

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ
БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ, МАТЕМАТИКИ ТА КІС**

**Проект з дисципліни
«Математичне моделювання»
на тему «Епідермальне загоєння ран»**

Виконала:

студентка 4-го курсу групи ПМ-4
Коханій Інна

Перевірив:

викладач
Марченко Станіслав Віталійович

Черкаси - 2015

Математична модель задачі

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial t} &= D_{u_1} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} \right) + S_c(u_2) u_1 (2 - u_1) - u_1, \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} &= D_{u_2} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} \right) + \lambda g(u_1) - \lambda u_2.\end{aligned}$$

Інгібітор:

$$g(u_1) = \frac{u_1(1 + \alpha^2)}{u_1^2 + \alpha^2}, \quad S_c(u_2) = \frac{2c_m(h - \beta)u_2}{c_m^2 + u_2^2} + \beta, \quad \beta = \frac{1 + c_m^2 - 2hc_m}{(1 - c_m)^2}.$$

Активатор:

$$g(u_1) = u_1, \quad S_c(u_2) = \frac{(h - 1)u_2 + h}{2(h - 1)u_2 + 1}.$$

Початкові умови: $u_1 = u_2 = 0$ при $t = 0$.

Граничні умови: $u_1(r = 1) = u_2(r = 1) = 1$.

$$\frac{\partial u_1}{\partial r}(r = 0) = \frac{\partial u_2}{\partial r}(r = 0) = 0.$$

Математична модель задачі

Параметри моделі:

Змінна моделі	Визначення
	щільність клітин
	активатор або інгібітор концентрація
	час та радіус
	оператор Лапласа у полярних координатах (з урахуванням осесиметричного випадку)

Математична модель задачі

Параметри моделі:

Змінна моделі	Визначення
	об'ємна швидкість виснаження клітин
	об'ємна швидкість хімічних (активатор або інгібітор) виробництва клітинами
	об'ємна швидкість хімічних (активатор або інгібітор) споживання
	об'ємна швидкість хімічних (активатор або інгібітор) виробництва клітинами

Різниццева схема моделі

$$\bullet \frac{u_{1i}^{k+1} - u_{1i}^k}{\Delta t} = D_{u_1} \left(\frac{u_{1i-1}^k - 2u_{1i}^k + u_{1i+1}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{u_{1i+1}^k - u_{1i-1}^k}{2\Delta r} \right) + \\ + S_c(u_{2i}^k) u_{1i}^k (2 - u_{1i}^k) - u_{1i}^k,$$

$$\frac{u_{2i}^{k+1} - u_{2i}^k}{\Delta t} = D_{u_2} \left(\frac{u_{2i-1}^k - 2u_{2i}^k + u_{2i+1}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{u_{2i+1}^k - u_{2i-1}^k}{2\Delta r} \right) + \\ + \lambda g(u_{1i}^k) - \lambda u_{2i}^k,$$

Різниццева схема моделі

$$u_{1i}^{k+1} = u_{1i}^k + \Delta t \left[D_{u_1} \left(\frac{u_{1i-1}^k - 2u_{1i}^k + u_{1i+1}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{u_{1i+1}^k - u_{1i-1}^k}{2\Delta r} \right) + S_c(u_{2i}^k) u_{1i}^k (2 - u_{1i}^k) - u_{1i}^k \right],$$

$$u_{2i}^{k+1} = u_{2i}^k + \Delta t \left[D_{u_2} \left(\frac{u_{2i-1}^k - 2u_{2i}^k + u_{2i+1}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{u_{2i+1}^k - u_{2i-1}^k}{2\Delta r} \right) + \lambda g(u_{1i}^k) - \lambda u_{2i}^k \right].$$

