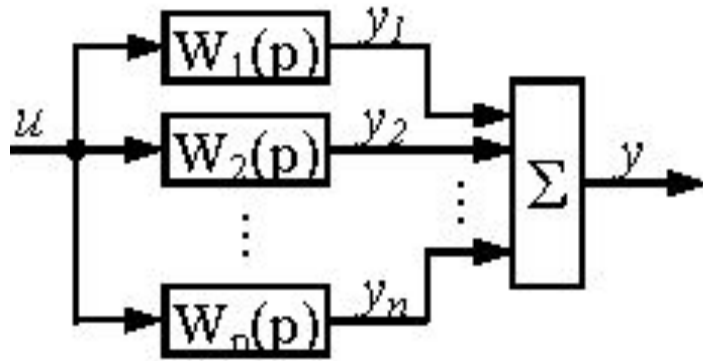
$$T_1 > T_2 > T_3 > T_4 > T_5 > T_6$$



$$T_3 > T_4 > T_5 > T_6 > T_1 > T_2$$



2. Параллельное соединение

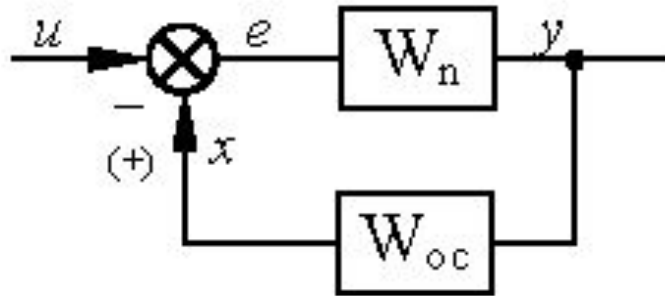


$$y_i(p) = W_i(p)u(p)$$

$$y(p) = \sum_{i=1}^n y_i(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)u(p)$$

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

3. Встречно – параллельное соединение или соединение с обратной связью

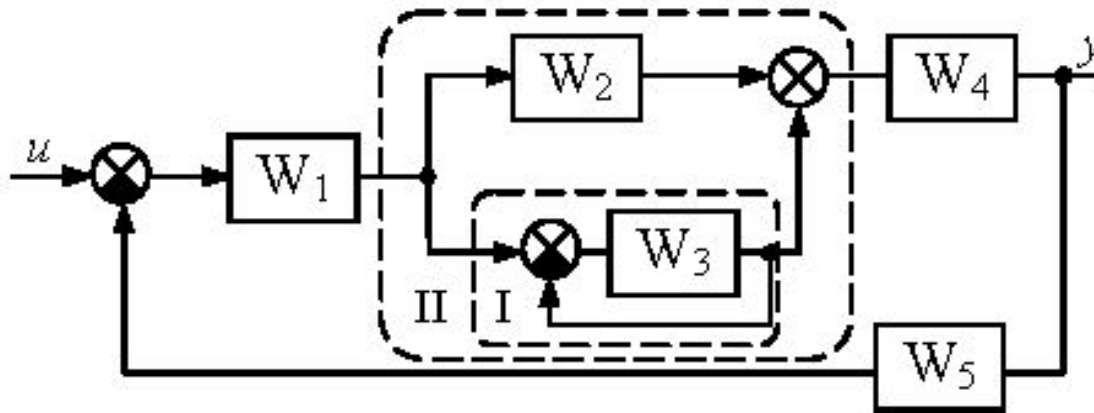


$$\begin{aligned} y(p) &= W_n(p)e(p) = W_n(p)[u(p) \boxminus x(p)] = \\ &= W_n(p)u(p) \boxminus W_n(p)W_{oc}(p)y(p) \end{aligned}$$

$$y(p) = \frac{W_n(p)}{1 \pm W_n(p)W_{oc}(p)} u(p) \quad \Rightarrow$$

$$W(p) = \frac{W_n(p)}{1 \pm W_n(p)W_{oc}(p)}$$

Пример



Определить передаточную функцию указанного соединения $W(p) = \frac{y(p)}{u(p)}$

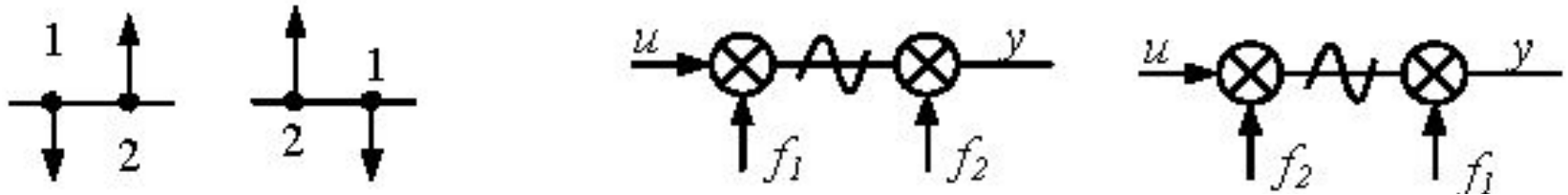
$$W_I = \frac{W_3}{1 + W_3}; \quad W_{II} = W_2 + W_I = W_2 + \frac{W_3}{1 + W_3};$$

$$W_n = W_1 W_{II} W_4 = W_1 W_4 \left(W_2 + \frac{W_3}{1 + W_3} \right);$$

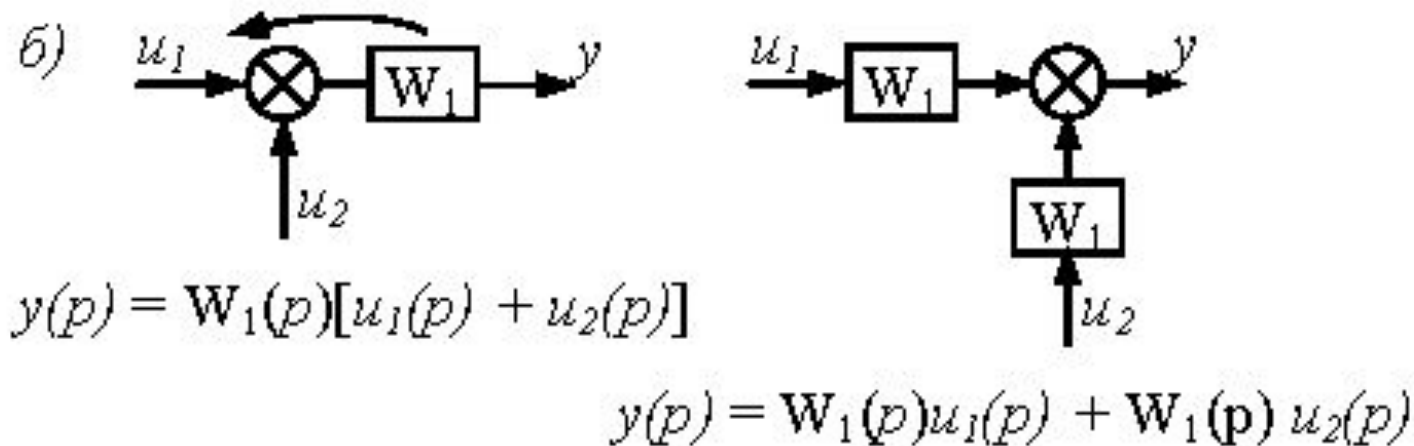
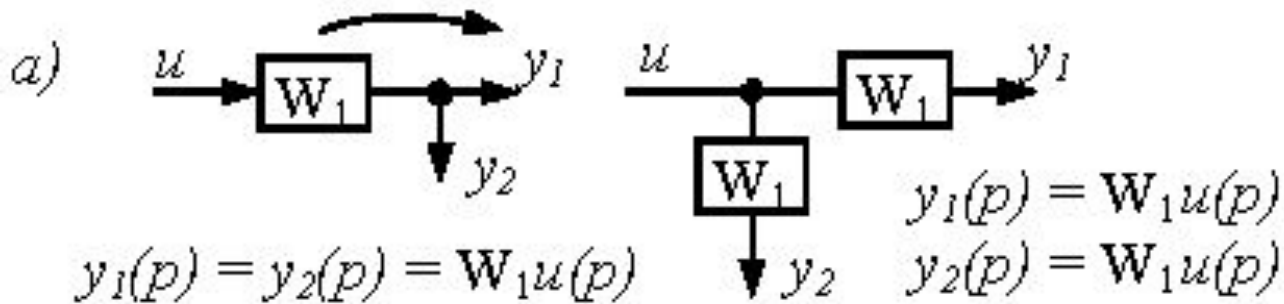
$$W = \frac{W_n}{1 + W_5 W_n}$$