Тестування програми

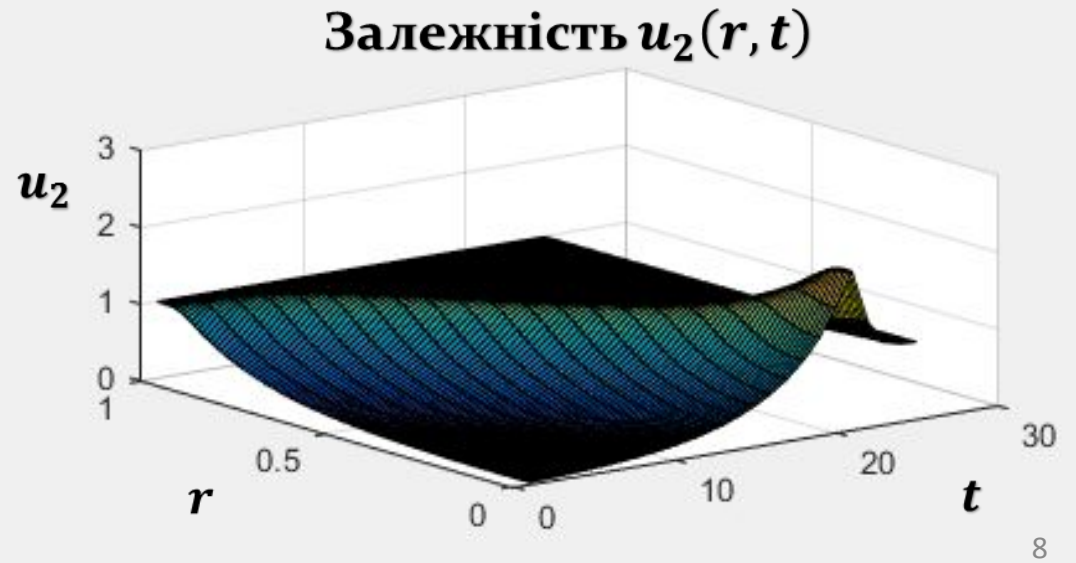
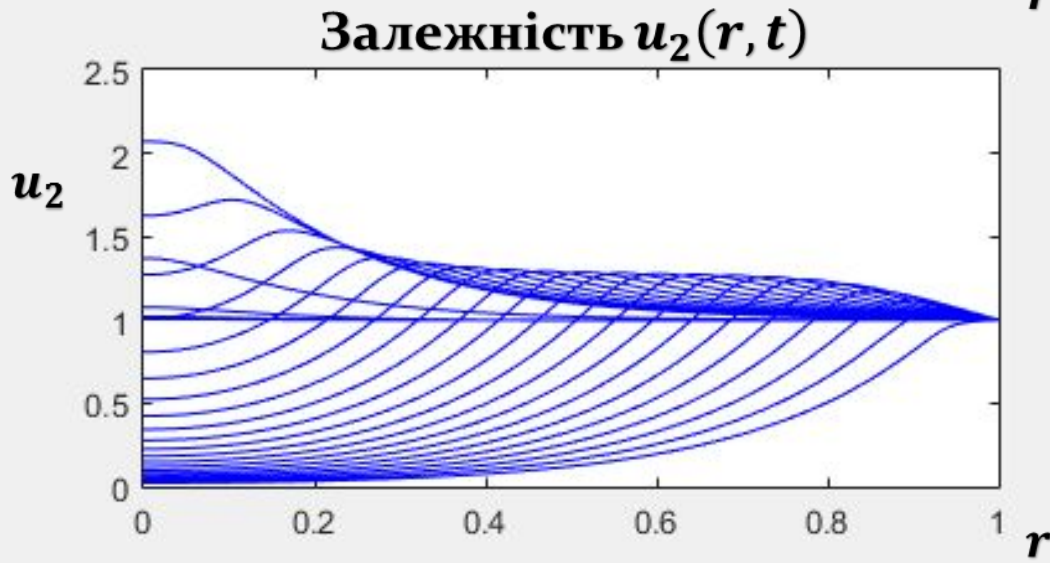
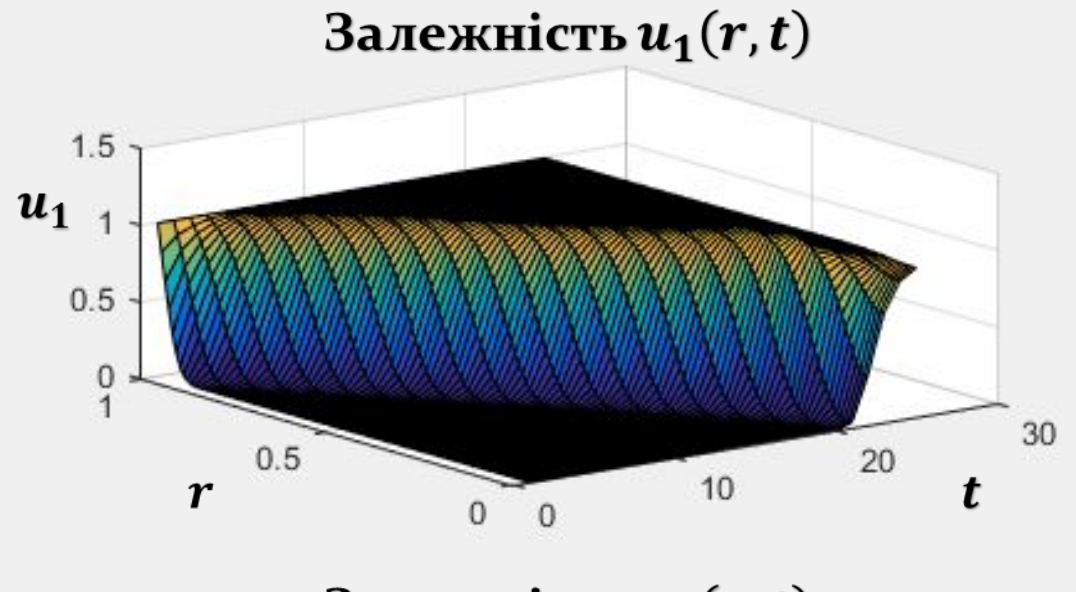