Правила преобразования структурных схем

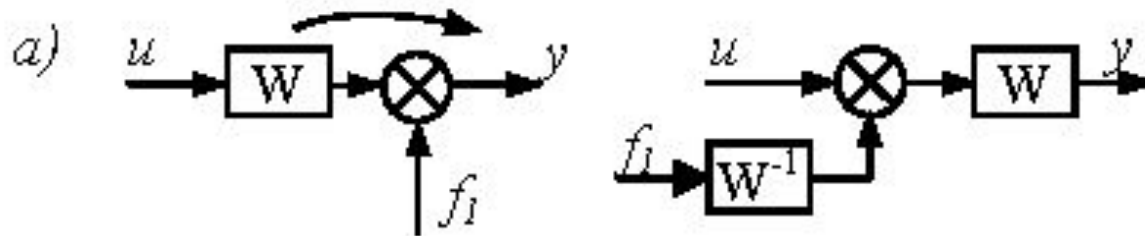
1. Перестановка узлов и сумматоров



2. Перенос звена через узел разветвления по направлению ветвления

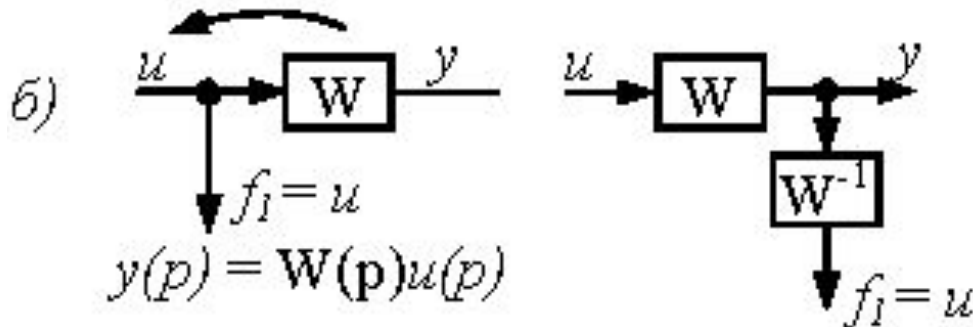


3. Перенос звена через узел разветвления против направления ветвления



$$y(p) = W(p)u(p) + f_i(p) \quad y(p) = W(p)[u(p) + f_i(p)/W(p)] =$$

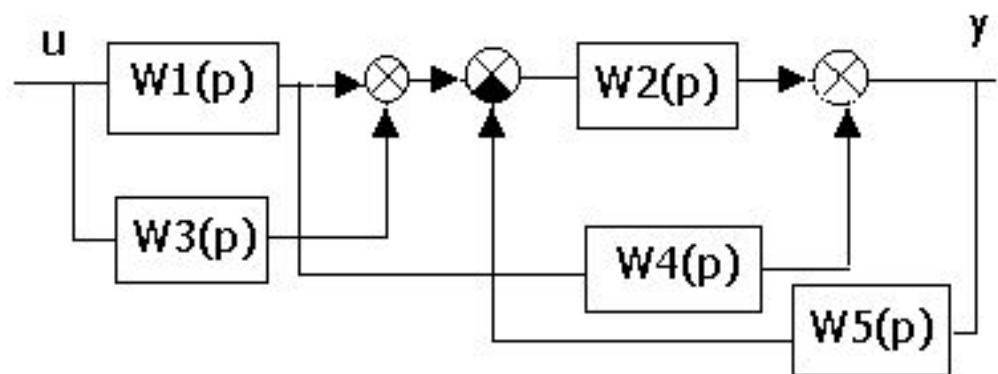
$$= W(p)u(p) + f_i(p)$$



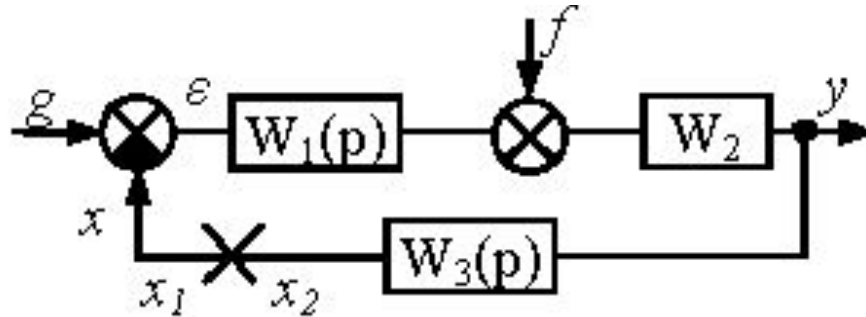
$$y(p) = W(p)u(p)$$

$$y(p) = W(p)u(p)$$

$$f_1(p) = u(p)$$



Передаточные функции линейных систем



1. Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)} = W_1(p)W_2(p)W_3(p)$$

2. Передаточная функция прямого канала

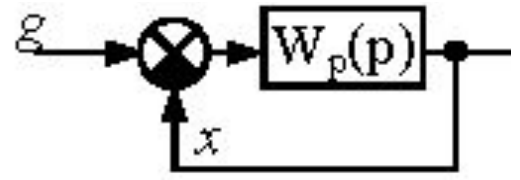
$$W_n(p) = \frac{y(p)}{\varepsilon(p)} = W_1(p)W_2(p)$$

3. Передаточная функция по задающему воздействию

$$f(t) \equiv 0 \quad \Rightarrow \quad W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} = \frac{W_n(p)}{1 + W_p(p)}$$

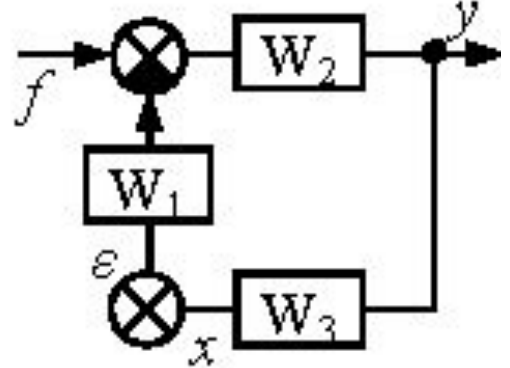