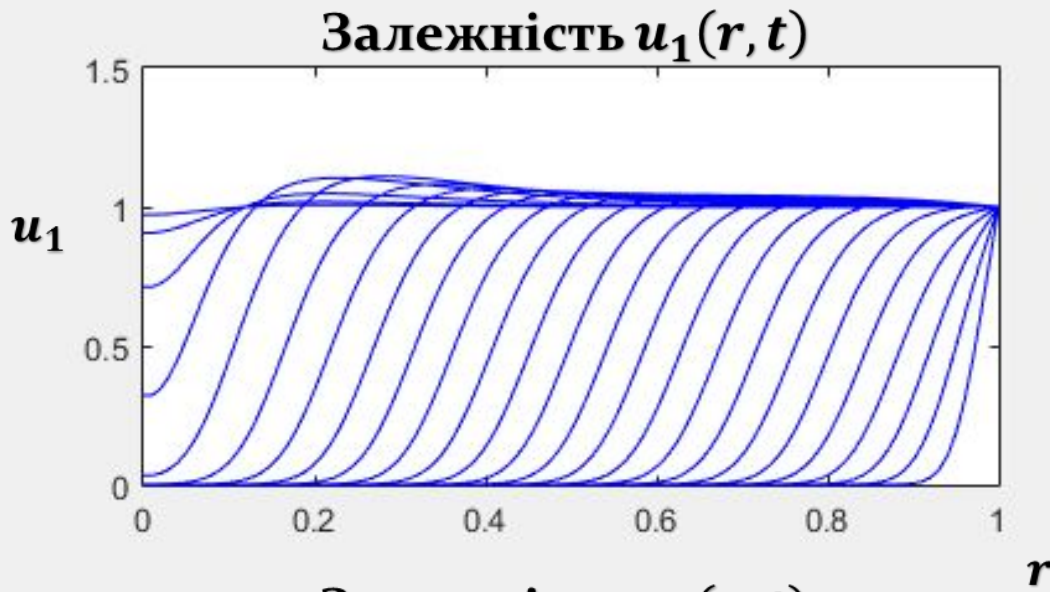
- $\lambda = 30; h = 10; c_m = 40; \alpha = 0,1; \beta = 0,527.$

$$Du_1 = 5 \times 10^{-4}; Du_2 = 0,45.$$

$$t \in [0; 25].$$

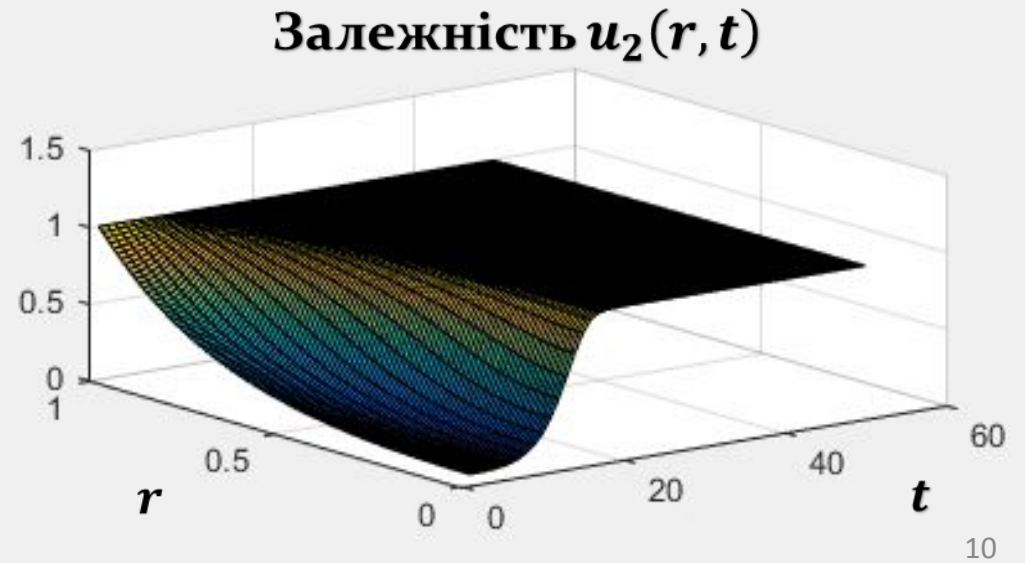
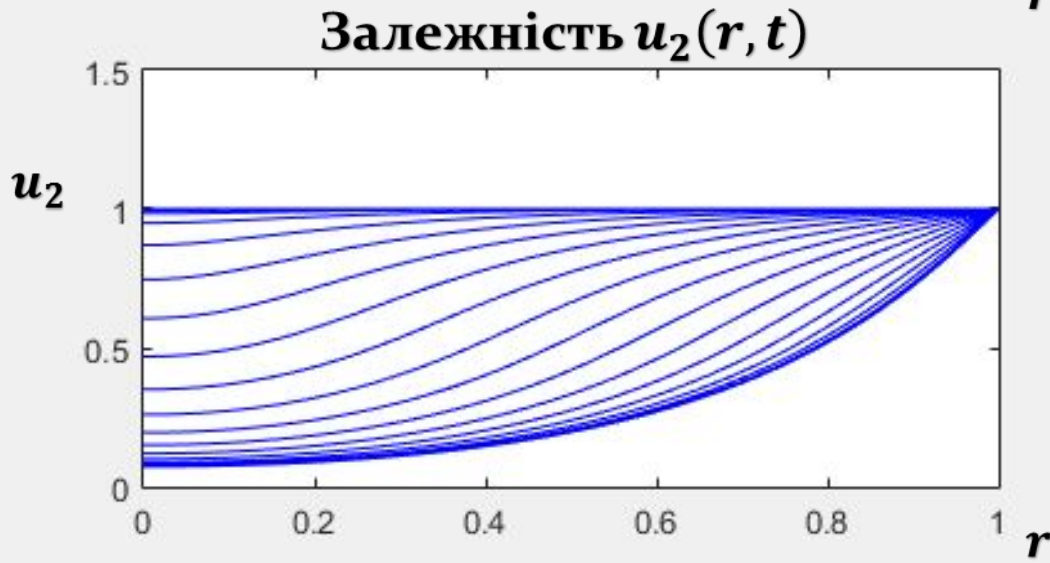
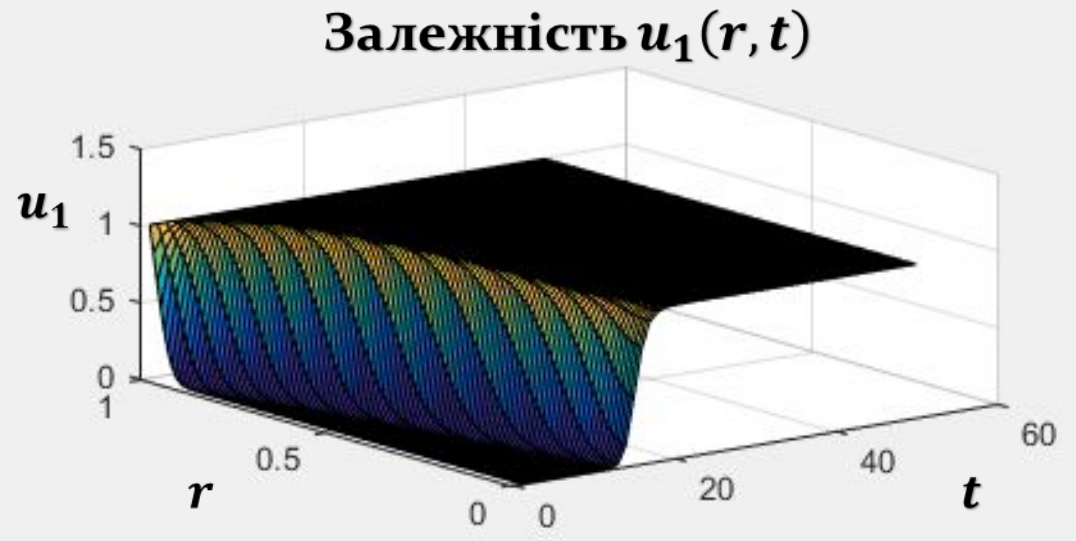
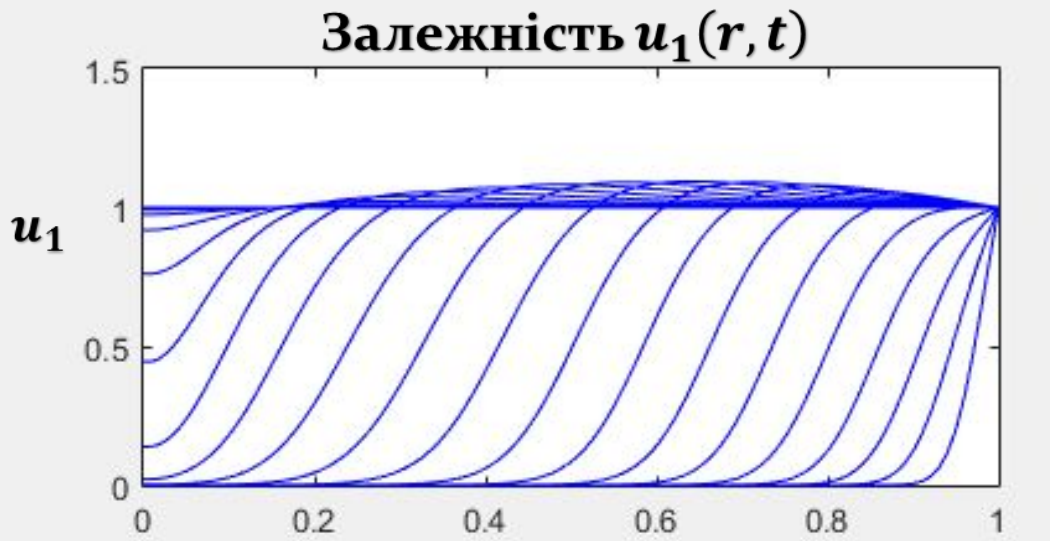
$$g(u_1) = \frac{u_1(1 + \alpha^2)}{u_1^2 + \alpha^2}, \quad S_c(u_2) = \frac{2c_m(h - \beta)u_2}{c_m^2 + u_2^2} + \beta,$$

$$\beta = \frac{1 + c_m^2 - 2hc_m}{(1 - c_m)^2}.$$



Тестування програми

- $\lambda = 5; h = 10; c_m = 40; \alpha = 0,1; \beta = 0,527.$
 $Du_1 = 5 \times 10^{-4}; Du_2 = 0,45.$
 $t \in [0; 50].$



Дякую за увагу! 😊