4. Передаточная функция замкнутой системы расчетная по задающему воздействию

$$W_{\zeta\delta}(p) = \frac{x(p)}{g(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)}$$



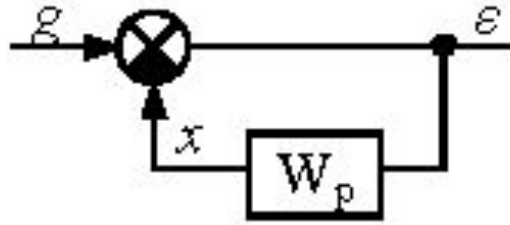
5. Передаточная функция по возмущающему воздействию

$$g(t) \equiv 0 \Rightarrow W_{yf}(p) = \frac{y(p)}{f(p)} = \frac{W_2(p)}{1 + W_p(p)}$$



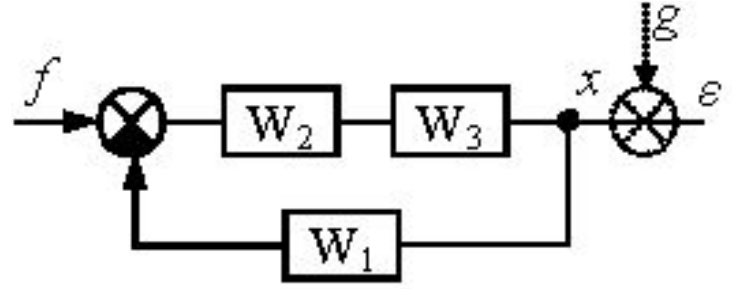
6. Передаточная функция ошибки по задающему воздействию

$$f(t) \equiv 0, W_{eg}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{g(p)} = \frac{1}{1 + W_p(p)}$$



7. Передаточная функция ошибки по возмущающему воздействию

$$g(t) \equiv 0, W_{ef}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{f(p)} = \frac{W_2(p)W_3(p)}{1 + W_p(p)}$$



Статические и астатические системы и их характеристики

$$W_p(p) = \frac{R(p)}{p^v Q(p)}, \quad v \in Z$$

Необходимо определить, чему равна ошибка в установившемся состоянии при подаче на вход системы единичного ступенчатого воздействия:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t), \quad g(t) = 1(t)$$

Воспользуемся следствием из теоремы о производной функции : $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p)$

$$\varepsilon(p) = W_{eg}(p)g(p), \quad L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$$

$$\varepsilon_{\text{ош}} = \lim_{p \rightarrow 0} pW_{eg}(p)g(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1+W_p(p)} \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^v Q(p)}{p^v Q(p) + R(p)},$$

$$\varepsilon_{\text{ош}} = \begin{cases} 0, & v \neq 0, \\ \text{const}, & v = 0 \end{cases}$$

Если $\varepsilon_{уст} \neq 0$, а равна постоянной величине, то система называется статической, S – коэффициентом статизма.

$$\text{если } g(t) \neq 1(t) \Rightarrow \varepsilon_{уст} = aS$$

Если же ошибка в установившемся состоянии при подаче на вход единичного ступенчатого воздействия равна 0, то система называется астатической.

Признаки астатизма

1. Если в разомкнутой системе имеется интегрирующее звено, то замкнутая система будет астатической.

2. Если $\lim_{p \rightarrow 0} W_{\zeta\delta}(p) = 1$, система астатическая

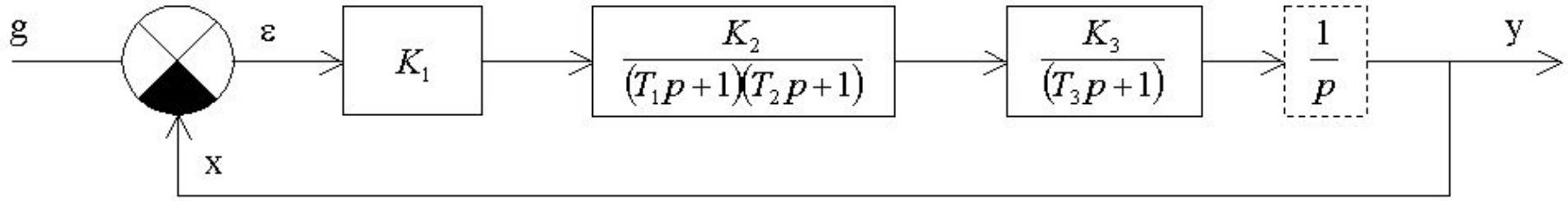
$$W_p = \frac{R(p)}{p^\nu Q(p)},$$

$$W_{\zeta\delta}(p) = \frac{x(p)}{g(p)} = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} = \frac{R(p)}{p^\nu Q(p) + R(p)}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} W_{\zeta\delta}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{R(p)}{p^\nu Q(p) + R(p)} = 1$$

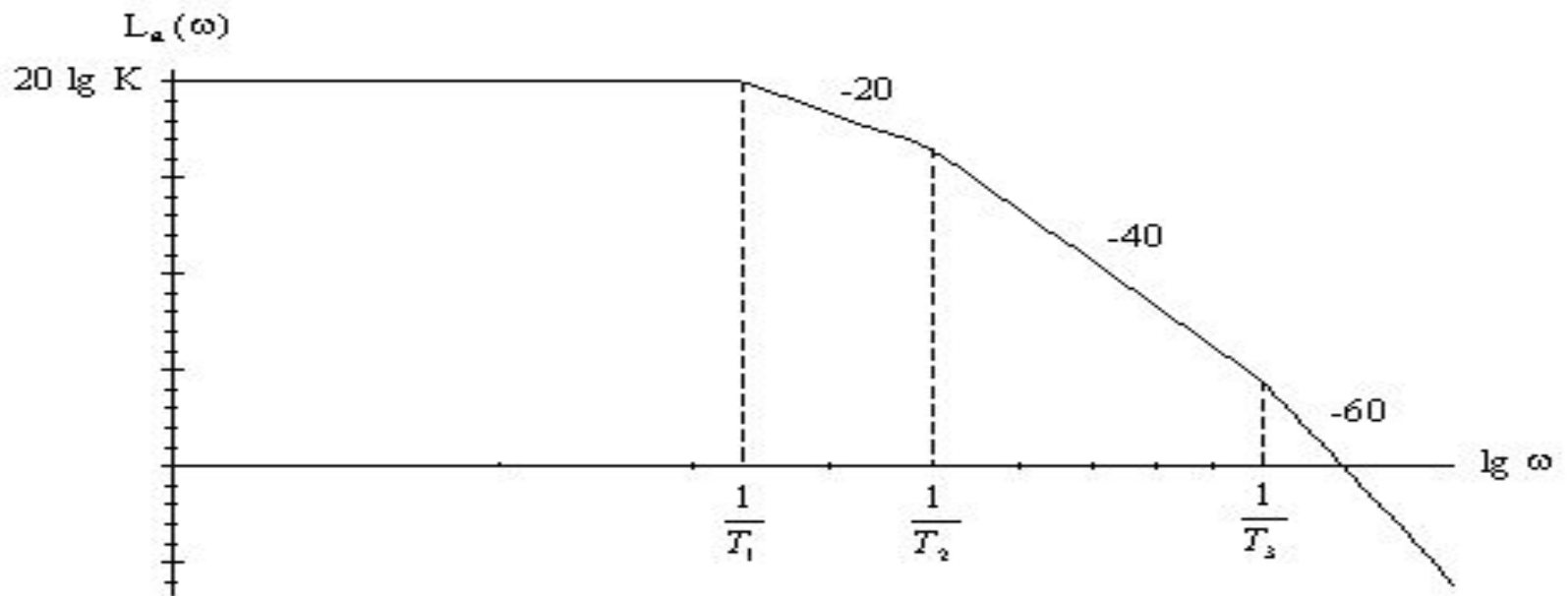
где ν — показатель или порядок астатизма

ЛАЧХ в статических и астатических системах отличаются наклоном низкочастотного участка, а именно: в статических системах этот наклон составляет 0 дб/дек, а в астатических -20 дб/дек. ν



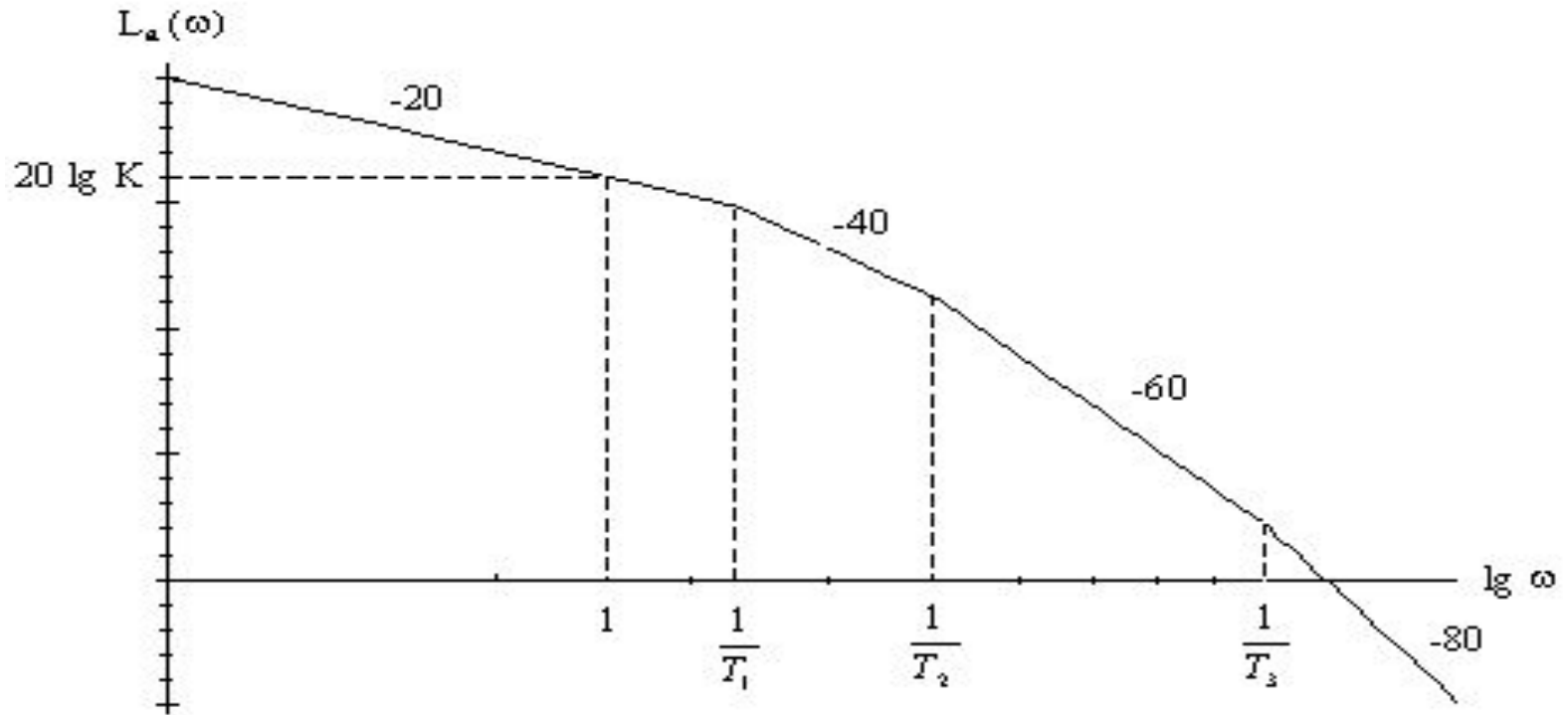
• Статическая система

$$W_p = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}, \quad k = k_1 k_2 k_3, \quad \varepsilon_{уст} = \frac{1}{k + 1} = S$$



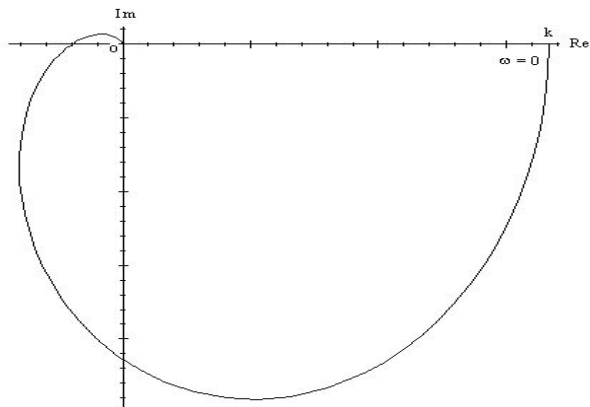
- Астатическая система

$$W_p = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}, \quad T_1 > T_2 > T_3$$



Обратная задача – построение передаточной функции по виду ЛАЧХ – имеет единственное решение

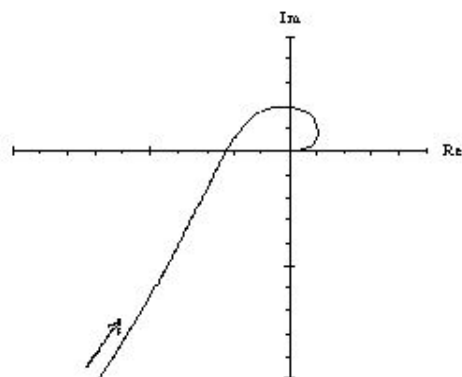
Годографы статических и астатических систем



Годограф статической системы всегда начинается с точки k на вещественной оси

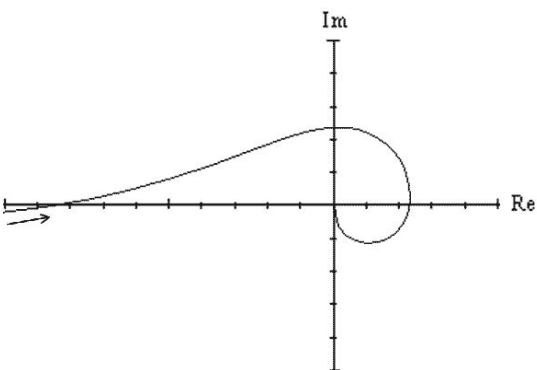
$$W_p = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$

В астатической системе присутствие интегрирующего звена определяет начальный сдвиг фаз

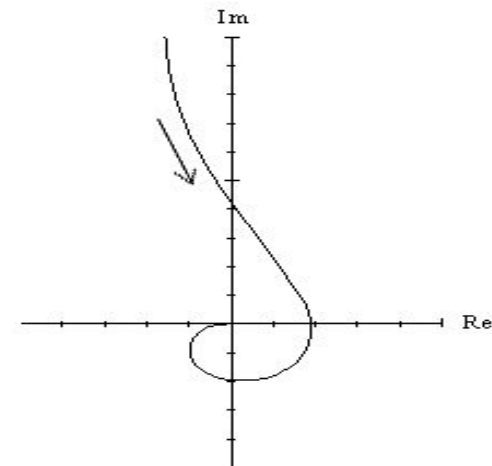


$$v = 1, \quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$W(p) = \frac{k}{p^v (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$



$$v = 2, \quad \varphi_0 = -\pi$$



$$v = 3, \quad \varphi_0 = -\frac{3\pi}{2}$$